

주파수 형태의 성능지수를 고려한 능동형 현가장치 제어 (Active Suspension Control using a Frequency-Shaped Performance Index)

김희수*(전남대 대학원), 기창두, 황원걸(전남대)

H.S. Kim*(Graduate School), C.D. Kee, W.G. Hwang(Chonnam Nat. Univ.)

ABSTRACT

A 1/4 car model(2 DOF system) is employed to evaluate the performance included a quadratic cost functional in frequency domain. The design procedure of feedback control to optimize the performance index results in a modified Linear-Quadratic-Gaussian problem and cultivates a quite simple control algorithm.

Computer simulation result is shown that the LQG method using frequency shaped performance index is outstanding in ride comfort and its response converges to the steady state very rapidly in comparison with the known passive suspension, classical design methods LQR and LQG.

1. 서론

차량에서의 현가장치는 크게 2가지의 역할을 분담한다. 첫번째는 노면의 불량에 의한 차량의 상하, 좌우 진동을 완화시킴으로써 좋은 승차감을 유지하는 반면 차체 구조 및 승객, 화물을 보호하는 것이고 두번째는 차량의 주행에 적합하도록 차륜의 자세를 유지함으로써 조향성과 안정성 등 차량의 동적 성능을 확보하는 것이다. 그러나 이 두가지 역할은 서로 상쇄적인 관계가 있으며 일반적인 차량에는 이 조건을 모두 만족시킬 수 없다. 따라서 이 문제를 효과적으로 해결하기 위해서는 제어 이론을 사용하여 인위적으로 극복함으로써 승차감 개선 및 동적 성능 향상 등을 꾀하고자 하는 능동형 현가장치의 개발은 필연적이다.⁽³⁻⁶⁾

능동형 현가장치는 차량에 임의로 에너지를 공급할 수 있는 시스템으로 자동차의 정적 및 동적 특성에 모두 영향을 준다. 이 시스템은 기존 현가 시스템에 유/공압식 에너지 공급 장치를 장착하여 차체의 고유 진동수 영역까지도 능동식 제어 범위로 고려한다.^(1,2) 완전 능동식 현가시스템은 1989년 영국의 Lotus사에 의해 개발되어 스포츠카에 사용되고 있지만 많은 에너지의 소모, 고가의 제어 요소인 각종 센서류 및 유압 밸브들에 의한 문

제점이 많이 존재한다.⁽⁶⁾

본 연구에서는 이러한 능동형 현가시스템에 수반되는 문제점들을 보완할 제어 알고리즘을 개발하는데 있어서, 기존의 최적 제어 기법을 근거로 해서 제어기의 설계 방법을 제안하였으며, 특정 주파수를 억제시키기 위한 주파수 형태의 적절한 성능 지수 함수를 설정하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 주행 승차감면에서 제안된 제어기의 효율성을 검증하였다.

2. LQG 제어 이론

2.1 제어 법칙 설계⁽¹⁾

LQG 제어 이론은 선형적 모델(linear model), 가우스 잡음(Gaussian noise) 그리고 2차 성능 지수(quadratic performance index)를 근본으로 하는 현대 제어 이론이다. 상태 변수 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + w \quad x(0) = x_0 \quad (0 \leq t \leq t_f) \quad (1)$$

여기에서, x 는 $n \times 1$ 상태 벡터, u 는 $q \times 1$ 제어 벡터 그리고 w 는 $n \times 1$ 가우스 잡음이다.

시간 영역에서의 성능 지수는 식(2)와 같이 정의할 수 있으며 최적 제어는 이 식을 최소화시키는 제어 벡터 u 를 찾는 것이다.

$$J = \int_0^t [x^T R x + u^T Q u] dt + x^T(t_f) S_f x(t_f) \quad (2)$$

여기에서, R 은 양의 반한정, Q 는 양의 한정 행렬이다.

식(2)의 성능 지수를 주파수 영역에서의 함수로 정의 하기 위해 무한한 시간 영역에서, 시간 t_f 에서의 가중치 가 없다고 가정하면, Parseval 정리를 사용해서 식(3)과 같이 주파수 형태의 비용 함수로 변환된다.

$$J = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [x^*(j\omega) F x(j\omega) + u^*(j\omega) G u(j\omega)] d\omega \quad (3)$$

식(3)에서 행렬 F , G 는 주파수 영역에서의 함수로 만들 수 있다. 가중치 함수인 $F(j\omega)$ 와 $G(j\omega)$ 를 제어하려는 주파수 제곱의 유리함수 즉, ω^2 이라고 가정하면, 양의 반한정인 $F(j\omega)$ 와 양의 한정인 $G(j\omega)$ 에 대해서 체계 적으로 제어 설계 과정을 유도할 수 있다. 특정 제어 설계 과정을 유도하기 위해서, $F(j\omega)$ 의 랭크가 p 이고 $G(j\omega)$ 는 전랭크 q 를 가지면서 양의 한정이라고 가정하면 다음과 같이 $F(j\omega)$, $G(j\omega)$ 를 정의할 수 있다.

$$F(j\omega) = P_1^*(j\omega) P_1(j\omega) \quad (4)$$

$$G(j\omega) = P_2^*(j\omega) P_2(j\omega) \quad (5)$$

여기에서, P_1 과 P_2 는 $p \times n$, $q \times q$ 차원의 유리 행렬들이고, $F(j\omega)$, $G(j\omega)$ 는 Hermitian 행렬이다.

$P_1(j\omega)$, $P_2(j\omega)$ 를 이용한 새로운 함수 x_p 와 u_p 를 다음과 같이 정의한다.

$$P_1(j\omega)x = x_p \quad (6)$$

$$P_2(j\omega)u = u_p \quad (7)$$

$P(j\omega)$ 가 $j\omega$ 에 대한 다항식의 비이고 영점들의 수가 극점들의 수를 초과하지 않는다면, 식(6),(7)은 각각 출력 x_p 와 u_p 를 갖는 미분방정식 형태의 시스템으로 쓸 수 있다.

$$\dot{z}_1 = A_1 z_1 + B_1 x_p \quad x_p = C_1 z_1 + D_1 u_p \quad (8)$$

$$\dot{z}_2 = A_2 z_2 + B_2 u_p \quad u_p = C_2 z_2 + D_2 u \quad (9)$$

여기에서, 극점들의 수가 영점들의 수보다 하나라도 더 많으면, D_1 과 D_2 는 0이 된다.

상태 방정식과 비용 함수를 고려한 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ B_1 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (10)$$

$$J_{ss} = E \begin{bmatrix} x^T & z_1^T & z_2^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1^T D_1 & D_1^T C_1 & 0 & 0 \\ C_1^T D_1 & C_1^T C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2^T C_2 & C_2^T D_2 \\ 0 & 0 & D_2^T C_2 & D_2^T D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z_1 \\ z_2 \\ u \end{bmatrix} \quad (11)$$

벡터와 행렬을 타당하게 정의하면, 식(10),(11)은 다음과 같이 된다.

$$\dot{X} = A^1 X + B^1 u \quad (12)$$

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T \begin{bmatrix} X^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & N \\ N & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ u \end{bmatrix} dt \quad (13)$$

2.2 최적 제어 입력⁽⁷⁾

시간 t 까지의 비용 함수 J_t 는 다음과 같다.

$$J_t = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{2t_f} \left[\int_0^{t+\Delta t} \left[X^T A X + u^T N X + X^T N u + u^T B u \right] d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left[X^T A X + u^T N X + X^T N u + u^T B u \right] d\tau \right]$$

$J_{t+\Delta t}$ 의 최적 제어를 $V(t+\Delta t, X(t+\Delta t))$ 라고 가정하면 J_t 는 식(14)와 같이 된다.

$$J_t = V \left[t + \Delta t, X(t + \Delta t) \right] + \int_0^{t+\Delta t} \left[X^T A X + u^T N X + X^T N u + u^T B u \right] d\tau \quad (14)$$

Taylor 급수로 전개한 후, Δt 로 나누고 극한을 취하면, 다음과 같다.

$$0 = \frac{\partial}{\partial \alpha} V(t, X(t)) + \min_{u(t)} \nabla_x V(t, X(t))^T [\Lambda^T X + B^T u] + X^T \Lambda X + u^T N X + X^T N u + u^T B u \quad (15)$$

식(15)를 u 에 대해서 미분하면,

$$\nabla_u(\bullet) = B^T \nabla_x V(t, X(t)) + 2B u + 2N^T X = 0 \quad (16)$$

따라서, 최적 제어 입력(optimal control input) $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$u(t) = -\frac{1}{2} [B]^T (B^T \nabla_x V(t, X(t)) + 2N^T X)$$

여기에서, $\nabla_x V = 2S(t)X(t)$ 이므로, 최적 제어 입력은 다음과 같다.

$$u(t) = -[B]^{-1} [SB^T + N]^T X \quad (17)$$

다음의 수정된 대수 Riccati 방정식을 풀므로써 제어 법칙(control law)을 구한다.

$$-SA^T - A^T S - A + (SB^T + N)[B]^{-1}(SB^T + N)^T = 0 \quad (18)$$

식(17)은 다음과 같은 등가 형태로 쓸 수 있다.

$$u = C_1 x + C_2 z_1 + C_3 z_2 \quad (19)$$

이의 구조는 Fig. 1에 나타나 있다.

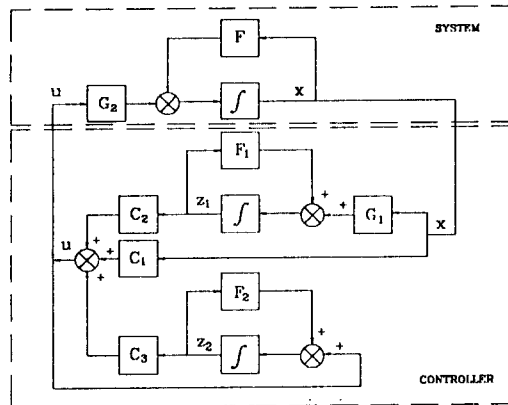


Fig. 1 Structure of the Generalized Controller

3. 능동형 현가계의 모델링

3.1 1/4 차량 모델

시스템 성능을 간단하고 명확하게 해석하기 위해 Fig.2에서 보인 2자유도 현가계(1/4 car model)를 고려해서 모델링하면 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s &= k_s(z_u - z_s) + b_s(\dot{z}_u - \dot{z}_s) + F_\lambda \\ m_u \ddot{z}_u &= -k_s(z_u - z_s) - b_s(\dot{z}_u - \dot{z}_s) - F_\lambda + k_t(z_r - z_u) \end{aligned} \quad (20)$$

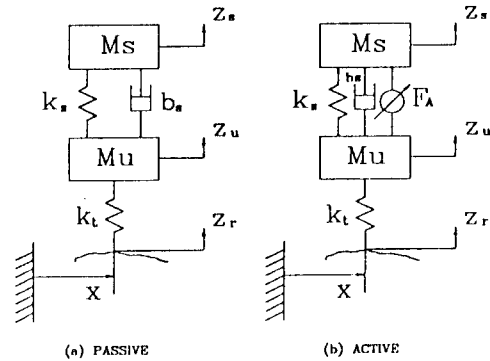


Fig.2 1/4 car model

상태 변수를 다음과 같이 정의하자.

- $x_1 = z_s - z_u$: 현가장치 변위
- $x_2 = \dot{z}_s$: 스프링상 질량의 절대 속도
- $x_3 = z_u - z_r$: 타이어 변위
- $x_4 = \dot{z}_u$: 스프링하 질량의 절대 속도

운동 방정식은 다음과 같은 상태 공간 표현(state space representation)으로 나타낼 수 있으며, 행렬 및 벡터 표현을 이용하면,

$$\dot{X} = \Lambda X + B F_\lambda + \Gamma \dot{z}_r \quad (21)$$

여기에서,

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ \frac{1}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} & 0 & \frac{b_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4. 현가계의 성능 평가

4.1 전달 함수⁽³⁾

현가계의 주파수 응답의 평가를 위해서 식(20)을 Laplace 변환하고, 다음의 전달 함수(transfer function:TF)를 도입하였다.

$$\begin{aligned} H_A(s) &= \frac{\ddot{z}_r(s)}{\dot{z}_r(s)} \\ H_{RS}(s) &= \frac{z_s(s) - z_u(s)}{\dot{z}_r(s)} \\ H_{TD}(s) &= \frac{z_u(s) - z_t(s)}{\dot{z}_r(s)} \end{aligned} \quad (22)$$

여기에서, $H_A(s)$, $H_{RS}(s)$, $H_{TD}(s)$ 는 각각 스프링상 질량 가속도, 현가 변위 그리고 타이어 변위 전달 함수이다.

능동 제어력 F_A 를 결정하기 위해 다음과 같은 전상태 궤환 법칙(full state feedback)을 고려하였다.

$$F_A = -g_1x_1 - g_2x_2 - g_3x_3 - g_4x_4 = -GX \quad (23)$$

여기에서, $G = [g_1, g_2, g_3, g_4]$ 는 피드백 게인 행렬이며, 식(22)의 전달 함수는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} H_A(s) &= \frac{s(m_u g_3 s^2 + (b_s - g_4)k_1 s + (k_s + g_1)k_1)}{d(s)} \\ H_{RS}(s) &= \frac{(g_3 m_u - (k_1 - g_3)m_s)s - (g_2 + g_4)k_1}{d(s)} \\ H_{TD}(s) &= -\frac{\alpha(s)}{d(s)} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} d(s) &= m_u m_s s^4 + ((b_s + g_2)m_u + (b_s - g_4)m_s)s^3 \\ &+ ((k_s + g_1)m_u + (k_1 + k_s + g_1 - g_3)m_s)s^2 + (b_s + g_2)k_1 s + (k_s + g_1)k_1 \\ \alpha(s) &= m_u m_s s^3 - ((b_s - g_4)m_s + (b_s + g_2)m_u)s^2 + (k_s + g_1)(m_u + m_s)s \end{aligned}$$

4.2 시뮬레이션 및 결과

LQR 제어 이론에서의 궤환 이득은 가중 인자 (weighting factor) ρ 에 의해서 영향을 받게 되는데, 이 가중 인자는 해석자의 주관과 판단에 의해 결정되는 상수이다. 스프링상 질량의 진동 모드에서의 승차감 성능 개선은 스프링상 질량의 절대 속도 궤환의 항(x_2)에 의

하여 크게 영향을 받고 있다. 따라서, 본 연구에서는 절대 속도 궤환 법칙을 도입하였다. 절대 속도 궤환 법칙은 다음과 같다.

$$F_A = -g_2 x_2 \quad (25)$$

실제로 현가계의 피드백 시스템을 구축하는데 있어서 전상태 궤환은 센서의 다중화 및 계측상의 어려움(특히 타이어 변위)이 많으므로, 스프링상 질량의 절대 속도만을 측정하여 식(25)와 같은 간단한 제어 법칙을 이용하는 것이 보다 실제적인 문제의 해결책이라고 사료된다.

본 논문에서는 LQG 제어 이론과 비교하기 위해서 부가적으로 도입한 LQR 제어 이론에서의 최적 제어 입력을 구하는데 있어서 승차감 향상을 위해 가중 인자 $\rho = (400 \ 16 \ 400 \ 16)$, 게인 $G = [0 \ 3000 \ 0 \ 0]$ 을 사용하였다.

시뮬레이션을 통해서 1/4 차량 모델의 고유 진동수는 대략 1Hz와 10Hz임을 알 수 있는데, 10Hz는 스프링상 질량과 밀접한 관련이 있는 고유 진동수이므로 수동형 현가계의 제어 범위의 관점에서 파악되어야 한다.

본 연구에서는 능동형 현가계의 제어 범위인 6-7Hz 이하의 저주파 대역인 1Hz를 억제하기 위한 주파수 형태의 성능지수를 적용하였다. 그리고 차량 모델로는 시스템 성능을 명확하게 파악하기 위해서 1/4 차량을 모델링하였으며 MATLAB을 이용해서 시뮬레이션하였다. 시뮬레이션을 위한 1/4 차량 제원은 Table.1에 나타나 있는 데이터를 사용하였다.

Table.1 Design Parameter of 2 DOF Vehicle Suspension

model name	symbol	unit	value
sprung mass	m_s	kg	240
unsprung mass	m_u	kg	36
suspension damping	c_s	Nsec/m	980
suspension stiffness	k_s	N/m	16,000
tire stiffness	k_t	N/m	160,000

Fig.3과 Fig.4에서는 스프링상 질량 가속도 및 타이어 변형의 전달 함수를 나타내고 있는데, 승차감과 조종성 사이의 절충성이 잘 나타나 있다. 특히, 조종 특성을 대변하고 있는 타이어 변형의 전달 함수를 보면, 승차감

향상을 위한 LQR 이론의 2차 모드 부근에서는 레벨이 증가되어 조종성에는 좋지 않은 영향을 미치고 있음을 볼 수 있지만 LQG 이론을 사용했을 때는 PASSIVE, LQR 이론과 비교했을 때, 2차 모드에서는 별 영향이 없으나 1차 모드에서는 매우 우수하게 레벨을 감소시켜 승차감을 향상시킬 수 있음을 알 수 있다.

Fig.5,6,7,8은 스프링상 질량의 변위 및 가속도 응답을 나타내고 있는데, 시스템의 능동 제어력 F_A 에 의해 변위 및 가속도의 진동 전원이 잘 되고 있으며, 정상 상태로의 수렴 시간도 상당히 단축됨을 알 수 있다.

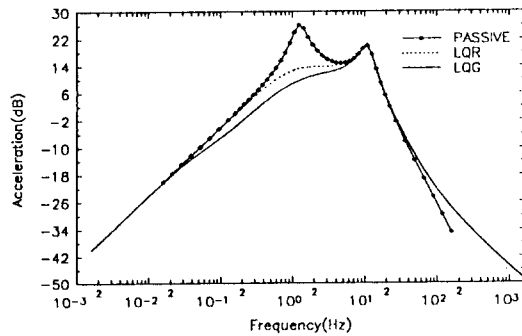


Fig.3 Comparison of the Sprung Mass Acceleration T.F

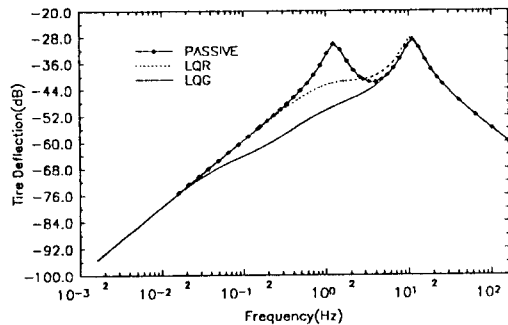


Fig.4 Comparison of the Tire Deflection T.F

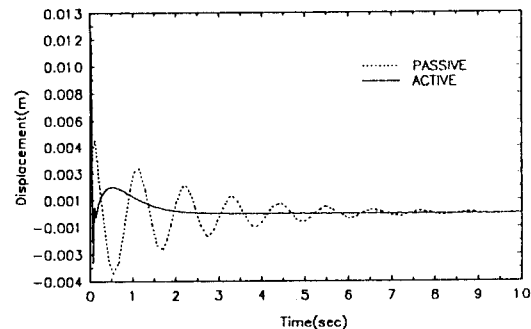


Fig.5 Relative Displacement of the Masses($z_s - z_u = 0.01$ m)

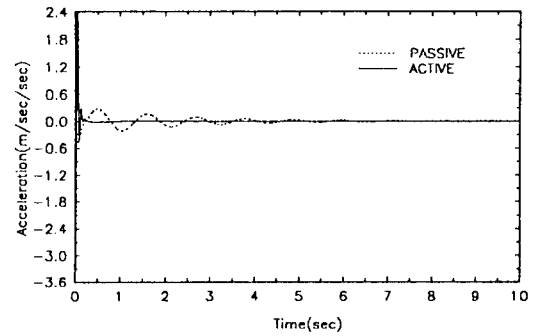


Fig.6 Acceleration of the Sprung Mass

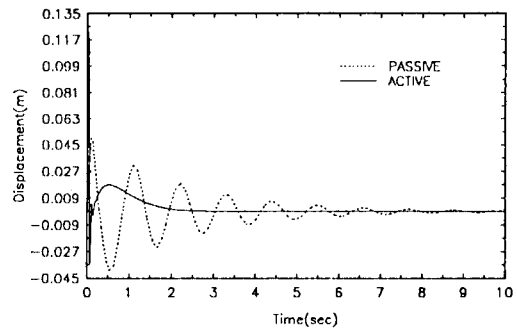


Fig.7 Relative Displacement of the Masses($z_s - z_u = 0.1$ m)

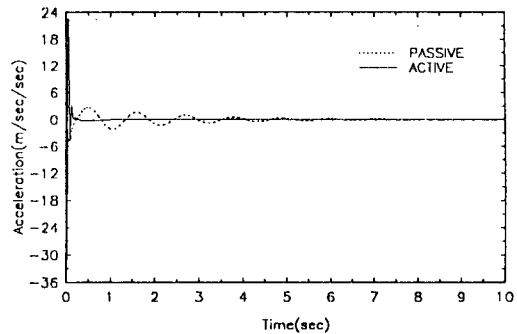


Fig.8 Acceleration of the Sprung Mass

5. 결론

현가 변위에 대한 1차 모드 이하의 저주파 영역과 타이어 변위에 대한 2차 모드 부근의 주파수 영역을 주목할 수 있는데, 1차 모드를 고려하여 1Hz에서의 응답을 최소화하기 위한 주파수 형태의 성능지수를 고려해서 얻은 최적 제어 입력을 적용시켰을 때, 스프링상 질량 가속도, 현가 변위 및 타이어 변위의 전달 함수를 수동형 현가장치와 비교하면 아주 우수한 동적 특성을

얻을 수 있었다. 또한, 자동차 이외의 구조물 진동에서 주어진 환경에 능동적으로 대처할 수 있는 제어기 설계 기법에 응용하여 보다 어려운 시스템에 적용할 수 있도록 확장시킬 수 있을 것으로 사료된다.

본 논문에서 주파수 형태의 성능지수를 고려한 LQG 제어 이론을 적용한 후, 능동형 현가장치의 성능을 평가함으로써 다음의 결론을 얻었다.

1. 주파수 영역에서의 해석 결과

기존의 수동형 현가시스템과 LQR 제어 이론을 적용한 능동형 현가시스템을 1Hz 부근에서, 스프링상 질량 가속도 및 타이어 변위의 전달 함수를 주파수 형태의 성능지수를 고려한 LQG 제어 이론을 적용했을 때와 비교했을 때, 현저하게 저주파수대의 레벨을 감소시킴으로써 승차감을 향상시킬 수 있었다.

2. 시간 영역에서의 해석 결과

스프링하 질량과 타이어 사이의 상대 변위가 0.01(m)와 0.1(m)인 경우, 스프링상 질량과 스프링하 질량 사이의 변위 및 가속도 응답을 수동형 현가장치와 비교했을 때, 정상 상태로의 수렴 시간은 우수하게 단축된 반면, 과도 응답은 다소 커지는 단점이 있었다.

참고 문헌

1. Narendra K. Gupta, "Frequency-Shaped Cost Functionals : Extension of Linear-Quadratic-Gaussian Design Methods," J. of Guidance and Control Vol 3, NO. 6, 1980.
2. KA C. Cheok, Hongxing Hu and Nan K. Loh, "Optimal Output feedback regulator with frequency-shaped cost functional," Int. J. of Control, 1988 Vol. 47, NO. 6.
3. C. Yue and T. Butsuen, "J. K. Hedrick. Alternative Control Laws for Automotive Active Suspensions," J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, June, 1989, Vol. 111.
4. Kyoungsu Yi and Karl Hedrick, "Dynamic Tire Force Control by Semiactive Suspensions," J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, September 1993, Vol. 115.
5. 박 호, "Performance Sensitivity Analysis and Active Vibration Control for an Automotive Vehicle Suspensions," 한양대학교 박사학위 논문, 1990.
6. Baker. A., "Lotus Active Suspensions," Automotive Engineer, " Vol. 9, No. 1, 1984.
7. Huibert Kwakernaak and Raphael Sivan, "Linear Optimal Control Systems," John Wiley & Sons, Inc., 1972.