

2차원 박판성형공정해석을 위한 강소성 외연적 유한요소수식화

Rigid-Plastic Explicit Finite Element Formulation for
Two-Dimensional Analysis of Sheet Metal Processes

안 동규*, 정 동원**, 양 동열**

(* : 대우중공업(주) 우주항공연구소, **: 한국 과학 기술원)

ABSTRACT

The explicit scheme for finite element analysis of sheet metal forming problems has been widely used for providing practical solutions since it improves the convergency problem, memory size and computational time especially for the case of complicated geometry and large element number. In the present work, a basic formulation for rigid-plastic explicit finite element analysis of plain strain sheet metal forming problems has been proposed. The effect of some basic parameters involved in the dynamic analysis has been studied in detail. A direct trial-and-error method is introduced to treat contact and friction. In order to show the validity and effectiveness of the proposed explicit scheme, computations are carried out for cylindrical punch stretching and the computational results are compared with those by the implicit scheme as well as with a commercial code. The proposed rigid-plastic explicit finite element method can be used as a robust and efficient computational method for analysis of sheet metal forming.

1. 서론

현재 박판성형공정을 해석하기 위해 사용되고 있는 여러 방법중 복잡한 형상의 제품을 성형 해석할 수 있는 방법으로는 비선형 유한요소해석법이 타 방법에 비해 적용범위가 넓으며 비교적 정확한 해석 결과를 얻을 수 있다.

비선형 유한요소해석법에는 여러가지 방법들이 있다. 이 방법들중 내연적 유한요소해석법과 외연적 유한요소해석법이 많이 쓰인다. 내연적 유한요소해석법은 기하학적 형상이 매우 복잡하거나 대용량의 문제에 대해서는 수렴성이 문제가 되어 정량적 해를 얻을 수 없다. 그러나, 외연적 유한요소해석법은 수렴성이 문제가 되지 않아 복잡한 형상이나 대용량의 문제에도 적용하여 정량적인 해를 얻을 수 있다. 이러한 장점을 가진 외연적 유한요소해석의 연구사례를 보면 1986년 Honecker와 Mattiason[1]에 의해서 ABAQUS/Implicit과 LS-DYNA3D를 박판 스템핑 공정에 적용 외연적 유한요소해석법의 효율성을 보였고, 1990년에 Hallquist와 Stillman[2]등에 의해 LS-DYNA3D 프로그램이 나왔으며 1991년에 Karlsson[3]등에 의해 ABAQUS/Explicit가 개발되었다. 또한, Nagtegaal과 Taylor[4]에 의해 사각형 킵 드로우잉과 반구형 펀치 스트레칭에 적용되었다. 또한, Nakamachi등[5]이 이방성 재료에 대한 탄소성 외연적 유한요소법을 이용하여 사각형 킵 드로우잉공정을 해석하였다. 그러나, 위 연구사례들은 외연

적 유한요소해석법에 탄소성 유한요소해석을 접목시킨 탄소성 외연적 유한요소해석이였다. 그러나, 본 연구에서는 외연적 유한요소해석의 장점을 평면변형을 가정한 강소성 유한요소해석법에 접목시켜 평면변형을 가정한 강소성 유한요소법을 제한하였다. 또한, 제안된 방법의 해에 영향을 미치는 매개변수, 즉, 질량, 감쇄비, 시간간격, 펀치 속도, 내부에너지 및 운동에너지의 영향에 대해 살펴보았다. 한편, 제안된 방법의 타당성과 효율성을 보이기 위해 실린더형 펀치 스트레칭 예제를 통해 평면 강소성 유한요소해석 프로그램 및 외연적 유한요소해석용 상용프로그램인 LS-DYNA 3D, ABAQUS/EXPLICIT 와 비교, 분석 하였다.

2. 이론해석

2.1 기본 수식화

본 연구에서는 Chung과 Yang[6]등에 의해 개발된 Hill의 신이방성 이론을 따르는 재료에 대한 강소성 유한요소해석법을 이용하여 강소성 외연적 유한요소법을 개발하였다.

이때 Δt 에서 $\Delta t + \tau$ 까지 변형할 때 가상일의 원리는 다음과 같다.

$$\int_{A^0} \bar{\sigma}(\delta \Delta \bar{\epsilon}) t^0 dA^0 = \int_{A^0} \delta \bar{u}^T f^B t^0 dA^0 + \int_S \delta \bar{u}^{ST} f^S dS \quad (1)$$

달랑베르의 법칙(D'Alembert's)으로부터

$$\int_{A^0} \delta \bar{u}^T f^B t^0 dA^0 = \int_{A^0} \delta \bar{u}^T (f^B - \rho \ddot{u}) t^0 dA^0 \quad (2)$$

여기서, f^B 는 관성력을 제외한 것이다,

또한, 동적거동에 대한 에너지 발산효과를 고려하면

$$\int_{A^o} \delta u^T f^B t^o dA^o = \int_{A^o} \delta u^T (f^B - \rho \ddot{u} - k u) t^o dA^o \quad (3)$$

이 된다.

여기서, f^B 는 관성력과 점성력을 제외한 것이다, 그러므로, 동적거동을 고려한 가상일의 원리는,

$$\int_{A^o} \rho \delta u \ddot{u} t^o dA^o + \int_{A^o} k \delta u u t^o dA^o \quad (4)$$

$$= \int_{S^o} t \delta u dS^o - \int_{A^o} \bar{\sigma}(\Delta \epsilon) t^o dA^o$$

이 된다.

그러므로, 지배방정식은

$$[M]\ddot{U} + [C]\dot{U} = [F^{ext}] - [F^{int}] \quad (5)$$

이 된다.

위의 식으로부터 동적평형을 만족하는 가속도를 구한다.

그후, 중앙차분법에 의해 속도와 변위를

$$\dot{u}_{(i)} = \dot{u}_{(i-1)} + \Delta t \cdot (\ddot{u}_{(i)}) \quad (6)$$

$$u_{(i)} = u_{(i-1)} + \Delta t \cdot (\dot{u}_{(i)})$$

로 계산한다.

2.2 접촉처리 (Contact Treatment)

외연적 유한 요소 해석에서의 접촉처리는 직접적 시행착오법(Direct Trial and Error Method) [3,7]을 사용하였다. 직접적 시행착오법의 절차는 다음과 같다.

첫단계로서는, Fig.1의 박판과 금형이 서로 접촉하여 Fig. 2와 같이 되면 각 절점의 가속도, 속도, 변위를 각각 구한다.

$$a^{pred} = (F_{ext}^{(i+1)} - F_{in}^{(i+1)}) / M$$

$$v^{pred} = v^{(i)} + \frac{t^{(i+1)} + t^{(i)}}{2} \cdot a^{pred} \quad (7)$$

$$u^{pred} = u^{(i)} + \frac{t^{(i+1)} + t^{(i)}}{2} \cdot v^{pred}$$

다음 단계에서는 각 절점이 금형을 침입하지 못하도록 각 절점의 저항력을 계산하여 가속도, 속도, 변위를 보정하면 Fig. 3과 같은 상태가 된다.

$$a^{cor1} = \frac{\delta}{\Delta t^2} \quad (8)$$

보정된 가속도, 속도 및 변위는 다음과 같이 주어진다.

$$a^{(i+1)} = a^{pred} + a^{cor1}$$

$$v^{(i+1)} = v^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot a^{(i+1)} \quad (9)$$

$$u^{(i+1)} = u^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot v^{(i+1)}$$

2.3 미끄러짐(Slip) 및 접촉(Stick) 체크

외연적 유한요소해석에서는 박판과 금형이 서로 상대속도를 가지고 있다. 그러므로, 미끄러짐과 접촉을 판단하는 방법도 상대속도에 의해 결정된다.

미끄러짐과 접촉을 판단하는 절차는 다음과 같다.

i) 접촉 상태에서 계산된 가속도, 속도, 변위를 가상적 가속도, 속도, 변위로 생각한다.

$$a^{pred} = a^{(i+1)} \\ v^{pred} = v^{(i+1)} \quad (10)$$

ii) 금형과 박판의 상대속도를 계산한다.

$$v_{rel} = T \cdot (v_{sheet}^{pred} - v_{tool}^{pred}) \quad (11)$$

iii) 상대속도에 의한 마찰력(Friction Force)을 계산한다.

$$F_{rel} = \frac{M v_{rel}}{\Delta t^{(i)}} \quad (12)$$

한편, 각 절점의 마찰력은 쿠울롬마찰력 이상이 될 수 없다.

iv) 미끄러짐과 접촉을 판단한다.

$$F_{frict} = \frac{F_{rel}}{|F_{rel}|} \min(\mu F_{norm}, |F_{rel}|) \quad (13)$$

여기서, $F_{norm} = m\delta / \Delta t^2$ 이다.

v) 식(13)에서 계산된 마찰력에 의해 가속도, 속도, 변위를 다시 보정한다.

$$a^{cor1} = \frac{F_{frict}}{M}$$

$$a^{(i+1)} = a^{pred} + a^{cor1} \quad (14)$$

$$v^{(i+1)} = v^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot a^{(i+1)}$$

$$u^{(i+1)} = u^{pred} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \cdot v^{(i+1)}$$

3 외연적 유한요소해석의 매개변수에 대한 연구

3.1 질량(Mass)행렬 구성

외연적 유한요소해석에서는 질량 행렬의 구성방법이 해의 정확도에 영향을 준다. 또한 질량을 변화킴으로써 계산시간을 조절할 수 있다.

각 절점의 질량을 구하는 방법은 연속적 질량(Consistent Mass)과 집중적 질량(Lumped Mass) 두가지가 있다[8-10]. 특히, 집중적 질량법은 요소단위로(Elementwise) 해를 계산할 수 있으므로 계산시간을 많이 감소시킬 수 있는 장점이 있다. 그러나, 집중질량법을 사용한 외연적 유한요소해석법이 해의 정확도를 보장받기 위해서는 다음 관계를 만족시켜야 한다[8].

$$\text{적분점의 수} \geq 2(p-m) \quad (15)$$

여기서, p 는 형상함수 $[N]$ 의 최대차수이고, m 은 변형에너지식에서의 최대차수이다.

본 연구에서는 전체질량이 보존되고 영질량과 음의 질량이 발생하지 않으며, 저차의 요소를 사용할 경우 해의 정확도가 높은 HRZ 집중용량법을 사용하였다.

HRZ 집중용량법의 질량행렬구성식은 다음과 같다.

$$[M^e] = \alpha \delta_{ij} \int_V \rho [N]^T [N] dV^e$$

$$\alpha = \frac{\int_V \rho dV^e}{\sum_{n=1}^n \int_V \rho N^2 dv} \quad (16)$$

그리고, 질량 스케일링을 통해서 계산시간을 감소시킬 수 있다.

$$[M_e] = C_m [M_e] \quad (17)$$

3.2 감쇄비 (damping ratio)

감쇄는 재료의 이력현상(Hysteresis)이나 접촉부위의 미끄러짐과 같은 에너지 발산 메카니즘에 의해 나타난다. 본 연구에서는 특정 임계 감쇄비를 도입하여 심성감쇄를 계산하여 사용하는 가상 감쇄법(Spectral Damping Method)중 대표적인 방법인 비례감쇄법(Proportional Damping)을 사용하였다.

박판성형공정에서는 고유진동수값이 작기 때문에 질량비례감쇄를 사용한다.

$$\beta = 2w\zeta = \frac{[C]}{[M]} \quad (18)$$

P.C.Chou[14]등에 의해 업셋팅 및 링압축실험의 탄소성 해석의 경우

$$\beta \leq 0.002 / dt \quad (19)$$

가 적절함이 알려져 있다.

3.3 시간 간격(Time interval)

외연적 유한요소 해석에서 해의 정확도와 안정도에 가장 크게 영향을 미치는 것이 시간 간격 Δt 이다.

시간간격에 대한 표현식은 다음과 같다.

$$\Delta t \leq \frac{2}{W_{max}} \quad (20)$$

W_{max} 는 실제로 계산하기가 어려우므로 쿨런트 등[11]이 제안한

$$W_{max} = \frac{1}{2} \frac{C}{L_e} \quad (21)$$

를 사용한다.

실제 해석에서는 소재내 응력 전파 속도가 정확하게 계산되지 않고, 최대 고유 진동수 W_{max} 의 값이 1자유도의 최대 고유진동수이므로 이것을 보정하고, 해의 정확도를 보정받기 위해 C_n (Courant Number)를 도입한다.

$$C_n = \frac{\Delta t_{actual}}{\Delta t_{stable}} \quad (22)$$

C_n 의 값은 보통 5~20% 정도로 추천된다.[13]

3.4 펀치 속도 (Punch Velocity)

실제 공정에서 펀치 속도는 1m/sec 정도이다. 그러나, 외연적 유한요소해석에서는 해에 영향을 미치지 않고 해석시간을 감소시키기 위해서 일반적으로 5 ~ 30m/sec 정도의 펀치 속도를 사용한다.[4]

외연적 유한요소해석시 펀치 속도를 증가시킬 수 있는 범위는 재료내 응력전파속도보다 펀치속도가 매우 작을경우와 펀치속도 증가에 의해 발생하는 과도한 관성력의 평가를 감쇄비에 의해 제어 가능한 범위이어야 한다.

3.5 에너지 계산

외연적 유한 요소 해석에서 운동에너지 및 내부에너지는 재료의 전체적인 변형을 결정짓는 중요한 요소가 된다. 특히, 내부에너지에 대한 운동에너지의 비에 따라 시간간격 및 펀치속도를 제어할 수 있다.

한편, 전체 운동에너지는 아래와 같이 표현된다.

$$E_{K,E} = \sum_{i=1}^{node} \frac{1}{2} m_{(i)} v_{(i)}^2 \quad (23)$$

여기서, $m_{(i)}$ 는 각 절점의 질량이고, $v_{(i)}$ 는 각 절점의 속도이다. node는 절점의 수이다.

또한, 전체 내부에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$E_{in} = \sum_{i=1}^{node} \int \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon} d\Lambda$$

$$= \sum_{i=1}^{node} K \bar{\epsilon}^{n+1} \cdot l_e \cdot t \cdot \frac{1}{n+1} \quad (24)$$

4. 결과 및 고찰

또한, 상용 프로그램인 ABAQUS / EXPLICIT 및 LS-DYNA 3D를 이용한 해석 결과와도 비교하였다.

평면변형을 가정한 강소성 외연적 유한요소해석 프로그램의 타당성을 확인하고 외연적 강소성 유한요소해석에서 각 매개변수들이 해에 미치는 영향을 알아 보기 위해서 실린더형 펀치 스트레칭공정의 성형해석을 하였다. 또한, 상용 프로그램인 ABAQUS / EXPLICIT 및 LS-DYNA 3D를 이용한 해석 결과와도 비교하였다. 해석에 쓰인 초기 상태의 단면형상은 Fig4 에 도시되어 있고, 시뮬레이션조건은 다음과 같다.

응력변형도 곡선: $\bar{\sigma} = 598 (\bar{\epsilon})^{0.216}$ MPa

수직이방성 계수: $R = 1.0$

재료 두께: $t = 1$ mm

위의 조건에서 $\mu = 0.15$, $\mu = 0.3$ 의 경우에 대해 펀치행정 30 mm 까지 성형해석하였다.

a) 내연적 강소성 유한요소법과의 비교

실린더형 펀치 스트레칭 공정을 강소성 외연적 유한요소해석해 본 결과 질량 행렬, 시간간격, 펀치 속도, 감쇄비 등 파라미터들이 해에 미치는 영향은 다음과 같음을 알 수 있었다.

i) Fig. 5에 나타난 것처럼 질량은 박판성형해석시 각 절점에서의 관성력에 영향을 준다. 또한, 질량 스케일링을 통하여 시간간격의 범위를 증가시킬 수 있음을 알았다.

ii) 펀치 속도가 외연적 유한요소해석시 미치는 영향은 Fig.6에 나타나 있다. 속도가 증가되면 계산속도는 빨라지나, 요소가 관성력을 이기지 못할만큼 펀치속도가 빨라지면 해에 좋지 않은 영향을 준다.

iii) 시간간격이 해에 미치는 영향은 Fig.7에 나타나 있다. 이 결과로부터 시간간격을 크게 하여 재료의 응력 파동이 요소의 길이방향으로 전달됨으로써 해가 불안정하게됨을 알 수 있었다.

iv) 감쇄의 영향을 Fig.8에 나타나 있다. 이 결과로부터 감쇄의 영향은 작은 감쇄비의 값으로도 해에 영향을 줌을 알 수 있다. 특히, 변형이 심해질수록 Fig. 8의 변형을 본포처럼 감쇄비의 영향은 크게 나타난다

v) 내연적 강소성 유한 요소 해석과 외연적 강소성 유한 요소 해석을 비교해보면 펀치와 박판이 상대속도를 가지는 외연적 강소성 유한 요소 해석에서는 상대속도에 따른 마찰계수의 변화를 고려하여 동마찰계수를 사용해야 하지만, 본 연구에서는 정 마찰계수를 사용하였기 때문에 마찰부위에서 외연적 강소성 유한 요소법의 변형을 본포가 크게 형성된다고 생각된다. (Fig.9)

b) 상용프로그램과의 비교

i) ABAQUS와 비교

재료의 물성치는 실린더형 펀치 스트레칭 공정과 같다. 요소는 50개의 연속체 요소를 사용하였다. 또한 펀치는 50개의 강체요소를 사용하였으며, 다이는 10개의 강체요소를 사용하였다. 모델링은 탄소성 해석으로 하였다. 형상 및 변형률분포는 34 mm 정도까지는 외연적 강소성 유한 요소 프로그램과 같은 변형률분포 및 변형 형상이 나타났다. Stroke 40 mm 일때의 변형률분포는 Fig.10 과 같다.

ii) LS-DYNA3D와 비교

재료의 물성치는 실린더형 펀치스트레칭 공정과 같다. 박판과 다이 및 펀치의 요소분할은 ABAQUS/EXPLICIT와 동일하다.

해석은 두꺼변화를 고려한 경우와 두꺼변화를 고려하지 않은 경우에 대해서 해석하였다. 두꺼변화를 고려한 경우 Fig.11 과 같이 ABAQUS/EXPLICIT와 동일한 결과를 얻었다. 두꺼변화를 고려하지 않은 경우는 Fig. 12 와 같다.

한편, Fig. 13에 나타난것과 같이 30mm 행정에 상용프로그램과 외연적 강소성 유한요소해석 결과와 비교하였다. 상용프로그램과 외연적 강소성 유한요소해석 결과를 비교해보면 전체적인 변형을 본포의 경향이 일치한다.

한편, 본 비교를 통해 강소성 외연적 유한요소 해석의 타당성과 효용성이 입증되었다고 생각한다.

5. 결론

본 연구에서는 평면변형을 가정한 외연적 강소성 유한요소법을 개발하여 박판성형공정에 적용하였다. 그 결과로서 첫째, 실린더형 펀치 스트레칭공정을 평면변형을 가정한 강소성 외연적 유한요소법으로 해석하여 오하이오 벤치마크 테스트[14] 결과 및 상용프로그램인 ABAQUS/EXPLICIT와 LS-DYNA3D결과와 비교하여 제안된 방법의 타당성과 효용성을 입증하였다. 둘째로는, 강소성 외연적 유한요소해석시 해의 정확성과 계산시간에 영향을 미치는 기본 매개변수의 효율적인 사용범위를 제안하였다.

기존의 외연적 유한요소해석의 경우 탄소성 모델에 대한 적용만 이루어졌다. 그러나, 본 연구를 통해 강소성 모델에도 외연적 유한요소해석이 적용될 수 있으며, 강소성의 장점인 빠른 시간내에 성형해석이 가능함과 외연적 유한요소해석의 장점인 저장용량의 감소를 얻을 수 있었다.

참고 문헌

1. A.Honecker, K.Mattiasoon " Finite Element Procedures for 3 - D Sheet Forming Problems " NUMIFORM 86
2. J. O. Hallquist, D. W. Stillman, "LS-DYNA3D Course Notes", Livermore Software Technology corporation, 1990
3. H. Karlsson and Sorensen, "An Introduction to AB AQUS/Explicit", Inc, 1991
4. J.C. Nagtegaal , L.M.Taylor " Comprision of Implicit and Explicit Finite Element Method for Analysis of Sheet Forming Problems " VDM 1991
5. E.Nakamachi " Anisotropic Elastic - Plastic Finite Element Simulation of 3-D Sheet Forming Process " NUMIFORM 92
6. Chung, W. J., Kim, Y. J. and Yang, D. Y., " Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Hydrostatic Bulging of Elliptic Diaphragms using Hill's New Yield Criterion ", Int. J. Mech. Sci., Vol. 31, pp.193-207, 1987
7. K.Schweizerhof , J.O.Hallquist & B.Wainscott " Improvement in Contact Algorithms for The Simulation of Thin Sheet Metal Forming with Explicit Finite Element Programes " NUMIFORM 92
8. I. Fried and D. S. Malkus, "Finite Elements Mass Matrix Lumping by Numerical Integration with No Convergence Rate Loss", Int. J. Solids Structure, Vol. 11, pp. 461-466, 1975
9. E. Hinton, T. Rock and O. C. Zienkiewicz, " A Note on Mass Lumping and Related Processes in the Finite Element Method", Earthquake Engng. and structural Dynamics, Vol. 4, pp. 245-249, 1976
10. P. Hall, Hughes, "The Finite Element Method", 1987
11. M. E. Plesha, "Mixed Time Integration for the Transient Analysis of Jointed Media", I. J. Num. & Analytical Method in Geometry, Vol. 10 91-110 1980

12. R. D. Cook, D. S. Malkus, e. Plesha, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", Wiley, 1989
13. M. E. Plesha, "Mixed Time Integration for the Transient Analysis of Jointed Media", I. J. Num. & Analytical Method in Geometry, Vol. 10. 91-110, 1980
14. J. K. Lee, R. H. Wagoner, E. Nakamachi, "A Benchmark Test for Sheet Forming Analysis", Jun 30, 1990

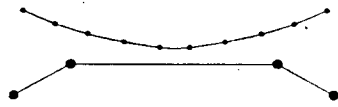


Fig.1 접촉전 가상벡터 계산



Fig.2 침투량 계산



Fig.3 가속도, 속도, 변위 보정

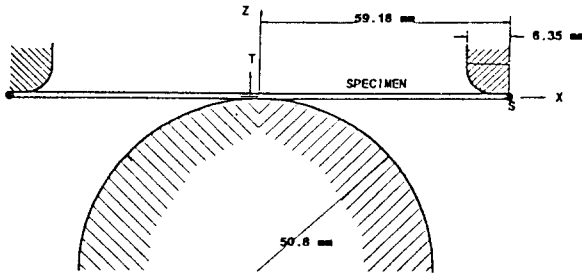


Fig.4 실린더형 펀치스트레칭 초기형상

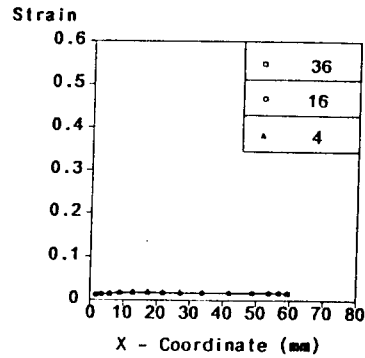
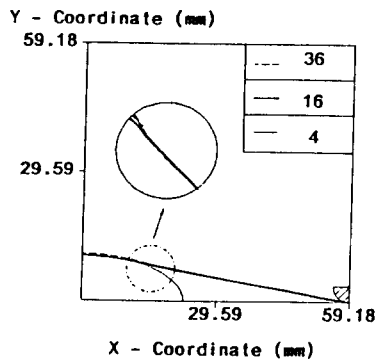


Fig.5 질량변화에 따른 박판 변형형상 및 변형율분포

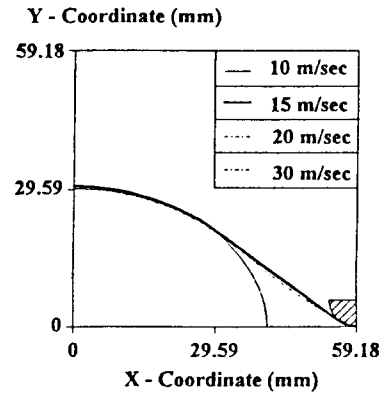


Fig.6 펀치속도에 따른 박판 변형형상 및 변형율분포

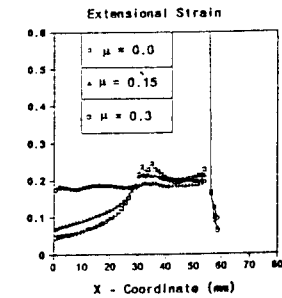
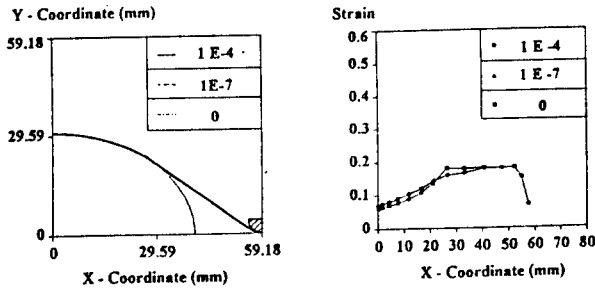
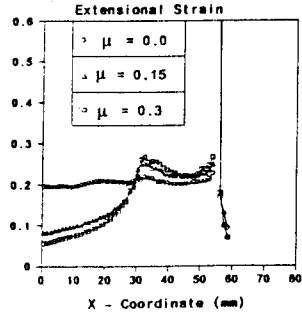
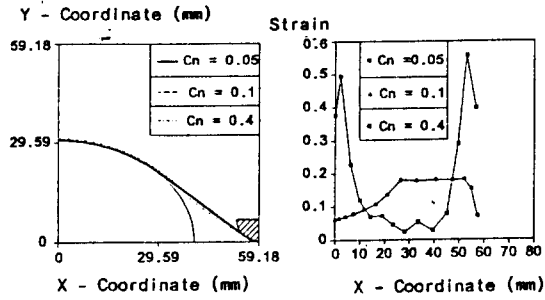


Fig.8 감쇄비에 따른 박판 변형형상 및 변형율분포

Fig.11 LS-DYNA3D를 이용한 실린더형 펀치 스트레칭 공정해석(두께변화 고려, Stroke=40mm)

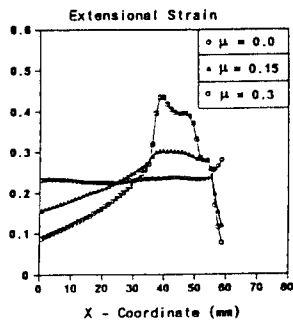
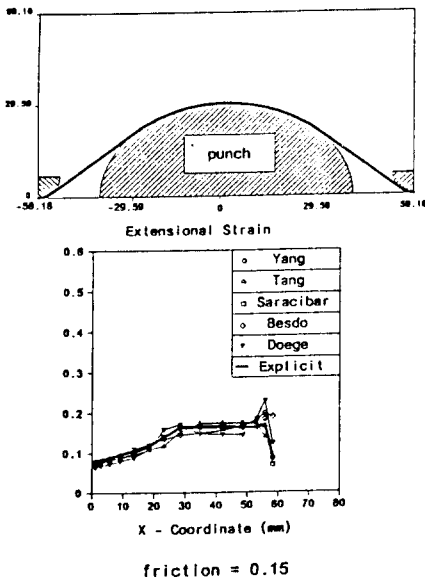


Fig.9 Stroke 30 mm의 변형형상 및 변형율분포($\mu=0.3$)

Fig.12 LS-DYNA3D를 이용한 실린더형펀치 스트레칭 공정해석(두께변화 고려없음, Stroke=40mm)

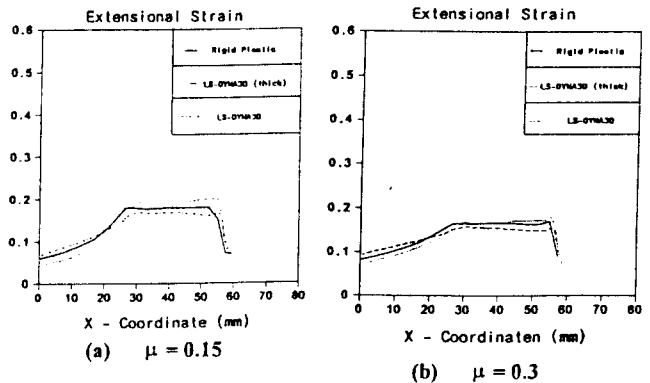


Fig.13 실린더형펀치 스트레칭 공정에 대한 상용프로그램과 감소성 외연적 유한요소법의 해석결과 비교 (변형율분포, Stroke=30mm)