

시스템 신뢰도 설계시 정수계획법의 해를 구하기 위한 효율적인 해법절차

(An Efficient Algorithm To Solve Integer-Programming
Problems Arising In System-Reliability Design)

조현관, 최철호, 김노만, 최충현
(국방과학연구소)

본 연구에서는 시스템 신뢰도 향상방법에 대해서 소개하고 신뢰도 향상방법중 중복구조를 사용할 경우 발생하는 정수계획법(Integer-Programming Problems)의 해를 구하기 위한 간편하면서도 효율적인 해법 절차를 소개한다.

이러한 해법절차를 실제 시스템에 적용하여 보다 큰 시스템에도 적용할 수 있음을 보였다.

I . 서 론

시스템의 효율성을 극대화하기 위해서는 시스템의 설계단계에서 부터 도태시까지 신뢰도에 대해 지속적인 문제점을 수집하여 보완하여야 하나, 한번 설계되어 생산 및 운영단계에 들어서면 문제점에 대한 수집 및 보완이 쉽지 않다는 현실성 때문에 최적의 효율성을 보장하기 위해서는 설계단계에서 시스템의 각 구성품 설계와 병행하여 신뢰도 설계(Reliability Design)가 되어야 한다.

또한, 설계시 목표로한 신뢰도를 보장받기 위해서는 개발 단계별로 신뢰도 관리활동이 필요한데, 일반적으로 신뢰도는 연구개발 단계에서 설계되고 생산단계에서 완성되며, 배치·운영 단계에서 유지되면서 지속적으로 성장하는 특성을 지니고 있다 [7]. 즉, 연구개발 단계에서는 요구 수준의 신뢰도가 달성되도록 신뢰도 설계 및 분석 등에 의한 설계개선을 수행하고 시제품에 대한 시험평가등을 통해 제품의 신뢰도를 개선시키며, 개발단계에서 생산단계로 전환될 때는 생산기술 및 시간적 요인에 의해 신뢰도가 약간 떨어 졌다가 생산단계에서의 지속적인 시험평가와 관리활동을

통하여 성장하게 된다.

설치·운영 단계에서는 설치 및 운영지침을 철저히 준수하고, 지속적인 정비유지 활동과 고장자료의 수집, 분석 및 평가활동을 통하여 신뢰도는 성장, 유지되는 것이다.

특히 수많은 부품과 구성품들로 구성되어 있는 복잡한 시스템은 목표신뢰도를 달성하고 더 나아가 신뢰도를 유지시키기 위해서 부분적이고 단편적인 시험평거나 관리활동에서 탈피하여 설계단계에서 부터 시스템 전순기에 걸친 체계적이고 종합적인 신뢰도 관리활동이 필요하다.

II. 신뢰도 향상방법

신뢰도 설계시 신뢰도 향상을 위해서는 첫째, 고 신뢰성 부품을 사용하는 것으로 신뢰도는 구성품의 신뢰도 수준에 의해 결정되므로 부품선정 및 적용기준에 따라 품질과 신뢰성이 인증되거나 확인된 부품, 즉 고 신뢰성을 가진 부품을 사용하는 것이다.

둘째, 부하경감 방법으로 시스템에 실제로 가해지는 부하보다 부품의 강도를 크게 하여 규정된 정격용량 이하에서 운용하면 고장이 줄어든다는 것은 주지의 사실이다. 이러한 개념을 적용하여 예상 부하보다 강도가 큰 부품을 사용하거나 부하를 줄이는 방법으로 시스템의 신뢰도를 향상시키는 것으로서 이의 실질적인 해결방법은 가해질 부하보다 강도가 큰 부품을 선택하는 것이다.

셋째, 설계단순화 방법으로 기능 및 성능을 유지하는 범위내에서 설계를 단순화 하면, 사용 부품수가 적어지게 되므로 신뢰도가 높아지고 잠재고장이 줄어든다. 설계 단순화의 한 예로 부울리안(Boolean) 대수기법을 이용한 논리함수의 간소화다.

마지막으로 중복구조 사용방법으로 시스템내의 기능을 수행하는 주 구성품 이외에 여분의 구성품을 별도로 부가하여 주 구성품이 고장나더라도 부가된 구성품이 대신 기능을 수행할 수 있도록 하여 신뢰도를 높이는 방법이다.

앞에서 열거한 신뢰도 향상방법중 중복구조 사용방법을 제외한 3가지 방법은 설계시 기본적으로 요구되는 것이나, 중복구조 사용방법은 이들을 종합적으로 고려하는 것이다.

본 연구에서는 "전체는 가장 약한 부분보다도 더 약해질 수 있다"는 신뢰도 원칙 하에 가용자원인 비용(Cost), 공간(Volume) 등의 허용범위 내에서 주 구성품 이외에 여분의 구성품을 별도로 부가하여 주 구성품이 고장나더라도 부가된 구성품이 대신 기능을 수행할 수 있게 중복구조를 설계할 때 발생하는 다음 식[2-1] 및 식[2-2]의 최적 해를 구할 수 있는 해법절차(명명 : ADD-MIP)를 소개한다.

$$\max (\min) R(X) \quad [2-1]$$

$$\text{s.t. } g_i(X) \leq (\geq) b_i, i=1,2,\dots,M \quad [2-2]$$

X : Positive Integers

Ⅲ. 알고리즘 및 실험

1. 기존연구

중복구조 설계방안 연구를 위해서는 정수계획법이 갖는 특성으로 인하여 해를 구하기가 쉽지 않아서, 근사적 기법(Approximate Technique)으로 해결하는방법[1], 발견적 기법(Heuristic Technique)으로 해결하는 방법[2],[5] 등을 이용하여 신뢰도 모델의 최적해에 가까운 근사해를 구했다.

한편, 정해기법(Exact Solution Technique)을 이용한 방법[3] 들은 최적해를 구하는데 장시간의 노력이 요구되었는데, 이러한 계산상의 어려움 및 시간을 절감할 수 있는 최신의 해법절차가 미서라(K.B.Misra, et al.)에 의해서 제시되었다[4].

2. 알고리즘

기 호

N : 시스템을 구성하는 하부 시스템의 갯수

X_j : 하부시스템 j 의 중복갯수, $1 \leq j \leq N$

X_j^L, X_j^U : X_j 의 하한치, 상한치

X : (X_1, X_1, \dots, X_N)

γ_j : 하부시스템 j 의 구성품 한개의 신뢰도, $1 \leq j \leq N$

γ_j : $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N)$

$R(x)$: X 의 목적함수(Objective Fuction); X_j 에 대한 단조증가 함수

M : 제약조건의 갯수

$g_i(X)$: 제약식 i ; X_j 에 대한 단조증가 함수

a_{ij} : 제약식 i 의 하부시스템 j 에 해당하는 제약식 계수함수;

만약 X 에 대해서 선형(linear Combination)이면 a_{ij} 는 상수

$h_{ij}(X_j)$: 제약식의 비선형성(nonlinearity)을 나타내는 함수 ;

$$\cdot \text{만약 제약식이 선형이면, } g_i(X) \equiv \sum_{j=1}^N a_{ij} \cdot X_j$$

· 만약 제약식이 비선형이면, $g_i(X) \equiv \sum_{j=1}^N a_{ij}(X_j) \cdot h_{ij}(X_j)$

b_i : 제약식 i 의 우측값

ξ^* : 변수 ξ 의 최적값

δ_i : $\min_{j=1, \dots, N} \{ g_i(X_1, X_2, \dots, X_j + 1, X_{j+1}, \dots, X_N) - g_i(X_1, X_2, \dots, X_j, X_{j+1}, \dots, X_N) \}$

· 만약 제약식이 선형이면 $\delta_i = \min_j (a_{ij})$

δ : $\max_{i=1, \dots, M} (\delta_i)$

SSF : $\max_{j=1, \dots, N} (X_1, X_1, \dots, X_N)$

SF : \max (SSF)

X^k : SSF 값이 k 일때의 (X_1, X_1, \dots, X_N)

CX : $(CX_1, CX_2, CX_3, \dots, CX_w)$, w : 큰수

CX_j : SSF = j 이면 $CX_j = 1$, SSF $\neq j$ 이면 $CX_j = 0$

알고리즘(ADD-MIP)

단계 0 : 입력

$\gamma_j, a_{ij} : i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N$

$X^L = (X_1^L, X_2^L, \dots, X_N^L)$

단계 1 : 제약식의 우측값 증가 폭(δ) 및 초기값 설정

$\delta = \max_{i=1, \dots, M} (\delta_i) + \epsilon$, for $\forall \epsilon > 0$

· 선형 : $\delta_i = \min_{j=1, \dots, N} (a_{ij})$

· 비선형 : $\delta_i = \min_{k=1, \dots, N} (\Delta g_{ik})$

$\Delta g_{ik} = g_i(X_1^L, \dots, X_{k-1}^L, X_k^L + 1, X_{k+1}^L, \dots, X_N^L) - g_i(X_1^L, \dots, X_{k-1}^L, X_k^L, X_{k+1}^L, \dots, X_N^L)$

$X^U = (X_1^U, X_2^U, \dots, X_N^U)$ 계산, $\theta_i = g_i(X^L)$, for $i=1, \dots, M$

SF = SF₁ = $\max_{j=1, \dots, N} (X_1^L, X_2^L, \dots, X_N^L)$

$CX = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$: SF₁번째 1 대입

ICOUNT = 0

단계 2 : δ 증가 및 종료판단

- ICOUNT = ICOUNT + 1
- $0_i = 0_i + ICOUNT * \delta$, for $i=1, \dots, M$
- 만약 $0_i > b_i$, for $\forall i$ 이면, 단계 5로 간다

단계 3 : $0_i (i=1, \dots, M)$, X^L , X^U 범위 내에서, X^k 값에서 새로운 X 계산,
 $SF \leq k \leq SF_1$, for $CX_k \neq 0$

(3 - 1)

◦ $X = (X_1^k, \dots, X_{j-1}^k, X_j^k + 1, X_{j+1}^k, \dots, X_N^k)$, $1 \leq j \leq N$

◦ $SSF = \max_{j=1, \dots, N} (X_j)$, $R_{SSF} = R(X)$ 계산

◦ 만약 $SSF \geq SF$ 이면, $SF = SSF$ 로 치환한다.

◦ 만약 $CX_{SSF} = 0$ 이면, $X^{SSF} = X$, $CX^{SSF} = 1$

◦ 만약 $CX_{SSF} = 1$ 이면, 기존 R_{SSF} 값과 비교해서 최적값에 해당하는 X를 X^{SSF} 에 치환한다.

(3 - 2)

$X = (X_1^k, \dots, X_{j-1}^k, X_j^k - 1, X_{j+1}^k, \dots, X_N^k)$, $1 \leq j \leq N$

에서 j번째 값을 $(X_j^k - 1)$ 로 고정하고 단계 (3-1)을 반복한다.

단계 4 : 만약 $i < j$ 에 대해서, $R_i \geq R_j$ 이면 $CX_j = 0$,
for $i, j = SF_1, \dots, SF$

◦ $SF = \max (SSF)$, for $CX_{SSF} \neq 0$

◦ $CX_k \neq 0$ 에 대해 $X^k, R^k (k=SF, \dots, SF_1)$ 값을 저장후 단계 2로 간다

단계 5 : 출력 (최적값 및 최적값에 해당하는 X^*)

3. 실례

3.1 기존 방법과의 비교

미서라(K.B.Misra, et al.)[4]가 응용한 예(Example)를 들면 아래 표1과 식[3-1]

표1. 입력데이터

하부시스템 j	1	2	3	4	5
a_j	2	3	2	3	1
γ_j	0.70	0.85	0.80	0.80	0.90
X^L	1	1	1	1	1

$$\max R = \prod_{j=1}^5 [1 - (1 - \gamma_j)^{X_j}] \quad [3-1]$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^5 a_j \cdot X_j \leq 20 \quad [3-2]$$

X_j : Positive Integer

표2. 기존방법과의 비교

해법절차	고려할수 있는 point 수 (1)	최적값을 얻기 위해 찾아야 할 point 수 (2)	(2)/(1) 비율	비고
Lawler & Bell	16,384	635	3.9%	Binary Variable로 전환 계산
K.B.Misra, et al.	4,000	83	2.1%	-
ADD-MIP	4,000	48	1.2%	-

및 식[3-2]의 해를 구하는 문제인데, 이 문제를 본연구의 알고리즘을 적용한 결과 최적값으로 $X^* = (2, 1, 2, 2, 3)$, $R^* = 0.7121$ 를 얻었으며, 이값들은 정해기법 (Exact Solution Technique)인 Lawler & Bell 및 미서라(K.B.Misra, et al.)[4] 방법에 의한 결과와 같았으며, 이들의 해를 구하는 노력의 비교치는 표2와 같다.

3.2 적용사례

수중음파의 증폭역할을 하는 전치증폭기는 그림 1과 같은 직경 38밀리 원판에 16개의 부품으로 구성된 수중무기 체계에 있어서 주요한 시스템이다.

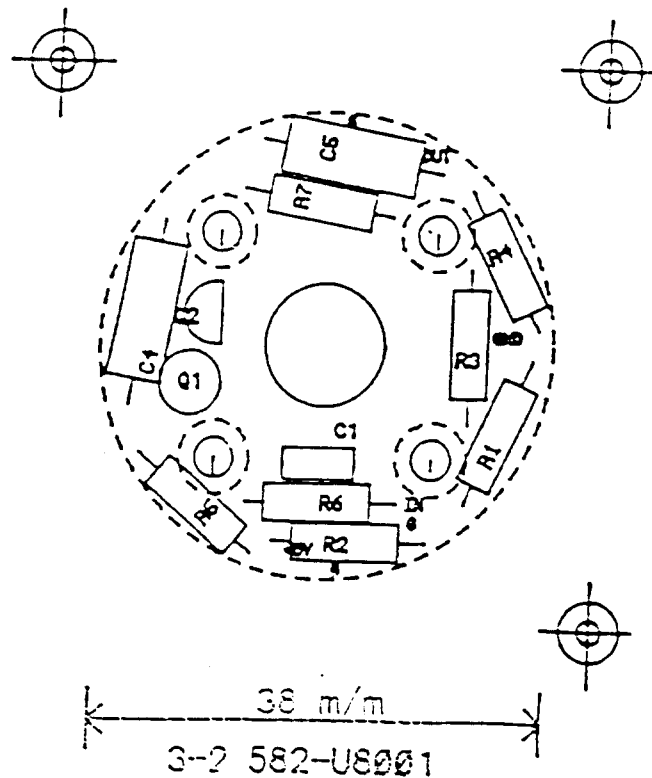


그림1. 전치증폭기 부품 구성도

적용사례를 위해 전자부품의 고장을 계산을 위한 전산 소프트웨어인 FRCAL(Failure Rate Calculation)[6]을 이용한 입력자료는 표3과 표4와 같으며, 출력결과는 그림2와 표5와 같다.

표3. 전치증폭기의 고장율

*** CIRCUIT PACK FAILURE RATE DATA ***

PAGE : 1

CIRCUIT PACK NAME : MINE ACOUS		CKD. :				
DOCUMENT NO. : 1		DATE :				
NO :	PART NAME	QTY :	FAIL. RATE (FR) :	QTY (N) * FR :	CUMULATIVE FR :	
:	:	(N) :	FR / (E+6)HRS :	FR / (E+6)HRS :	FR / (E+6)HRS :	
1 :	CAPACITOR M39014101-1287	1 :	0.11097703E-02 :	0.11097703E-02 :	0.11097703E-02 :	
2 :	CAPACITOR M39003701-2724	2 :	0.27841381E-02 :	0.55682762E-02 :	0.66780467E-02 :	
3 :	CAPACITOR M39003701-2766	2 :	0.12841822E-02 :	0.25683644E-02 :	0.92464108E-02 :	
4 :	CONNECTION	1 :	0.85260000E+01 :	0.85260000E+01 :	0.85352468E+01 :	
5 :	FIELD EFFECT TRANSISTOR 2M3821	1 :	0.50851311E+00 :	0.50851311E+00 :	0.70437660E+01 :	
6 :	TRANSISTOR 25C2240	1 :	0.83337076E-01 :	0.83337076E-01 :	0.91271029E+01 :	
7 :	RESISTOR RMC-114E100MFK	2 :	0.11140776E-02 :	0.22281553E-02 :	0.71273305E+01 :	
8 :	RESISTOR 3262P-203	1 :	0.14866428E-02 :	0.14866428E-02 :	0.71303174E+01 :	
9 :	RESISTOR RNR5K2001FS	1 :	0.15313480E-02 :	0.15313480E-02 :	0.71323490E+01 :	
10 :	RESISTOR RNR55K2433FS	1 :	0.16356330E-02 :	0.16356330E-02 :	0.91337844E+01 :	
11 :	RESISTOR RNR55K5110FS	1 :	0.14929719E-02 :	0.14929719E-02 :	0.91354790E+01 :	
12 :	RESISTOR RNR55K6811FS	1 :	0.14859445E-02 :	0.14859445E-02 :	0.91359648E+01 :	
13 :	PCB	1 :	0.21600001E+00 :	0.21600001E+00 :	0.93527644E+01 :	

TOTAL FAILURE RATE :	3.3527644012 FR / (E+6)HOURS
MTBF :	106917.9765625000 HOURS

표4. 전치증폭기의 입력 데이터

Part No.	X	2년간 작동 확률(γ)	단위가격 (\$)	부품점유면적 (mm ²)	L X
1	X ₁	0.99998	10.0	11.1	1
2	X ₂	0.99950	84.2	72.8	2
3	X ₃	0.99998	14.2	208.9	2
5	X ₄	0.99113	27.0	13.4	1
6	X ₅	0.99854	18.7	26.8	1
7	X ₆	0.99998	50.0	26.0	2
8-12	X ₇ - X ₁₁	0.99997	9.0	26.0	1

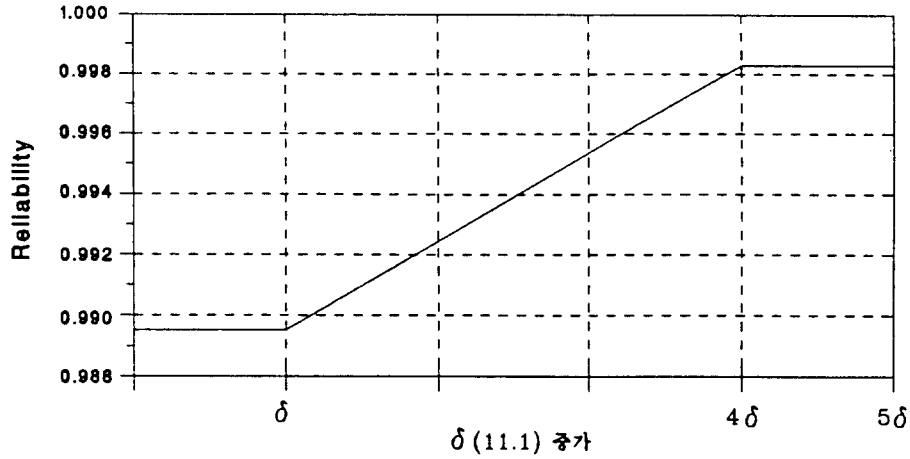


그림2. 신뢰도 향상곡선

표5. 전치중폭기 중복구조 설계방안

구분	(X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇ ~X ₁₁)	신뢰도	비용(\$), 면적(mm ²)
1δ	(2, 2, 2, 1, 1, 2, 1 ~ 1)	0.98951	357.5, 781.8
4δ	(1, 2, 2, 2, 1, 2, 1 ~ 1)	0.99828	374.5, 784.1
5δ	(2, 2, 2, 2, 1, 2, 1 ~ 1)	0.99829	381.5, 795.2

IV. 결 론

수많은 부품과 구성품들로 구성되어 있는 복잡한 시스템은 목표로한 신뢰도를 달성하고 더 나아가 신뢰도를 유지 시키기 위해서는 부분적이고 단편적인 시험평가나 관리활동에서 탈피하여 설계단계에서 부터 시스템 하드웨어 설계와 병행하여 신뢰도 설계가 수반되어야 한다. 이때 신뢰도 향상방법중의 하나인 중복구조 설계방법을 사용할 경우에 발생하는 정수계획법의 최적해를 구할수 있는 해법절차는 정수계획법이 갖는 특성상 최적해를 구하기 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서 제시한 해법절차는 앞의 Ⅲ장 실례에서 알수 있듯이 최적해를 보다 쉽게 구할수 있으며, 실제 시스템에 적용하여 경험적으로 기존의 해법절차에 의한 최적해를 구하는 컴퓨터 실행시간보다 본 연구의 알고리즘을 이용한 시행 시간이 단축됨을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] F.A.Tillman, C.L.Hwang,K.Kuo, "Optimization of System Reliability", Marcel Dekker,1980.
- [2] K.B.Misra, "A Simple Approach for Constrained Redundancy Optimization Problems", IEEE Trans.Reliability,vol.R-21,pp30-34,1972 Feb.
- [3] K.B.Misra, "Optimum Reliability Design of A System Constraining Mixed Redundancies", IEEE Trans,Power Apparatus and System, vol. PAS-94, pp983-993,1975 May-Jun.
- [4] K.B.Misra, U.Sharma,"An Efficient Algorithm To Solve Integer-Programming Problems Arising In System-Reliability", IEEE Trans. On Reliability, vol.40,No1,1991 Apr.
- [5] K.K.Aggarwal, J.S.Gupta, K.B.Misra,"A New Heuristic Criterion for Solving A Redundancy Optimization Problem", IEEE Trans.Reliability, vol.R-24, pp86-87, 1975 Apr.
- [6] MIL-HDBK-217D, "Military Handbook Reliability Prediction of Electronic Equipments",Department of Defense,1982
- [7] 송병룡, 박충규, "전기통신 제품의 신뢰성 관리활동", 품질보증, 제3권, 4호,1990