

퍼지제어를 위한 가속화 추론 방법

남세규, 정인수
국방과학연구소

Accelerated Reasoning Method for Fuzzy Control

Sae-Kyu Nam, In-Soo Jung
Agency for Defence Development

ABSTRACT

A fuzzy reasoning method is proposed for the implementation of control systems based on non-fuzzy microprocessors. The essence of the proposed method is to search the local active rules instead of the global rule base. Thus the reasoning is conveniently performed on a master cell as a fuzzy accelerating kernel, which is transformed from an active fuzzy cell. The interpolative reasoning is simplified via adopting the algebraic product of fulfillment for the conditional connective AND and the weighted average for the rule sentence connective ALSO.

1 서론

수학적 모델링이 곤란한 시스템의 특성용 언어규칙을 사용하여 정성적으로나마 표현하고자 하는 것이 퍼지논리의 목적이란면, 논리전개의 수단인 추론과정은 실용적인 관점에서 중요한 의미를 갖는다. 소프트컴퓨팅(soft-computing)으로 일컬어지고 있는 퍼지추론은 미분불가능한 비선형성도 고려할 수 있는 근사화된 보간법의 일종으로 간주된다. 특히, 퍼지제어 시스템에서는 한정된 샘플링 시간간격 내에 추론이 이루어져야 되는 제약 때문에, 추론의 계산속도 향상에 관한 많은 연구가 수행되어 왔다[1]. 퍼지칩 개발을 통한 하드웨어적인 접근은 가전제품과 같은 단순기능의 제어시스템에서는 성공적이었다. 그러나, 퍼지제어의 적용이 복잡한 시스템으로 확장됨에 따라 수리적인 제어와 퍼지제어의 합성이 필요하게 되었고, 이러한 경우에는 퍼지칩의 사용이 상용화된 마이크로프로세서와 인터페이스 문제를 일으켜 퍼지제어의 장점으로 알려진 구현의 용이함에 상충되는 결과를 발생시켰다[2]. 더욱이 고도의 신뢰성이 필요한 제어시스템에 소요되는 퍼지칩은 환경변화 등의 엄

격한 규격을 만족시켜야 되는 별도의 개발이 필요하게 되므로, 이에 따른 경제적 문제를 일으킨다. 따라서, 하드웨어적인 방법의 약점을 보완하거나 기능을 대체할 수 있는 소프트웨어적인 방법이 연구되어 왔으나, 특정한 시스템에 적용례를 보인 것[3] 외에는 조직적인 접근이 없었다. 이에, 본 논문에서는 퍼지제어가 전체 제어공간을 부분공간으로 분할한 병렬제어임을 착안하여, 설계시 제어규칙에 연관된 영역을 제한한다는 가정하에서 부분공간 별로 퍼지추론을 가능케 하는 퍼지셀 개념을 제안한다. 이와 함께 계산과정의 단순화를 위한 보간추론 방법들도 소개한다.

2. 퍼지셀

추론의 단순화를 위하여 퍼지셀(fuzzy cell) 개념을 제안한다. 요점은 주어진 규칙의 수와 거의 무관하게 근사화된 보간추론을 행하는 것이다.

가. 영역 $\Omega \subset R^n$ 의 퍼지셀 모델

n 차원 유클리디언(Euclidean)공간 R^n 내의 경계역 Ω 의 닫힌 영역 $\bar{\Omega}$ 에서 정의되는 함수 $u(x)$ 를 고려하자. 이때, 상태벡터 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 는 Ω 의 경계 $\partial\Omega$ 를 포함한 영역 $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$ 에 있다. $u(x)$ 의 퍼지근사화를 위한 모델링은 R^n 상의 닫힌 경계 부영역 $\bar{\Omega}_e$ 의 유한개, E ,의 합집합에서 시작한다.

$$\bar{\Omega}_e = \Omega_e \cup \partial\Omega_e \quad e = 1, 2, \dots, E \quad (1)$$

여기서 $\partial\Omega_e$ 는 Ω_e 의 경계이고, 부영역 $\bar{\Omega}_e$ 를 경계된 퍼지영역 $\bar{\Omega}$ 의 퍼지셀이라고 부른다. 만약 열린 셀 Ω_e 가 서로 분리되면, 전체영역 $\bar{\Omega}$ 의 퍼지모델은 퍼지셀을 연결하여 구성할 수 있다.

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{e=1}^E \bar{\Omega}_e \quad (2)$$

$$\Omega_e \cap \Omega_f = \emptyset \quad e \neq f \quad (3)$$

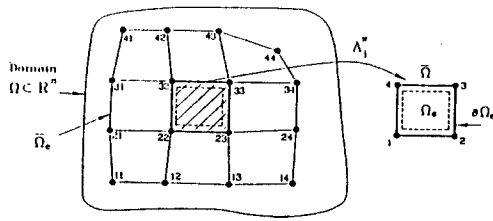


Fig. 1. A global and local numbering scheme

전체영역에서 \$G\$개의 전체절점(global node)을 \$x^1, x^2, \dots, x^G\$으로 정하고 각각의 셀 \$\bar{\Omega}_e\$의 국부절점(local node)을 \$x_e^1, x_e^2, \dots, x_e^N\$으로 정한다. 그러면, 전체절점을 국부절점으로 일대일로 사상하는 \$\Lambda\$가 적합성조건을 만족하면 주어진 영역 \$\bar{\Omega}\$를 퍼지셀로 분리할 수 있게 된다. 셀로 연결된 \$\bar{\Omega}\$를 \$E\$개의 격리된 퍼지셀로 분해할 때, 전체절점의 번호를 국부절점의 번호로 재구성하는 것은 Fig. 1에서 보는 바와 같다. 이 대응관계는 다음과 같은 사상으로 기술된다:

$$X_e^N = \sum_{i=1}^G \Lambda_i^N X^i \quad e = 1, 2, \dots, E \quad (4)$$

여기서 \$\Lambda_i^N\$는 영과 일로 정의된다:

$$\Lambda_i^N = \begin{cases} 1 & \text{if node } i \text{ is incident on node } N \text{ of cell } e \\ 0 & \text{if otherwise} \end{cases}$$

퍼지셀 모델은 국부적인 퍼지보간법에 의하여 특성이 기술된다.

$$U_e(x) = \sum_{i=1}^N u(x_e^i) \psi_i^{(e)}(x) \quad (5)$$

여기서 보간함수 \$\psi_i^{(e)}(x)\$는 셀 \$\bar{\Omega}_e\$ 안에서만 영이 아닌 값을 갖는다. 퍼지규칙의 결론부의 \$u(x_e^i)\$은 영역 \$\Omega\$을 접침이 없도록 나누어진 셀 \$\bar{\Omega}_e\$에서 구분적으로 퍼지추론에 의하여 보간된다.

나. 한정, 연장, 사영

퍼지셀을 이용한 보간자는 퍼지셀 메쉬(mesh)의 절점상의 \$u(x)\$에 의하여 정의되므로, 보간과정은 유한개인 규칙의 결론부를 \$u(x)\$ 일치시키는 것에서 시작된다. 이러한 일치는 사상(mapping) \$R_f\$를 이용하여 \$u(x)\$를 퍼지규칙의 공간 \$R^c\$로 한정(restriction)으로 기술된다.

$$R_f u(x) = (R_1, R_2, \dots, R_Q) \in R \quad (6)$$

연장(prolongation)은 \$R^c\$를 퍼지셀 공간 \$S_f(\Omega)\$으로 사상 \$P_f\$하는 것이다.

$$P_f (R^1(s), \dots, R^Q(s)) = \sum_{i=1}^Q u^i(s) \psi_i(x) \quad (7)$$

그리고 합성은 \$R^n(\Omega)\$을 \$S_f(\Omega)\$으로 사영(projection)에 의하여 정의된다.

$$\Pi f^{(s)} = P_f R_f^{(s)} \quad (8)$$

보간자 \$\Pi f^{(s)}u\$는, \$S_f(\Omega)\$에서 원하는 측정(measure)을 위한 노름 \$\|\cdot\|\$에 적합하도록, 주어진 \$u\$에 대하여 가능한 최소의 보간오차 \$\|u(x) - \Pi f^{(s)}u(x)\|\$를 갖게 근사화 하는 \$S_f(\Omega)\$에서 일의적인 함수이다.

3. 퍼지추론의 가속화

실시간 퍼지제어 시스템에서 한정된 시간간격내에서 온라인으로 추론이 행해져야 하므로, 퍼지제어의 구조를 건드리지 않고 실행속도를 가속화할 수 있는 단순화된 추론 방법이 필요하다.

가. 멤버쉽함수를 이용한 마스터 셀(Master Cell)

2입력 1출력의 경우, 전체좌표계 \$(x, y)\$로 표현되는 위상 영역 상에서 복잡한 형상을 갖는 퍼지셀 \$\bar{\Omega}_e\$를 국부좌표계 \$(\xi, \eta)\$에서 단순한 형상의 마스터셀 \$\hat{\Omega}\$로 사상하면, 셀의 형상에 관계없이 손쉽게 추론을 할 수 있다. 이러한 사상은 멤버쉽함수의 스케일링 값을 이용하여 국부좌표계 상의 단위길이를 갖는 정사각형의 영역 \$0 \le \xi \le 1, 0 \le \eta \le 1\$으로 변환함을 뜻한다. \$E\$개의 셀로 구성되는 메쉬의 생성은 각각의 셀 \$\bar{\Omega}_e\$을 고정된 가상의 마스터셀 \$\hat{\Omega}\$로 사상하는 변환 \$(T_1, \dots, T_E)\$으로 재고된다.

$$T_e : \begin{cases} \xi = \xi(x, y) \\ \eta = \eta(x, y) \end{cases} \quad (9)$$

마스터셀에서 퍼지형상함수 \$\psi_i\$를 도입하여, \$u\$의 근사값 \$\hat{u}\$을 보간한다:

$$\hat{u}(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^M g_i \psi_i(\xi, \eta) \quad (10)$$

여기서 \$g_i\$는 \$i\$번째 절점 \$(\xi_i, \eta_i)\$에서의 크리스프 값이고, 윗첨자 \$M\$은 마스터셀의 번호이다. Fig. 2와 같이 멤버쉽함수를

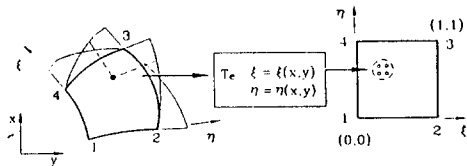


Fig. 2. A mapping from fuzzy cell to master cell

이용하여 퍼지셀을 마스터셀로 변환하고, 각 규칙의 기여도를 합하면 근사화 추론이 수행된다. 근사화를 위한 멤버십함수가 비교적 간단하고 반복적이라면, 추론과정은 더욱 쉬워진다. 그러한 전형적인 멤버십함수의 형태는 다음과 같다:

$$\begin{aligned} \mu(x) &= \max\left(0, 1 - \left| \frac{x-x_i}{x_j-x_i} \right|^p\right) \text{ or} \\ &= e^{-|x|^p} \text{ or} \\ &= \frac{1}{1+|x|^p} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 모든 경우에 $p > 0$ 이다. 멤버십함수의 형태를 체계적으로 결정하기 위하여, 라그랑지 꼴의 함수를 도입한 n-하이퍼큐브(hypercube)를 고려하여 카타지안곱(Cartesian-product)으로 셀 $\bar{a}_e \subset R^n$ 을 표현한다:

$$[a_i, b_i] = \{x : -\infty < a_i \leq x \leq b_i < \infty\} \quad (12)$$

$$\bar{a}_e = \prod_{i=1}^n [a_i, b_i] \quad (13)$$

1-하이퍼큐브는 두점간의 직선이고, 2-하이퍼큐브는 사각형이고, 3-하이퍼큐브는 직육면체가 된다. 퍼지 하이퍼큐브를 위한 멤버십함수는 라그랑지 꼴의 보간함수가 편리하다.

$$L_i = \left| \frac{(x_j-x)}{(x_j-x_i)} \right| \quad (14)$$

여기서 절점 x_i 에서 단위값, 절점 x_j 에서 영으로 가정한다. 그러면, 2-하이퍼큐브를 위한 함수는 텐서곱으로 표현된다:

$$\prod_y \cdot \prod_x u(x, y) = u(x, y) L(x) L(y) \quad (15)$$

나. 단순화된 퍼지추론

추론절차를 유도하기 위한 전형적인 퍼지제어의 형태는 :

$$u(k) = F(e(k), ec(k)) \quad (16)$$

여기서 k번째 이산시간에서 제어값 $u(k)$ 는 오차 $e(k)$ 와 오차의 시간변화를 $ec(k)$ 의 퍼지관계로 표현된다. 「어떤 상황에서 무엇을 할 것인가,」라는 관점에서 단원성이 뛰어난 IF-THEN 형 퍼지규칙은 형태로 기술하면[4]:

$$\text{ALSO } \left\{ \text{IF } e \text{ is } A_i \text{ AND } ec \text{ is } B_i, \text{ THEN } u \text{ is } C_i \right\}_{i=1}^{n \times m}$$

여기서 퍼지변수에 대한 형용사 $A_i, B_i,$ 와 C_i 는 멤버십함수로 표현되는 속성 'NB, NS, ZE, PS, PB' 중의 하나를 갖는데, 각각 "음으로 크다, 음으로 작다, 영 근처이다, 양으로 작다, 양으로 크다" 를 의미한다. 또한, 하첨자 i 는 규칙의 번호이다. 위상평면 Ω 를 $E = (n-1)(m-1)$ 개의 접점이 없는 셀로 나누면, $n \times m$ 개의 규칙점을 선정할 수 있다.

각 샘플링시각에서 번지설정(addressing scheme)으로 주어진 상태에 가까운 규칙점을 선정하고, 선정된 규칙만을 발화시키는 퍼지추론 방법을 이용한다. 발화된 규칙들로 이루어진

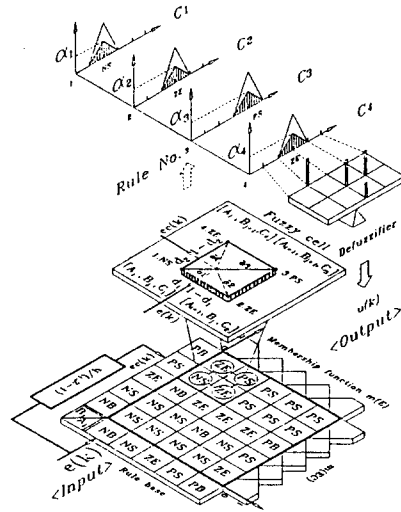


Fig. 3. Schematic of fuzzy accelerated kernel.

셀은 카티지안 직곱으로 정의된다:

$$\bar{a}_e = [A_i, A_{i+1}] \times [B_j, B_{j+1}] \times [C_k] \quad (17)$$

발화된 퍼지셀은 멤버십함수의 스케일링 요소로 주어진 상태를 나타는 정수 값을 이용한 번지수에 의하여 찾아진다. 주어진 입력 짝 $[e(k), ec(k)]$ 은 4 개의 트리플(triple)로 지정된다:

$$A_i(k) < e(k) < A_{i+1}(k), \text{ and } B_j(k) < ec(k) < B_{j+1}(k) \quad (18)$$

작동역의 멤버십함수를 비작동구간과 분리되게 선정하면, 퍼지 추론은 모든 규칙기반 대신에 지배역의 규칙만을 추론하여도 일반성을 잃지 않는다. $e(k)$ 와 $ec(k)$ 의 크리스프값에 대하여, Fig. 3에서 보는 바와 같이 퍼지제어를 지배하는 다음의 4개의 규칙만으로 제어 $u(k)$ 에 대한 추론이 가능하다:

- R1 : If $E(k)$ is NB and $EC(k)$ is PS, then $U(k)$ is NS
- R2 : If $E(k)$ is NS and $EC(k)$ is PS, then $U(k)$ is ZE
- R3 : If $E(k)$ is NS and $EC(k)$ is PB, then $U(k)$ is PS
- R4 : If $E(k)$ is NB and $EC(k)$ is PB, then $U(k)$ is ZE

25개의 규칙이 마스터셀 위의 단지 4개의 규칙만으로 표현 가능함을 Fig. 3 에서 알 수 있다. 조건문 연결어 AND를 위하여 만족도의 대수곱을, 규칙 문장간의 연결어 ALSO에는 대수 평균을 이용하여 결론부의 멤버십함수를 합성한 조작량의 가능성 분포를 구하고, 무게중심법으로 비퍼지화한다

$$u(k) = \sum_{i=1}^4 C_{id} \cdot \psi_i(k) \quad (19)$$

여기서, C_{id} 는 멤버쉽함수 C_i 가 역퍼지화된 언어변수를 가장 잘 나타내는 확정값이다[5]. 그리고, 아래 식과 같이 표현되는 퍼지 형상함수 $\psi_i(k)$ 는 퍼지제어의 결론부에 대한 i 번째 규칙의 공헌도를 나타낸다.

$$\psi_i(k) = \frac{\alpha_i(k)}{\sum_{i=1}^n \alpha_i(k)} \quad (20)$$

i 번째 규칙의 발화강도의 가중치 $\alpha_i(k)$ 는 다음과 같다.

$$\alpha_i(k) = A_i^T(e(k)) \cdot B_i^T(ec(k)) \quad (21)$$

마스터셀에서 라그랑지형의 멤버쉽함수에 대한 α_i 는 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= (1-d_1)(1-d_2) \\ \alpha_2 &= d_1(1-d_2) \\ \alpha_3 &= d_1 d_2 \\ \alpha_4 &= (1-d_1) d_2 \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 α_1 과 α_2 는 주어진 상태 $e(k)$ 와 $ec(k)$ 규칙번호에서의 거리이다. 규칙공백이 없는 전체공간을 N 개로 양자화하고 멤버쉽함수를 M 개로 이산화한 경우, 제안된 추론법은 계산량을 $4/(M \cdot N^2)$ 배로 줄여서 비퍼지침에서 퍼지제어의 효과적인 구현을 가능케 한다.

Table 1 Scaling factor of fuzzy set

Adjective	NB	NS	ZE	PS	PB
V	100	250	450	750	940
VC	-15000	-5000	0	5000	15000
A	-1	-0.4	0	0.4	1

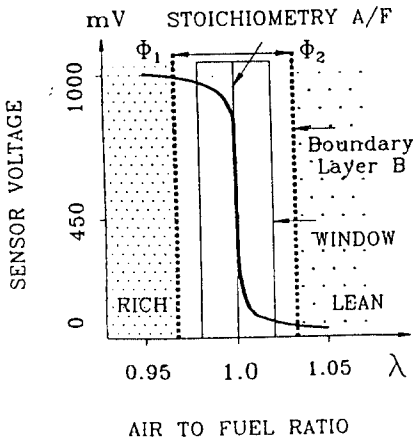


Fig. 4. Characteristics of typical oxygen sensor

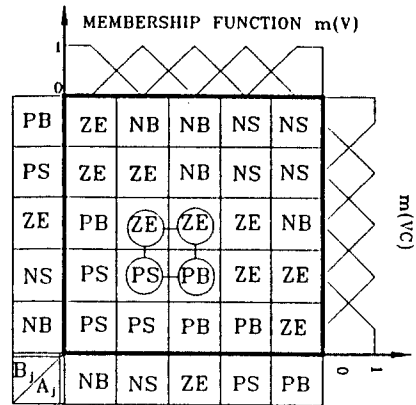


Fig. 5. Fuzzy rule-base.

4. 산소센서에 적용

「더 맑고 더 푸르게,」라는 환경보호 우선정책에 의하여, 자동차엔진에는 배기가스의 유해물질을 정화하기 위하여 무연 휘발유의 사용과 삼원촉매장치의 부착이 의무화 되어 있다. 촉매장치는 이론공연비(stoichiometric air to fuel ratio: 14.64)에서 연소된 배기가스에 효과적인 촉매성능을 발휘한다[6]. 이의 측정은 지르코니아계 산소센서의 급격한 비선형적인 출력특성이 있어서 수학적인 제어기의 설계로는 성능향상에 한계가 있다. 이에, 산소센서의 출력응답이 다소 불확실하더라도 정성적 센서특성을 반영하여서 깔끔히 대처할 수 있는 퍼지규칙의 적용하여 만족스러운 결과가 얻어졌다[7]. 본 논문에서는 이 규칙기반을 비퍼지침에서 고속으로 추론한 결과를 보이고자 한다. 공연비 측정을 위하여 일반적으로 사용되는 지르코니아형 산소센서는 Fig. 4와 같은 특성을 갖는다. 센서의 출력전압은 배기가스의 산소분압에 따라 급변하므로, 이론공연비 근방의 좁은 영역 외에는 높은 비선형성을 나타낸다. 이를 정성적으로 표현한 퍼드백 신호는 FLC(S(k))이다:

$$FLC(S(k)) = FZ(V(v(k)), VC(vc(k))) \quad (23)$$

여기서, FZ 는 Table 1 의 스케일링 요소와 Fig.5의 규칙기반에 의하여 정의되는 퍼지관계를 의미한다. 퍼지변수 V와 VC는 각각 크리스프한 값인 센서전압 $v(k)$ 와 센서전압의 변화율 $vc(k)$ 와 관련된 퍼지제어기에 대한 입력이다. 이 규칙기반을 제안된 방법으로 추론한 결과를 Fig.6에서 볼 수 있다. 센서의 미분불가능한 비선형성을 만족스럽게 근사화 하고 있으므로, 추론 방법을 단순화가 추론의 정밀도를 저하시키지 않음을 알 수 있다.

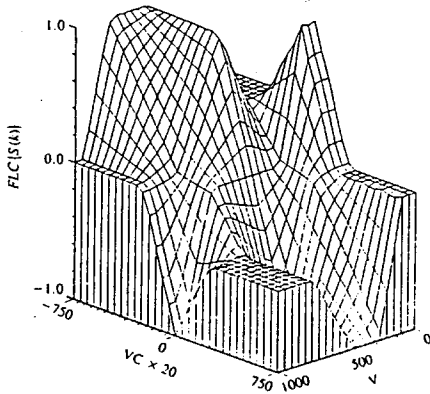


Fig. 6. Surface of FLC(S(k)).

5. 결론

추론방법의 가속화를 통하여 비퍼지침에서 퍼지제어의 구현을 가능케 하기 위하여, 전체규칙 기반에 대한 추론 대신에 주어진 상태에 지배적인 영향을 주는 규칙만을 찾아서 발화시키고자 함이 본 논문의 주된 아이디어이다. 위상영역을 퍼지셀로 적합하게 분할하고, 분할된 부영역에서 발화될 퍼지셀을 찾아서 추론하면, 추론의 일반성을 잃지않고 계산량이 감소됨을 보였다. 멤버십함수를 이용한 매스터셀 개념으로 셀의 형상변화에 관계없이 추론의 계산과정을 조직화하였다. 센서의 판단을 돕기위한 퍼지규칙에 대하여 제안된 추론방법을 적용한 예로서, 값싼 센서와 비퍼지침으로 정밀한 성능을 얻을 수 있는 퍼지제어기를 구현 가능함을 보였다.

참고문헌

- [1] 남세규, 김종식, 유완식, "퍼지제어 셀을 이용한 퍼지논리 제어기의 조직적인 설계방법", 대한기계학회논문집, 16권, 17호, pp. 1234-1243, 1992.
- [2] S. K. Nam, S. H. Kwon, W. S. Yoo, W. S. Jeon, and M. H. Lee, "Robust Fuzzy Control of Three Fin Torpedo," *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol.173, pp.231-235, 1993.
- [3] S. K. Nam, M. H. Lee, and W. S. Yoo, "Predictive sliding control with fuzzy logic for fuel-injected automotive engines," *IMEchE Proc. Instr. Mech. Engr., Part I: Jour. of Syst. Contr. Engr.*, vol. 206, pp. 237-244, Dec. 1992.

- [4] E. H. Mamdani, "Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers," *International Journal of Man-Machine Study*, vol. 8, no. 6, pp. 669-678, 1976.
- [5] S. Chiu and S. Chand, "Fuzzy controller design and stability analysis for an aircraft model," in *Proc. of the 1991 Ameri. Contr. Conf.*, 1991, pp. 821-826.
- [6] R. Canale, C. Carlson, S. Winegarden, and D. Miles, "General motors phase II catalyst system," *SAE Paper 780205*, 1978.
- [7] Nam, S.K., Kim, J.S. and Yoo, W.S., 1992, "Fuzzy sliding-mode control of gasoline fuel-injection system with oxygen sensor", *JSME International Jour. of Dyna., Contr., Rob., Desi. and Manuf.*, Paper No.923020, received June 1992.