

## 지구동주기위성의 위치보전해석과 궤도결정

°박수홍, 조결래  
부산대학교 항공우주공학과

### Station Keeping Analysis and Orbit Determination of Geosynchronous Satellite

°Soo-Hong Park, Kyeum-Rae Cho  
Department of Aerospace Engineering, Pusan National University

- Abstract -

The dynamics for a two-body problem including perturbations due to nonspherical gravitation of the earth, gravitation of the sun and moon, radiation of the sun is studied. Orbit determination was performed by SVD filter.

The simulation result shows that the characteristics of the satellite orbit have east-west and south-north drift. Therefore, the periodic magnitude of the control time and value in the view of the periodicity of error can be provided, and this result can be basic data to a station keeping problem with an orbit determination result.

1. 서론

인공위성은 우주공간상에서 위성에 미치는 섭동에 의해 궤도가 조금씩 변화하므로, 지구동주기위성같이 일정한 위치오차한도내에 존재하기 위해서는 오차범위를 벗어날 때 제어를 수행하여야 하는데, 이러한 궤도제어문제에서는 궤도해석과 궤도결정이 선행되어야 한다.

궤도해석은 위성임무에 따라 주어진 궤도요소로부터 엄밀한 동역학적 모델을 기준으로 시간변화에 따라 궤도가 어떻게 변화하는가를 예측하는 것이며, 궤도결정은 위성의 관측 데이터를 기초로 하여 위성운동을 규정화하는 상태 및 파라메터를 얻는 과정이다. [1] 본 연구는 위성에 영향을 주는 섭동력을 지구 비대칭 중력장, 태양과 달의 인력, 태양복사압을 모델링에 포함하였으며, 이러한 모델링에 의하여 표현되는 위성이 주어진 임무 궤도에서 지구를 중심으로 어떠한 궤도운동을 하고 있는지를 파악하였다.

지구동주기궤도상에서의 위성은 섭동력이 궤도요소에 어떤 영향을 주어 위치 보전 문제(station keeping problem)에서의 동서표류현상과 남북표류현상과 얼마만큼의 제어주기 및 제어량이 필요한가를 살펴보고, 궤도결정알고리즘은 특히 치 분해기법을 이용한 확장칼만필터를 사용하여 수렴특성을 살펴보았다.

2. 운동 모델

지구 중심체에 대한 궤도상의 위성 운동을 지배하는 방정식은 뉴턴 역학으로부터 두 물체간의 문제와 다른 섭동력을 포함한 형태로서 운동방정식은 식(2.1)과 같다. [2]

$$\ddot{\vec{R}_V} + \frac{\mu_E}{R_V^3} \vec{R}_V = \vec{a}_p \tag{2.1}$$

여기서,  $\vec{R}_V$  : 지구 중심에서 위성까지의 위치 벡터

$\vec{a}_p$  : 외란 벡터

$\mu_E = G_E m_E$  ( $G_E$ 는 중력상수,  $m_E$ 은 지구 질량)

위성에 영향을 미치는 섭동력은 크게 비대칭 지구 중력장(earth's gravitational field), 태양과 달의 인력, 태양복사압 등이 있으며, 이러한 영향을 받고 있는 위성의 가속도 운동 모델은 식(2.2)와 같으며, 그 외에는 지구 극운동효과, 위성의 추력등의 영향이 있다.

$$\ddot{\vec{R}_V} = \vec{a}_{GE} + \vec{a}_S + \vec{a}_M + \vec{a}_{SP} \tag{2.2}$$

2.1 지구 비대칭 형상을 포함한 중력장

지구 중력포텐셜은 지구 중심력과 섭동력으로 구성되며, 비대칭 형상을 고려한 중력포텐셜은 식(2.3)와 같다.

$$U = \frac{\mu_E}{R_V} + U_Z(R_V, \phi) + U_T(R_V, \phi, \lambda) \tag{2.3}$$

$$U_Z(R_V, \phi) = \frac{\mu_E}{R_V} \sum_{n=2}^{\infty} C_n^0 \left( \frac{R_E}{R_V} \right)^n P_n(\sin \phi)$$

$$U_T(R_V, \phi, \lambda) = \frac{\mu_E}{R_V} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left( \frac{R_E}{R_V} \right)^n P_n^m(\sin \phi) (c_n^m \cos m\lambda + s_n^m \sin m\lambda)$$

여기서,  $R_E$  : 지구 적도 반경

$\phi$  : 인공위성의 위도(latitude)

$\lambda$  : 인공위성의 경도(longitude)

$U_Z$  : zonal harmonics로 구성되는 포텐셜

$U_T$  : tesseral harmonics로 구성되는 포텐셜

$P_n$  : degree  $n$  의 Legendre 함수

$P_n^m$  : associated Legendre 함수

지구 비대칭 중력장의 관성좌표계 성분의 표현은 식(2.3)을 이용하면 식(2.4)와 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{X}_V &= \left( \frac{1}{R_V} \frac{\partial U}{\partial R_V} - \frac{Z_V}{R_V^2 \sqrt{X_V^2 + Y_V^2}} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) X_V \\ &\quad - \left( \frac{1}{X_V^2 + Y_V^2} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right) Y_V \\ \ddot{Y}_V &= \left( \frac{1}{R_V} \frac{\partial U}{\partial R_V} - \frac{Z_V}{R_V^2 \sqrt{X_V^2 + Y_V^2}} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) Y_V \\ &\quad + \left( \frac{1}{X_V^2 + Y_V^2} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right) X_V \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\ddot{Z}_V = \frac{1}{R_V} \left( \frac{\partial U}{\partial R_V} \right) Z_V + \left( \frac{\sqrt{X_V^2 + Y_V^2}}{R_V^2} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right)$$

위 식의 편미분항들은 식(2.5)에서 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial R_V} &= -\frac{1}{R_V} \left( \frac{\mu_E}{R_V} \right) \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_E}{R_V} \right)^n (n+1) \cdot \\ &\quad \sum_{m=0}^n \{ C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda \} P_n^m(\sin \phi) \\ \frac{\partial U}{\partial \phi} &= \left( \frac{\mu_E}{R_V} \right) \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_E}{R_V} \right)^n \sum_{m=0}^n \{ C_n^m \cos m\lambda + S_n^m \sin m\lambda \} \\ &\quad \cdot \{ P_n^{m+1}(\sin \phi) - m \tan \phi P_n^m(\sin \phi) \} \\ \frac{\partial U}{\partial \lambda} &= \left( \frac{\mu_E}{R_V} \right) \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_E}{R_V} \right)^n \sum_{m=0}^n m \{ S_n^m \cos m\lambda - C_n^m \sin m\lambda \} \\ &\quad P_n^m(\sin \phi) \end{aligned} \quad (2.5)$$

## 2.2 태양과 달의 인력 섭동력

태양과 달의 인력은 식(2.6)과 식(2.7)과 같다.[2]

$$\vec{a}_S = \frac{\mu_S}{(R_S - R_V)^3} (\vec{R}_S - \vec{R}_V) - \frac{\mu_S}{R_S^3} \vec{R}_S \quad (2.6)$$

$$\vec{a}_M = \frac{\mu_M}{(R_M - R_V)^3} (\vec{R}_M - \vec{R}_V) - \frac{\mu_M}{R_M^3} \vec{R}_M \quad (2.7)$$

여기서,  $\mu_S, \mu_M$  : 태양과 달의 중력상수

$R_S$  : 지구중심에서 태양까지 거리

$R_M$  : 지구중심에서 달까지 거리

## 2.3 태양복사압 섭동력

실제 태양복사압에 의한 위성의 섭동 가속도는 위성과 태양과의 거리 벡터에 의해서 식(2.8)과 같다.[2]

$$\vec{a}_{SP} = P_S \frac{C_R A_P}{m_V} R_{SUN}^2 \frac{(\vec{R}_V - \vec{R}_S)}{(R_V - R_S)^3} \quad (2.8)$$

여기서,  $P_S$  : 태양복사가 흡수할 때 생기는 압력

$C_R = 1 + \eta_s$  ( $\eta_s$  : 표면반사율)

$A_P$  : 위성의 투영면적

$R_{SUN}$  : 지구궤도형상중에서 장방경축 거리

$C_R A_P / m_V$ 는 위성의 특성에 의하여 결정되므로 위성 발사 전에 결정되어진다.

## 3. 시스템 방정식과 관측 방정식

### 3.1 시스템 방정식

상태벡터(state vector)는 위성 운동을 결정하는 파라메타들이며 인공위성의 관성좌표계 위치성분 ( $R_V$ )과 인공위성의 관성좌표계 속도성분 ( $\dot{R}_V$ )를 포함한다.

그때 시스템 상태방정식은 식(3.1)와 같다.

$$\dot{X} = F(X, t), \quad X(t_0) = X_0 \quad (3.1)$$

### 3.2. 관측방정식

일반적으로 상태벡터  $X(t)$ 는 직접 관측될 수 없다. 그래서 궤도결정문제는 위성의 운동을 관측함에 의해서 풀려진다. 관측한 실제값은 상태에 대한 비선형 함수이다. 위성을 추적하거나 관측하여 얻어진 데이터는 랜덤오차(random error)를 항상 수반한다. 랜덤오차는 0-평균을 가지며 분산은 이미 알려져 있는 백색가우시안 잡음이라고 가정한다. 랜덤오차를 수반한 거리와 거리변화율은 각각 관성좌표계에서 아래와 같이 표시된다.

$$\rho = (R_V - R_{ST}) + \varepsilon_\rho \quad (3.2)$$

$$\dot{\rho} = \frac{(\vec{R}_V - \vec{R}_{ST}) \cdot (\dot{\vec{R}}_V - \dot{\vec{R}}_{ST})}{(R_V - R_{ST})} + \varepsilon_\dot{\rho} \quad (3.3)$$

여기서,  $R_{ST}$  : 추적소의 거리

$\dot{R}_{ST}$  : 추적소의 속도

$\varepsilon_\rho$  : 거리에 대한 랜덤오차

$\varepsilon_\dot{\rho}$  : 거리변화율에 대한 랜덤오차

관측은 항상 특정시점에서 이루어지므로 관측-상태 관계식은 식(14)에서와 같이 이산식(discrete function)으로 표현될 수 있으며  $z(k)$ 는 특정시점  $t(k)$ 에서 관측벡터,  $h[x(k), k]$ 는 관측상태를 관련짓는 비선형 방정식, 그리고  $V(k)$ 는 관측오차인 백색가우시안 잡음이다.

$$z(k) = h[x(k), k] + V(k), \quad k = 1, 2, \dots, l \quad (3.4)$$

여기서  $l$ 은 관측횟수를 의미한다.

## 4. 위치보전해석과 궤도결정

### 4.1 위치보전해석

궤도예보, 위성의 궤도를 구하는 일련의 과정은 뉴턴의 운동방정식의 해를 구하는 작업이다. 본 연구에서는 해를 간단히 구하고 그 성능이 뛰어난 Cowell의 방법을 사용하였다. Cowell의 방법은 지구를 점질량으로 가정하였을 때 중심가속도와 각 섭동력을 합산하여 위성이 받는 총 가속도를 2계 미분방정식으로 표현하여 수치적분을 통하여 그 해를 구하는 방법이다.[6]

관성좌표계는 위성의 위치를 절대적으로 정의하기는 쉽지 만 인공위성 궤도의 크기, 형상, 궤도면의 결정같은 궤도특성을 파악하기에는 어려움이 있다. 위성의 거리, 속도성분의 표현외에 Fig. 1과 아래와 같은 파라메타인 궤도요소를 도입하면 임의시간에서의 궤도특성의 파악이 용이하다.[5]

- 1) 궤도 장반경 (semimajor axis:  $a$ )
- 2) 이심률 (eccentricity:  $e$ )
- 3) 궤도 경사각 (inclination:  $i$ )
- 4) 승교점 경도 (longitude of ascending node :  $\Omega$ )
- 5) 근지점 인수 (argument of periaxis:  $\omega$ )
- 6) 평균 근점이각 (mean anomaly:  $M_a$ )

이러한 궤도요소를 가지고 위성의 임의시간(졸리안 시점)의 수치적분에 필요한 관성좌표계의 초기치를 알 수 있다.

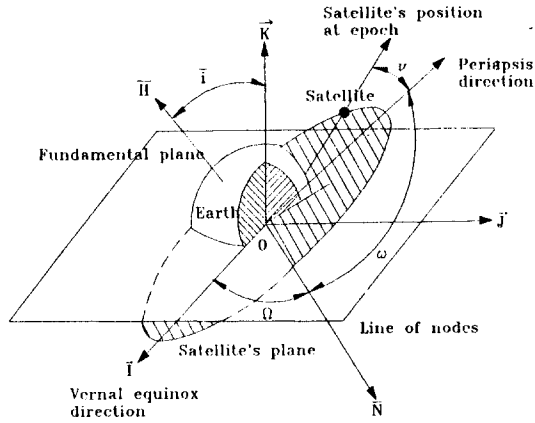


Fig. 1 Orbital elements

#### 4.2. 궤도결정

궤도결정문제에 있어서는 연속-이산 필터문제이며, 확장 칼만필터의 계산과정은 상태의 시간전파(time propagation)와 측정값을 이용한 추정값 개선(measurement update)의 두 단계로 나누어진다. 시간전파는 상태변수가 시간에 따라 변화하는 것을 천이행렬등을 이용하여 계산하며, 추정값 개선은 시간전파된 추정값이 모델링 오차등으로 실제값과 차이가 있으므로 관측데이터와 상태변수의 관계를 이용하여 추정값을 수정하는 것이다. 본 연구에서는 시간전파 및 추정값 개선식에 특이치분리 알고리즘을 도입하여 계산의 엄밀함과 안정함을 가져오는 것이 특이치 분해(Singular Value Decomposition)필터를 사용하여 궤도결정을 수행한다.[3],[7]

### 5. 시뮬레이션

#### 5.1 위성 정보

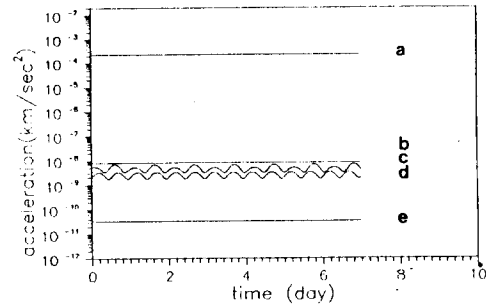
시뮬레이션에 사용된 지구동주기위성은 무궁화통신위성으로서 위성의 정보는 아래와 같다.[4]

Table 1. Scale of the KOREASAT spacecraft

parameter	value
payload mass	202 kg
bus mass	553 kg
spacecraft mass (Dry)	755 kg
spacecraft total mass	914 kg
launch weight	1680±100 kg
life of design	10 years
orbital location	116° E at GEO
planned launch date	April 1995
ready of service	October 1995
stabilization	spin or 3-axis
boresight of antenna	126.5° E, 36° N

#### 5.2 시뮬레이션 결과 및 고찰

Fig. 2는 지구동주기궤도상에서 운동하고 있는 위성에 미치는 가속도성분의 정량적인 분석이다. 결과에서와 같이 가속도는 지구의 중심력이 가장 영향을 많이 미치고 그 밖의 섭동력으로는 지구의 비대칭 중력장(형상계수:  $36 \times 36$ )에 의한 가속도, 달의 인력, 태양의 인력, 태양복사압의 순서이다.



- a : central force effect
- b : non-spherical force effect
- c : moon force effect
- d : sun force effect
- e : solar radiation force effect

Fig. 2 Perturbation effect to satellite

위치보전은 궤도를 일정한 범위내에 유지하는 것, 즉 지구동주기성위성의 경우는 위성의 주어진 임무를 수행하기 위해 적도면상의 고정된 범위내에서 위성의 위치를 유지시키는 것이다. 지구의 모양은 비구형, 비대칭이므로 중력장의 분포가 경도와 위도에 따라 다르다. 따라서 경도의 경우 영역에 따라 안정한 영역과 불안정한 영역으로 구분되며, 위성은 안정한 영역으로 변화하게 되는 현상이 있다. 이러한 현상을

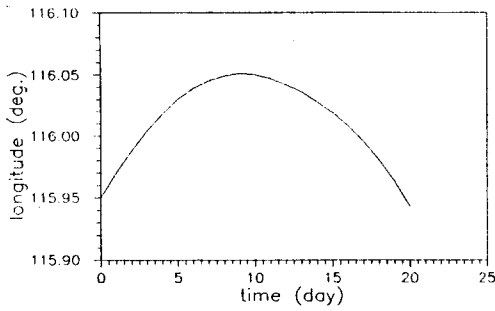


Fig. 3 Satellite orbit motion (longitude)

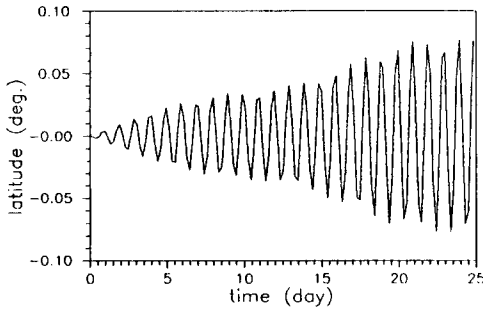


Fig. 4 Satellite orbit motion (latitude)

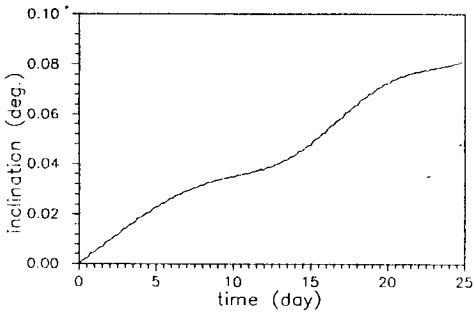


Fig. 5 Satellite orbit motion (inclination)

이용하여 즉, 위성 궤도의 장반경이 경도의 영역에 따라 지구동주기궤도를 기준으로 변화하게 되는 특성을 이용하여 초기 궤도 설계를 수행하면 경제적인 위치 보전을 할 수 있으며, 이러한 궤도 설계는 위성의 임무와 연료의 효율적인 사용 등에 따른 여러 사항을 고려하여 적절한 궤도요소를 선택하여야 한다. 무궁화위성의 경우는 목표경도가 동경 116도이며,  $\pm 0.05$ 도의 경도오차편차내에 있어야 한다. 따라서 초기 장반경을 42,164.55 km로 정하였다.

Fig. 3은 시간변화에 따른 위성의 경도(longitude) 변화로 궤도가 동서로 표류하는 현상(east-west drift)이 나타난다는 것이 시뮬레이션 결과에서와 같이 나타나 있고 무궁화 위성을 대상으로 한 이 결과에서의 그 크기는 전체 섭동력을 모두 고려한 경우에는 초기 시점으로부터 약 20일이 경과할 때까지 경도가 약  $\pm 0.05$ 도의 편차를 가지고 있다. 따라서 원활한 위성통신을 위한 동서의 위치보전 한계는 본 연구의 시뮬레이션의 결과에서의  $\pm 0.05$ 도일 경우에는 동서의 위치보전(east-west station keeping)을 위하여 자동적(automatic)인 동서 위치 보전의 수행 후인 약 20일마다 궤도제어를 주기적으로 해 주어야 한다는 것을 알 수 있다.

궤도면과 관측좌표계의 X,Y 평면의 차이인 궤도 경사각은 정지궤도 위성의 경우는 0이지만, 섭동력의 변화로 인해 위도의 변화와 궤도 경사각의 변화가 생긴다. Fig. 3과 Fig. 4는 위도와 궤도요소인 궤도경사각의 변화를 표현하였다.

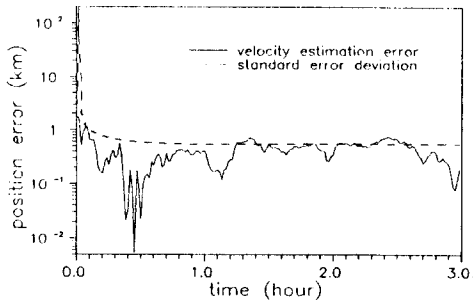
위성은 태양과 달의 위치 변화에 따라 궤도 경사각이 변화하게 되며, 이런 원인으로 인하여 위성이 적도를 중심으로 남북으로 표류하는 현상(north-south drift)이 일어난다. 따라서 원활한 위성통신을 위한 남북의 위치 보전(north-south station keeping)한계가  $\pm 0.05$ 도일 경우는 약 20일마다의 주기적인 궤도제어가 필요하다는 것을 알 수 있다.

무궁화위성 추적용 지상추적소는 주 지상추적소는 경기도 용인에 설치될 예정이며, 부 지상추적소는 Table. 2의 추적소에서 관측데이터를 취득하는 것으로 하였다.

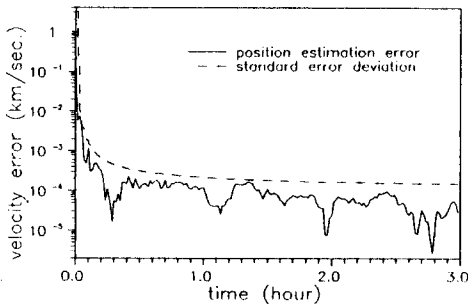
Table. 2 Position of the ground tracking station

position station	latitude	longitude	altitude
Yong in st.	37.3° N	127.3° E	100 m
Kum san st.	36.0729° N	127.2929° E	150 m
Pusan st.	35.2625° N	129.1210° E	50 m

Fig. 7은 실시간 궤도결정의 결과를 나타낸 것이며, 이때 사용된 거리 관측 데이터에 인가된 잡음은 2m의 표준편차를 갖는 백색 가우시안잡음이며, 필터에 사용된 잡음과 일치한다. 관측 데이터는 60초 간격의 3곳의 지상추적소에서 동시에 추적한 데이터이며, 필터에 사용되는 초기 오차 공분산 행렬(Po)은 X,Y축으로 3km, 1km/sec, Z축으로 2km, 600 m/sec의 추정오차를 갖도록 하였다. 또한 시스템 상태잡음 공분산 행렬(Q)은  $1 \times 10^{-5}$ ,  $1 \times 10^{-10}$ 의 값을 위치, 속도의 주 대각 행렬 항에 인가하였다. 2m의 표준편차의 경우에는 위치 0.1-1km 이내에서 섭동을 일으키는 가우시안 잡음의 형태를 보이고 있으며, 속도  $10^{-4}$ - $10^{-5}$  km/sec 사이에서 심한 섭동을 보이고 있음을 알 수 있으며, 관측 데이터를 처리할 수록 위치와 속도의 추정 오차 항들이 오차 표준편차 내에서 수렴함을 알 수 있고, 오차 표준편차 역시 수렴함을 알 수 있어 전체적으로 만족스러운 추정결과를 보여 주고 있다.



a) Position error of  $X_1$



b) Velocity error of  $X_4$

Fig. 7 Performance of SVD

## 6. 결론

본 연구에서는 지구동주기궤도상을 선회하고 있는 위성을 대상으로 여러가지 섭동력(지구의 비대칭중력장에 의한 가속도, 태양복사압, 태양과 달의 인력) 을 고려하여 위성을 모델링한 후, 위치보전을 할 수 있는 궤도에보 및 궤도결정을 행하였다. 궤도에보의 시뮬레이션 결과는 주어진 궤도요소를 가지고서 위성에 미치는 섭동력의 영향에 의하여 발생하는 궤도변화의 형상을 파악할 수 있었으며, 그 결과 필요에 따라 주기적인 궤도제어시기와 제어량을 제공할 수 있었다.

궤도결정의 시뮬레이션 결과는 실시간 궤도결정을 위하여 거리(range) 관측데이터를 처리하여 추정 알고리즘으로 특이치 분해기법을 이용한 확장칼만필터를 사용하여 적용한 결과 관측데이터를 처리 할수록 각 위치 및 속도오차항들이 예측된 오차표준편차내에서 수렴함을 알 수 있어서 만족스러운 추정 결과를 보여 주었으며, 실제 위성운용상황에서 예측되지 않는 현상에 의해 궤도이탈등의 문제에서도 제어를 가능하게 하는 요인을 제공할 수 있었다.

전체적으로 이러한 궤도에보 및 궤도결정알고리즘은 향후 위성운용중에서 지상추적시스템의 운용에 있어 많은 기초적인 자료를 제공할 수 있을 것으로 사료된다.

## 7. 참고문헌

- [1] J.R.Roal, and N.K.Sinha, "On the Orbit Determination Problem," IEEE Trans. on AES, Vol. AES-21, No. 3, pp. 274-291, May, 1985.
- [2] Vladimir A. Chobotov, *Orbital Mechanics*, AIAA Education Series, 1991.
- [3] 박수홍, 조경래, "통신위성에 미치는 섭동력의 영향평가 및 궤도결정," 한국정밀공학회지, Vol. 9, No. 3, pp.157-164, 1992.
- [4] Han Hwangbo, "The KOREA Domestic Communications and Broadcasting Satellite System," The 14'th International Communication Satellite Systems Conference and Exhibit, AIAA-1875-CP, pp. 550-555, March, 1992.
- [5] E. Mattias Soop, *Introduction to Geostationary Orbits*, Orbit Attitude Division, European Space Operations Center, SP-1053, Nov., 1983.
- [6] J. H. Kwok, *The Artifical Satellite Analysis Program*, ASAP, NASA, JPL, Pasadena, California, 1987.
- [7] Y.Oshman, I.Y.Bar-Itzhack, "Square root Filtering via Covariance and Information Eigenfactor," Automatica, Vol. 22, No. 5, pp. 599-604, 1986.