

선삭에서 비원형 단면 가공을 위한 제어연구

(A Learning Control Algorithm for Noncircular Cutting with Lathe)

오창진*, 이상준, 김옥현(충북대학교 공과대학 기계공학과)

Chang Jin. Oh, Sang Jun. Lee, Ock Hyun. Kim

ABSTRACT : A study for a lathe to machine workpieces with noncircular cross-sections is presented. The noncircular cutting is accomplished by controlling the radial tool position synchronized with the revolution angle of spindle. A learning control algorithm is suggested for the tool positioning, of which the control performances are analyzed and simulated on a numerical computer that the effectiveness of the control is convinced. The learning control is tested on a NC-lathe which shows successful results.

1. 서론

현재의 선삭가공은 일반적으로 선반 주축의 회전 중심에 대하여 원형 단면가공을 수행한다. 따라서 갭, 타원, 사각단면 등 비원형 단면가공을 위해서는 선반 가공후 소재를 떼내고 밀링 또는 기타 공작기계에 다시 장착하여 가공해야 한다. 선반에서 가공한 원형 단면과 다음의 공작기계에서 가공해야 할 비원형 단면의 상대 위치 공차 등을 만족시키기 위하여는 소재의 장착 시간이 길게되어 생산성이 크게 떨어지게 된다.

본 연구에서는 NC선반에서 비원형 단면, 또는 편심 원형 단면의 가공이 가능하도록 하는 효과적인 제어 시스템의 개발에 관한 연구를 수행하였다. 선반에서의 비원형 단면 가공은 선반 주축의 회전각에 따라 공구의 반경 방향 이송을 제어 함으로써 가능하게 된다.

Fig.1에 보인 바와같이 선반 주축에 엔코더를 설치하여 주축의 회전각을 측정하고 이에 따른 반경방향 공구 위치를 단면 형상에 따라 제어함으로써 비원형 단면 가공이 구현된다.

이와같은 선반에서의 비원형 단면 가공은 특히 Tomizuka에 의해 폭 넓게 수행되었으며[1-4] 그가 제시한 제어 알고리즘은 소위 제로위상오차추종제어(ZPETC, Zero Phase Error Tracking Control)로서 그 명칭에서 나타나듯이 넓은 주파수 범위에서 제어 명령 입력과 시스템 출력의 위상을 제로로 하는 방법이다. ZPETC은 위드휘워드 제어기에 의한 시스템 극점 및 영점의 소거법(Pole-Zero Cancellation)이며 근본적으로 오픈루프 제어이다. 따라서 이 방법은 외부 교란에 의한 영향이 크며 또한 시스템의 모델링 오차에 의한 영향이 큰것이 단점으로 지적된다[5]. 그는 모델링 오차에 의한 영향을 감소시키기 위한 적응제어 적용 연구를 발표한바 있다[4]. 그러나 ZPETC는 제어 입력력 간의 위상차만을 제거하는 알고리즘으로 개인(gain)에 대한 추종 성능은 크게 개선하지 못하는 문제점이 여전히 남게된다. 이와같은 이유로 Tomizuka의 ZPETC적용시 전기 시보모터를 사용한 선반의 경우 주축의 회전속도는 93.7rpm이하로 제한된다.[1]

본 연구에서는 개인(gain) 및 위상차의 추종 성능을 보다 향상시키기 위한 디지털 제어의 학습제어 적용에 관하여 연구를 수행하였다. 학습제어는 응용하는 데 있어 학습횟수가 필요하여 선삭이 일반적으로 황삭과 정삭을 거쳐 완성되므로 황삭 공정중에 학습시간을 가질수 있다. 효과적인 학습법칙(Learning Law)의 설계방법을 제시하여 안정성, 모델링 오차영향에 대한 해석을 수행하였으며 본연구에서 제시한 학습제어 알고리즘을 범용 NC-선반에 적용하여 실험을 수행하였다. 이 같은 이론 연구와 실험을 통하여 본 연구에서 제시한 학습제어 방법이 기존의 연구 발표된 제어 방법에 비해 우월한 제어 성능을 가짐을 확인하였다.

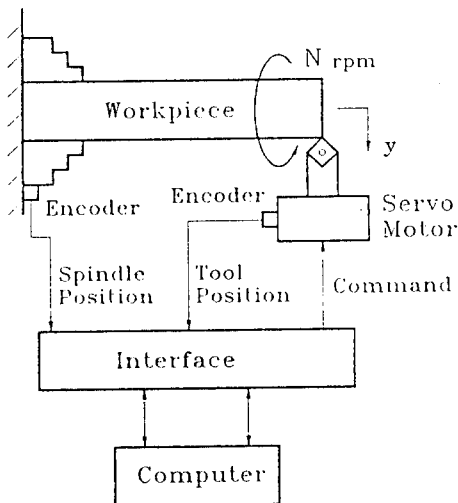


Fig. 1 Control system configuration for noncircular cutting with lathe.

2. 제어 시스템 구성

Fig.1은 선반에서 비원형 단면 가공을 위한 제어 시스템을 보이고 있다. 그림에서 보이는 바와 같이 선반 주축의 회전각이 엔코더에 의해 측정되며 컴퓨터 제어장치에 의해 절삭공구의 반경방향 위치 명령이 구동 서보모터에 주어진다. 공구의 위치는 서보모터 엔코더에 의해 측정된다.

Fig.2의 정사각단면의 예와 같이 원하는 비원형 단면의 형상은 주축의 회전각 θ 에 따른 단면중심으로 부터의 거리 $y_r(\theta)$ 로 정의된다. $y(\theta)$ 는 실제 공구위치이다. 공작물의 회전속도를 $N(\text{rpm})$, 샘플링 시간을 $T(\text{sec})$ 로 할때 단면형상을 정의하는 데이터의 수 $K(\text{개})$ 는 아래의 관계식으로 주어진다.

$$K = \frac{60}{N \cdot T} \quad (1)$$

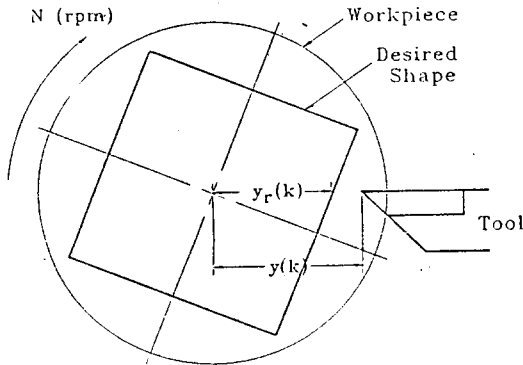


Fig. 2 Definition of a noncircular cross-sectional shape.

3. 학습제어 구조 및 안정조건

선삭시 공정은 대부분 몇차례의 황삭과 정삭으로 진행된다. 따라서 황삭기간 또는 소재의 길이 방향 이송 동안에 학습 수행기간으로 이용할수 있다. 본 논문에서는 Fig.3과 같은 구조를 갖는 학습제어기를 연구하였다.

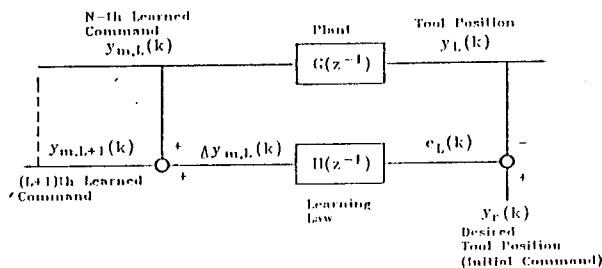


Fig. 3 Structure of a learning control.

그림에서 아래첨자 L 은 L 번 학습 후의 값을 의미한다. $G(z^{-1})$ 은 서보모터의 공구의 반경 방향 위치입력 $y_m(k)$ 에 대한 출력 공구 위치 $y(k)$ 의 전달함수이다.

$$y_L(k) = y_{m,L}(k)G(z^{-1}) \quad (2)$$

현재의 공구위치 $y_L(k)$ 는 서보모터 엔코더에 의해 측정되며 이값은 원하는 공구위치 즉 비원형 단면형상에 의해 정의되는 $y_r(k)$ 과 비교되어 공구 위치오차 $e_L(k)$ 가 계산된다.

$$e_L(k) = y_r(k) - y_L(k) \quad (3)$$

오차 $e_L(k)$ 는 $H(z^{-1})$ 로 정의되는 학습법칙(Learning Law)에 입력되어 $\Delta y_{m,L}(k)$ 이 출력되며

$$\Delta y_{m,L}(k) = e_L(k)H(z^{-1}) \quad (4)$$

이 값은 $y_{m,L}(k)$ 에 합하여져 다음의 제어입력 $y_{m,L+1}(k)$ 이 산출된다.

$$y_{m,L+1}(k) = y_{m,L}(k) + \Delta y_{m,L}(k) \quad (5)$$

이렇게하여 한번의 학습이 완료된다.

윗식 (2)~(4)를 식(5)에 대입하여 정리하면 아래의 식을 얻으며

$$y_{m,L+1}(k) = [1 + G(z^{-1})H(z^{-1})] y_{m,L}(k) + y_r(k)H(z^{-1}) \quad (6)$$

그 해는 다음과 같다.

$$y_{m,L}(k) = \frac{y_r(k)}{G(z^{-1})} + \text{Const.} [1 + G(z^{-1})H(z^{-1})]^{-L} \quad (7)$$

식(7)을 검토하면 $[1 + G(z^{-1})H(z^{-1})]$ 의 주파수 특성이 모든 주파수 범위에서 그 게인(Gain)이 1 보다 작으면 학습횟수 L 이 증가함에 따라 $y_{m,L}(k)$ 는 어떤값으로 수렴함을 알수있다. 이경우 식(5)로 부터 $\Delta y_{m,L}(k)$ 가 0으로 수렴하며 식(4)로 부터 공구 위치 오차 $e_L(k)$ 가 0으로 수렴함을 알수있다. 따라서 비원형단면을 오차없이 선삭할수있는 조건식으로서 아래의 식을 얻는다.

$$|1 + G(z^{-1})H(z^{-1})|_{z=e^{j\omega T}} < 1 \quad \text{for all } \omega \quad (8)$$

식(8)은 본연구에서 제시한 학습제어로서 학습횟수의 증가에 따라 오차없이 비원형단면을 선삭할수 있는 조건식이며 이 조건식이 만족되지 않을 경우 공구의 위치오차는 발산하게되어 제어시스템은 불안정하게된다. 즉 식(8)은 학습제어시스템의 안정조건식이 된다. 이 안정조건은 Fig.4에 보이고 있는 바와 같이 $G(z^{-1})H(z^{-1})$ 의 주파수 응답 특성이 모든 주파수에서 복소수 평면에서 $1 + j0$ 를 중심으로 하는 반경 1의 원의 내부에 존재해야 함과 동일하다.

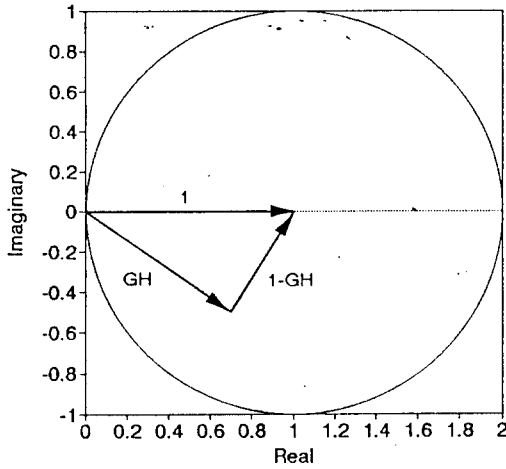


Fig. 4 $G(z^{-1})H(z^{-1})|_{z=e^{j\omega T}}$ region for stability.

4. 학습 법칙(Learning Law)

학습제어의 안정조건 식(8)을 만족하는 학습법칙 $H(z^{-1})$ 는 무수히 존재할수 있으므로 이를 결정하기위한 체계적인 접근 방법이 필요하다. 본 연구에서 제시하는 학습법칙의 결정 방법은 다음과 같다. 전달함수 $G(z^{-1})$ 를 아래의 형태식으로 표시하자.

$$G(z^{-1}) = \frac{B^+(z^{-1})B^-(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} B^+(z^{-1}) &= \prod(1 + a_i^+ z^{-1}) \quad |a_i^+| < 1 \\ B^-(z^{-1}) &= \prod(1 + a_i^- z^{-1}) \quad |a_i^-| > 1 \\ A(z^{-1}) &= \prod(1 + b_i z^{-1}) \end{aligned} \quad (10)$$

윗식에서 $B^+(z^{-1})$ 은 절대값이 1 보다 작은 영점들을 갖는 항이며 $B^-(z^{-1})$ 은 절대값이 1 보다 큰 영점들을 갖는 항이다.

이제 학습법칙 $H(z^{-1})$ 는 다음과 같이 결정한다.

$$H(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})B^-(z)}{B^+(z^{-1})|B^-(1)|^2} \quad (11)$$

식(9)와 (11)로 부터

$$G(z^{-1})H(z^{-1}) = \frac{B^-(z^{-1})B^-(z)}{|B^-(1)|^2} \quad (12)$$

식(12)를 검토하면 $G(z^{-1})H(z^{-1})$ 의 주파수 응답이 모든 주파수 영역에서 위상이 0 이며 게인이 1 보다 작게됨을 알수 있다. 따라서 주파수 응답은 복소수 평면에서 0에서 1 사이의 실수축 상에 존재하며 식(8)과 Fig.4의 안정조건을 만족함을 알수있다.

5. 수치시물레이션

본 연구에서 제시하고 있는 학습제어의 성능 확인을 위하여 수치시물레이션을 수행하였다. Tomizuka의 ZMETC 경우와 비교하기위하여 그의 연구 경우와 동일하게 서보 모터 입력력의 전달함수 $G(z^{-1})$ 가 아래와 같이 주어지는 경우를 생각하자[1].

$$G(z^{-1}) = \frac{0.14z^{-1}(1+0.77z^{-1})(1+2.43z^{-1})}{(1+0.14z^{-1})[1+(-0.15+j0.15)z^{-1}][1+(-0.15-j0.15)z^{-1}]} \quad (13)$$

식(9)~(11)로 부터 학습법칙 $H(z^{-1})$ 은 다음과 같이 결정된다.

$$H(z^{-1}) = \frac{(1+0.14z^{-1})[1+(-0.15+j0.15)z^{-1}][1+(-0.15-j0.15)z^{-1}](1+2.43z^{-1})}{0.14z^{-1}(1+0.77z^{-1})(1+2.43z^{-1})} \quad (14)$$

이때

$$G(z^{-1})H(z^{-1}) = \frac{(1+2.43z^{-1})(1+2.43z^{-1})}{(1+2.43z^{-1})^2} \quad (15)$$

식(15)로 정의된 $G(z^{-1})H(z^{-1})$ 와 $1-G(z^{-1})H(z^{-1})$ 의 주파수 응답특성을 각각 Fig.5와 Fig.6에 보였으며 그림에서 보는 바와 같이 학습제어의 안정조건을 만족하고 있음을 알수있다.

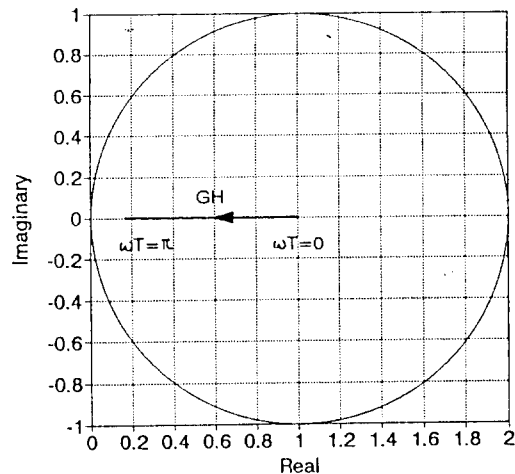


Fig. 5 Frequency response plot of $G(z^{-1})H(z^{-1})$

식(2)와 (13)에서

$$y_r(k) = 0.14[y_{m,r}(k-1) + 3.2y_{m,r}(k-2) + 1.8711y_{m,r}(k-3)] + 0.16y_r(k-1) - 0.003y_r(k-2) - 0.0063y_r(k-3) \quad (16)$$

식(4)와 (14)에서

$$\Delta y_{m,l}(k) = [2.43e_l(k+2) + 0.6112e_l(k+1) - 0.1527e_l(k) + 0.0183e_l(k-1) + 0.0063e_l(k-2)] / 1.6458 - 0.77\Delta y_{m,l}(k-1) \quad (17)$$

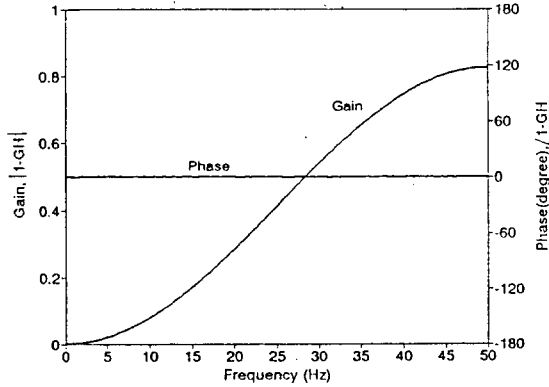


Fig. 6 Frequency response plot of $1 - G(z^{-1})/H(z^{-1})$

Fig.2에 보인바와 같은 한변의 길이가 2a인 정사각단면 선삭의 경우에 대하여 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 초기조건은

$$\begin{aligned} y_{m,0}(k) &= y_r(k) \\ y_0(k) &= \sqrt{2}a, \quad k \leq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

으로 하여 1 주기 동안 즉 $0 < \theta (= \pi N k T / 30) < \pi/2$ 동안의 $y_l(k)$, $e_l(k)$ 를 각각 식(16),(3)으로부터 구하고 식(17)과 식(5)로부터 $\Delta y_{m,l}(k)$ 와 $y_{m,l+1}(k)$ 를 구하여 한 번의 학습이 완료된다.

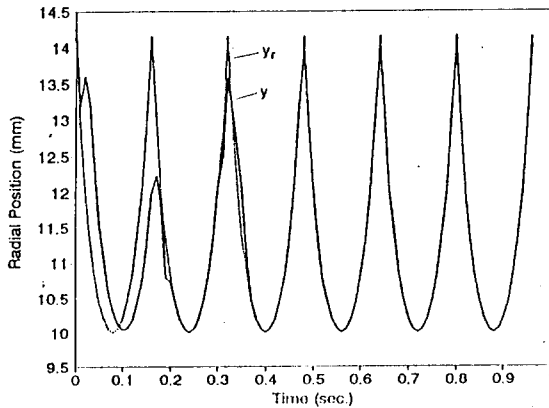


Fig. 7 Simulation result for square cross-sectional cutting with lathe by the learning control. $a=10\text{mm}$, $N=93.7\text{rpm}$, sampling time $T=0.01\text{sec}$.

Fig.7에 $T=0.01(\text{sec})$, $a=10(\text{mm})$, $N=93.7(\text{rpm})$ 의 경우 5번 연속 학습제어 수행의 결과를 보이고 있다. 그림에서와 같이 우수한 추종성능을 보이며 학습후 최대오차는 모서리 부분에서 1.7%(0.123mm)가 발생되었다. Fig.8은 Tomizuka의 ZPETC를 적용한 경우이며 이때의 계산식은 다음과 같다[1].

$$y(k) = [2.43y_m(k+1) + 6.9y_m(k) + 2.43y_m(k-1)] / 11.76 \quad (19)$$

이 경우의 최대오차는 모서리 부분에서 7%(0.498mm)가 발생되었다.

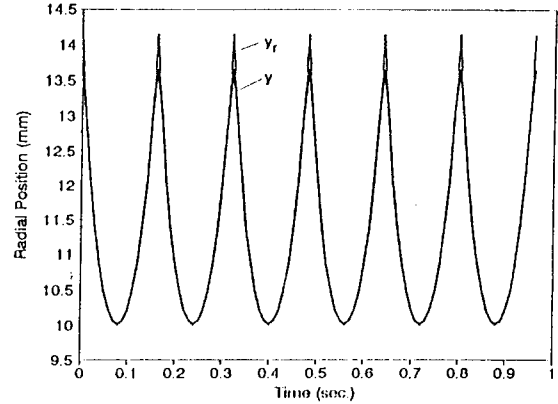


Fig. 8 Simulation result for square cross-sectional cutting with lathe by the ZPETC. $a=10\text{mm}$, $N=93.7\text{rpm}$, sampling time $T=0.01\text{sec}$.

Fig.9는 같은 조건에서 $N=187.4(\text{rpm})$ 일때의 학습제어 결과이며 Fig.10은 ZPETC의 적용 결과이다. 최대오차는 각각 3%(0.219mm), 12.4%(0.874mm)를 보이고 있다. 이상과 같은 결과는 본 연구의 학습제어가 ZPETC에 비해 보다 우수한 추종성능을 갖음을 확인시켜주고 있다.

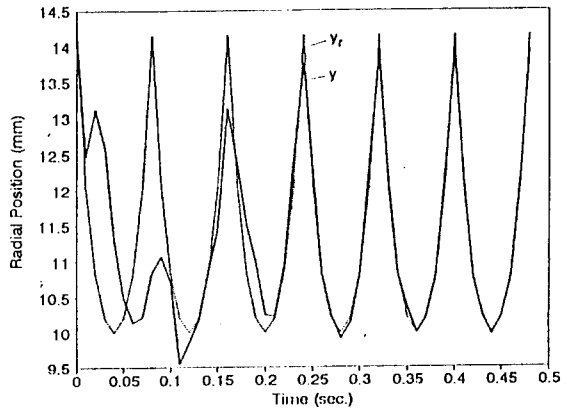


Fig. 9 Simulation result for square cross-sectional cutting with lathe by the learning control. $a=10\text{mm}$, $N=187\text{rpm}$, sampling time $T=0.01\text{sec}$.

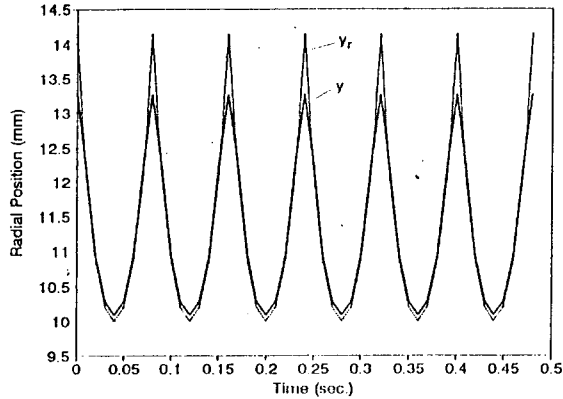


Fig. 10 Simulation result for square cross-sectional cutting with lathe by the ZPETC. $a=10\text{mm}$, $N=187.4\text{rpm}$, sampling time $T=0.01\text{sec}$.

6. 모델링 오차의 영향

식(11)과 같이 학습법칙을 정하기 위하여는 식(9)의 전달함수 $G(z^{-1})$ 를 정확히 규명하는 것이 필요하다. 따라서 $G(z^{-1})$ 의 규명에 오차가 발생하는 경우 학습제어의 안정성은 보장되지 못한다.

모델링 오차에 의해 학습법칙이 아래와 같이 설정되었을 때

$$\hat{H}(z^{-1}) = \frac{\hat{A}(z^{-1})\hat{B}(z)}{\hat{B}^*(z^{-1})|\hat{B}(1)|^2} \quad (20)$$

윗식에서 윗첨자 $\hat{}$ 는 오차를 갖는 평가치이다. Fig.11은 어떤 영점(또는 극점) $1+az^{-1}$ 의 소거를 위해 $1+a_i z^{-1}$ 가 사용되는 경우를 보이고 있다.

Im. Axis

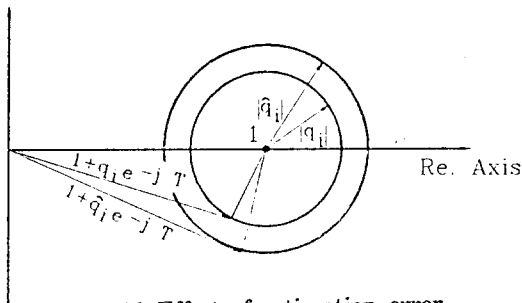


Fig. 11 Effect of estimation error of a system zero(or pole).

a_i 의 평가치 \hat{a}_i 에 오차가 존재함으로써 $1+j\hat{a}_i z^{-1}/1+j\hat{a}_i z^{-1}$ 항은 소거 되지 못한다. 특히 $|a_i| \approx 1$ 일때 오차의 영향은 심각하며 시스템 안정성을 크게 손상할 위험이 있다. 따라서 $G(z^{-1})$ 의 평가에 있어 특히 절대값이 1에 가까운 영점에 대하여는 보다 세심한 주의가 필요함을 알수있다. 본 연구에서 다룬 식(13)의

경우에 영점 및 극점의 절대치가 모두 25% 크게 평가 되었을때 $G(z^{-1})H(z^{-1})$ 의 주파수 응답을 Fig.12에 보였으며 25%작게 평가되었을때를 Fig.13에 보였다.

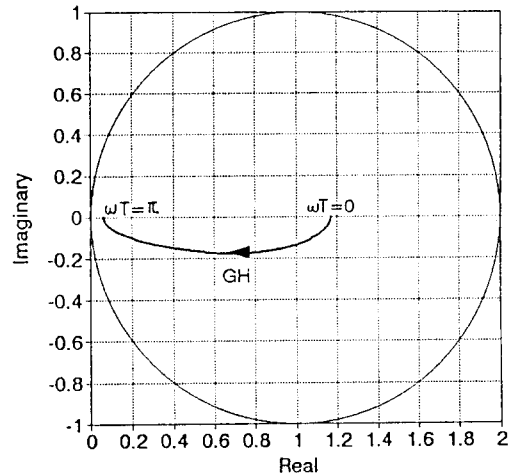


Fig. 12 Frequency response plot of $\hat{G}(z^{-1})\hat{H}(z^{-1})$ with 25% over-estimated system poles and zeros.

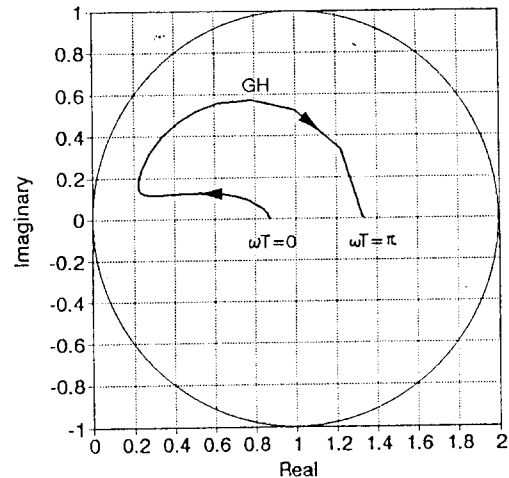


Fig. 13 Frequency response plot of $\hat{G}(z^{-1})\hat{H}(z^{-1})$ with 25% under-estimated system poles and zeros.

그림에서 보는 바와 같이 두 경우 모두 안정조건을 만족함을 알수있으며 이결과는 본 방식의 학습제어가 모델링 오차에 대하여 우수한 강인성을 가짐을 의미하고 있다.

7. 실험

범용 NC-선반에 본 학습제어 알고리즘을 적용하여 그 효과를 확인하였다. 반경방향의 공구위치명령 $y_m(k)$

가 조화함수가 되도록 프로그램을 작성하여 수행시켰으며 반경방향 공구위치 $y(k)$ 를 gap sensor로써 측정하였다. 이와 같은 입력주파수 변화에 따른 응답특성 실험 결과로부터 $T=0.01$ sec., 전달함수 $G(z^{-1})$ 을 아래의 식(21)과같이 구하였다.

$$G(z^{-1}) = \frac{0.046z^{-1}(1+3z^{-1})}{[1+(-0.6+j0.15)z^{-1}][1+(-0.6-j0.15)z^{-1}]} \quad (21)$$

식(11)로부터 학습법칙은 아래의 식(22)로 결정된다.

$$H(z^{-1}) = \frac{[1+(-0.6+j0.15)z^{-1}][1+(-0.6-j0.15)z^{-1}](1+3z)}{0.046z^{-1}|1+3|^2} \quad (22)$$

범용 NC-선반의 경우 본 연구에서 제시한 형식으로 $y_m(k)$ 를 입력할 수 없으므로 식(21)과 식(22)을 사용하여 개인용 컴퓨터에서 수치시뮬레이션을 수행하였다. 수치시뮬레이션의 결과로부터 $y_{m,i}(k)$ 를 구하였으며 이것을 NC 프로그래밍으로 입력하여 그 효과를 확인하였다.

원하는 반경방향 공구위치 $y_r(k)$ 를 편이상 4Hz, 진폭 2.5mm, 바이어스(bias) 2.5mm의 삼각파로 하였다. Fig.14에 본연구의 학습제어를 적용하지 않은 경우, 즉 $y_m(k)=y_r(k)$ 경우의 수치 시뮬레이션 결과를 보이고 있으며 Fig.15에는 그 실험결과를 보이고 있다. 이결과는 진폭 1.69mm, 바이어스 2.54mm로 정량적으로 서로 잘 일치하고 있음을 보인다.

Fig.16은 5번 학습후의 수치 시뮬레이션 결과를 보이고 있으며 $y(k)$ 가 $y_r(k)$ 에 거의 일치하고 있음을 보인다. Fig.17은 Fig.16에서보인 $y_{m,5}(k)$ 를 NC 프로그램으로 입력하여 실행시켰을때의 실험결과를 보이고 있다. Fig.17의 실험결과는 진폭 2.27mm, 바이어스 2.65mm를 보이고있으며 이 결과는 Fig.15의 결과를 비교할때 본 학습제어에 의해 추종성능이 크게 개선되었음이 실험적으로 확인된다.

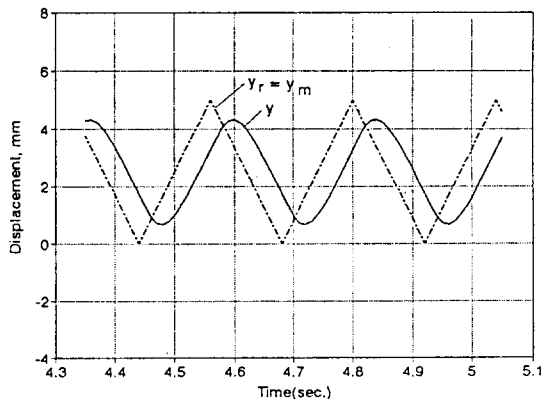


Fig. 14 Simulation result without the learning control, i.e., $y_m(k)=y_r(k)$.

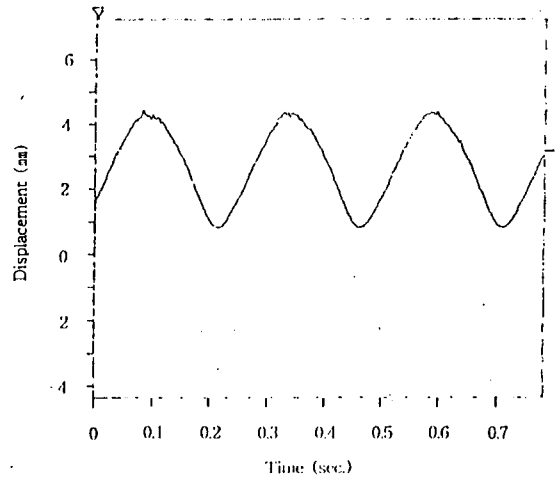


Fig. 15 Experimental result without the learning control, i.e., $y_m(k)=y_r(k)$.

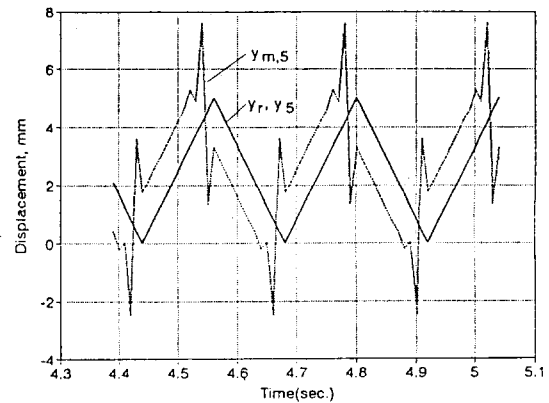


Fig. 16 Simulation result with the learning control after 5 learns.

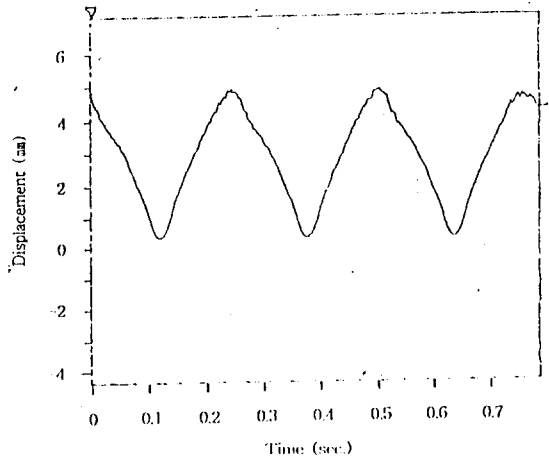


Fig. 17 Experimental result with the learning control. $y_{m,5}(k)$ is determined by offline simulation and programmed manually.