'93 한국자동제어학술회의논문집 (1993.10.20~22)

# 빠른 추론을 위한 퍼지 참조표에 관한 연구

°서동욱, 안상철, 권욱현
서울대학교 공과대학 제어계측공학과

# A Study on the Fuzzy Look-up Table for Fast Inference

°Dong-Wook Suh, Sang-Chul Ahn, Wook-Hyun Kwon
Department of Control and Instrumentation Engineering,
Seoul National University

ABSTRACT

In this paper, a method of using a look-up table for a fuzzy logic controller is proposed. A look-up table is designed for a fast inference. An algorithm for an inference is developed with a view to decrease execution time. The performance of the developed fuzzy controller is compared with that of the traditional one.

## 1. 서 론

1965년 L.A.Zadeh가 퍼지 집합에 관련된 수학적 개념을 제시한 이래, 퍼지를 이용한 시스템 제어 및 의사 결정 분야에 대한 이론적 연구 및 실제적 응용이 지속적으로 이루어지고 있다[1]. Mamdani에 의해 처음으로 사용된 퍼지 논리 제어기는 정성적인 언어를 정량적으로 표현할 수 있다는 점을 그 특징으로 하고 있다[2,3]. 따라서 플랜트의 모델이 잘 알려져 있지 않거나, 기존의 방법으로 정의가 잘 되지 않는 플랜트의 경우에는 퍼지 논리 제어기로 제어를 하는 것이 유리하게 된다[4].

한편, 퍼지 제어기를 입출력 관점에서 보면 궁극적으로 입력과 출력에 대한 mapping으로 볼 수 있다[1]. 그러므로 하나의 퍼지 논리 제어기를 설계한다는 것의 의미는 하나의 입출력 관계를 정의한다는 것과 같다. 이 입출력 관계는 퍼지 집합과 제어 규칙, 그리고 추론 방법을 어떻게 정의하느냐에 따라 결정된다.

일단 입출력 관계가 결정되었다면 그 다음에 문제가 되는 것은 어떻게 이 입출력 관계를 구현하는가, 즉 어떻게 결정된 입출력 관계와 일치하도록 주어진 입력에 대해 출력을 생성할 것인가 이다. 가장 일반적인 방법은 입출력 관계를 유도하기 위한 과정을 입력이 들어올 때마다 되풀이하여 거치는 것이다. 즉, 입력이 들어올 때마다 정의된 퍼지 집합과 제어 규칙을 참고하여 추론 방법을 거쳐 출력을 구하는 것이다. 이 과정은 바로 입출력 관계를 정의하는 과정과 동일하므로 당연히 주어진 입출력 관계를 100% 구현한다. 하지만 입력 영역을 이루는 퍼지 집합의 수가 커지고, 입력의 갯수가 커지게 되는 경우에는 제어 규칙의 수가 기하 급수적으로 늘어나게 되므로 제어 규칙을 참고하는 과정에서 걸리는 시간이 커지게 된다. 추론 시간이 길어질 수록 빠른 플랜트에 대한 실시간 제어가 어려워진다. 그러므로 제어기의 속도를 빠르게 하기 위하여 입출력 관계를 미리 계산하여 참조표에 저장하는 방법이 있다. 이 방법은 속도를 증가시킨다는 면에 있어서는 전자보다 훨씬 효과적이지만 입출력 관계를 100% 일치하도록 구현하려면 기억 장치를 너무 많이 차지하게 된다.

본 연구에서는 입력 공간에서의 특정한 점들을 추려내어 이 점들에 대한 출력값을 미리 계산하여 저장함으로써 기억 장치를 덜 차지하고 또한 결정된 입출력 관계를 잘 구현할 수 있는 참조표를 설계하였다. 이 과정에서 입력 공간에서 특정한 점을 선택하는 알고리즘과 참조표를 이용하여 출력값을 계산하는 알고리즘을 연구하였다.

## 2. 퍼지 제어기의 추론방법

퍼지 제어기는 퍼지화부(fuzzification interface)와 지식 베이스(knowledge base), 그리고 의사 결정부(decision-making logic)와 역퍼지화부(defuzzification interface)로 이루어져 있다[5]. 지식 베이스와 의사 결정부를 합쳐 추론부(inference engine)라고도 한다. 여기서는 추론 방식에 대해 살펴보기로 하자.

간단히 다음과 같은 2개의 퍼지 제어 규칙이 있다고 가정하자.

$R_1$ : If $X_1$ is $A_{11}$ and $X_2$ is $A_{12}$, then z is $B_1$
$R_2$ : If $X_1$ is $A_{21}$ and $X_2$ is $A_{22}$, then z is $B_2$

여기서 $A_1,A_2,B_1,B_2$는 각각 하나의 퍼지 집합을 나타내며, 각각의 규칙에서의 'then' 이전의 조건부에서는 $X_1,X_2$ 두 입력이 각각 얼마나 $A_1,B_1$ 혹은 $A_2,B_2$ 에 가까운가를 계산한다. 이 가까운 정도를 가중치라고 한다. 임의의 입력 x,y 에 대해 각 규칙에 대한 가중치를 구하는 방법은 다음과 같다.

$$w_1 = A_{11}(x) \wedge A_{12}(y)$$
$$w_2 = A_{21}(x) \wedge A_{22}(y)$$

또는,

$$w_1 = A_{11}(x) \times A_{12}(y)$$
$$w_2 = A_{21}(x) \times A_{22}(y)$$

위에서 $A_{xx}()$는 각각의 퍼지 집합에 대한 소속함수를 나타내고 '$\wedge$' 기호는 양쪽 두 값중 최소값을 택함을 의미한다. 곱하기를 이용하는 방법이 smooth한 결과를 보이므로 최소값을 택하는 방법보다 더 자주 사용 된다[2].

이런 방법으로 모든 규칙에 입력을 대입하여 가중치를 구한다음 무게 중심법으로 출력값을 계산한다. 위의 예의 경우는 가중치가 2개가 구해지므로 이를 이용하여 무게 중심법으로 출력 z를 구하면 다음과 같다.

$$z = \frac{w_1 * b_1 + w_2 * b_2}{w_1 + w_2}$$

여기서, $b_1,b_2$는 각각 소속함수 $B_1(x),B_2(x)$의 값을 1로 하는 x 값을 나타낸다.

위의 과정을 살펴보면, 출력값을 구하기 위해서는 주어진 입력을 각 제어 규칙에 대입하여 가중치를 구하고 이를 이용하여 출력값을 구해야 한다. 입력의 갯수가 n개이고 입력 공간을 이루는 퍼지 부분 집합의 갯수가 각 입력에 대하여 m개라고 가정했을 때, 제어 규칙의 갯수는 $m^n$개가 되며 가중치를 구하기 위해 입력값을 각 소속 함수에 대입하는 횟수는 $m^n * n$번이 된다. 예를 들어 입력의 갯수가 3개, 입력 공간을 이루는 퍼지 부분 집합의 갯수가 7개라고 하면, 입력을 소속함수에 대입하는 횟수는 1029번이 된다. 이런 숫자는 아무리 소속 함수에 입력값을 대입하여 소속 함수값을 구하는 시간이 적게 걸린다고 해도 전체 실행속도를 많이 떨어뜨리게 된다. 그러므로 제어규칙의 수가 많은 퍼지 제어기의 경우에는 출력값을 빨리 얻기 위해서 참조표를 이용하는 방법을 생각할 수 있다.

### 3. 퍼지 참조표의 작성

퍼지 참조표는 입력에 대한 출력값을 미리 계산하여 테이블에 저장해놓은 것이다. 모든 입력에 대한 출력값을 참조표에 저장한다는 것은 무리이므로 참조표의 크기를 줄이기 위하여 입력 공간의 모든 점들 중에서 출력값을 미리 계산할 점(대표값)들을 선정한다.

입력 공간은 입력의 갯수에 따라 차원이 달라진다. 예를 들어 입력이 하나이면 입력 공간은 1차원 직선이 되고, 2개인 경우에는 2차원 평면, 3개인 경우에는 3차원 공간이 된다. 대표값은 이러한 입력 공간을 이루는 각각의 입력에 대한 대표값을 먼저 결정함으로써 결정된다. 예를 들어 3차원 입력 공간의 경우에는 입력은 (x,y,z)와 같이 3값의 조합으로 이루어진다. 이때, x,y,z에 대해 각각의 대표값들을 결정하여 이를 $x_1,y_1,z_1$라 하면 이들을 조합한 $(x_1,y_1,z_1)$이 입력 공간의 대표값이 되는 것이다.

입력 대표값의 선정은 퍼지 제어기의 입출력 관계를 가장 잘 대표할 만한 점을 선정해야 한다. 입력 공간을 이루는 각각의 입력들은 퍼지 부분 집합들로 나뉘게 되는데 대표값으로서 이 퍼지 부분 집합들의 소속 함수값을 1로 만드는 값을 택한다. 그러므로 한 입력에 대해 대표값은 퍼지 부분 집합의 갯수 만큼 생기게 된다. 소속함수가 삼각형이거나 종형일 경우에는 소속 함수값이 1이 되게 하는 값이 하나 존재하므로 이 값이 곧 대표값이 된다([그림 1]참고).

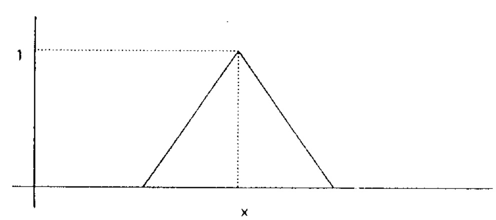


그림 1 삼각형 모양 소속함수의 대표값

소속 함수가 사다리꼴의 형태를 한 경우에는 소속 함수값을 1이 되도록 하는 값이 한 점이 아니라 한 선분을 이루게 되므로 이 때는 대표값으로 그 선분의 중점을 취한다([그림 2]참고).

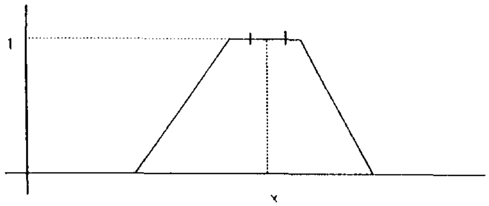

그림 2 사다리꼴 모양 소속함수의 대표값

위와 같이 구해진 대표값들에는 크기 순서대로 자연수를 대응시킨다. 즉, n개의 대표값에 대하여 제일 작은 대표값부터 제일 큰 대표값까지 1부터 n까지를 대응시킨다. 이 자연수는 대표값에 대한 인덱스의 역할을 한다. 이젠 대표값에 대한 출력을 계산한다. 계산된 출력값은 배열의 형태로 저장하게 된다. 출력값이 배열에 저장되는 순서는 그 출력값에 해당되는 대표값의 크기 순서이다. 그러므로 대표값에 대응하는 인덱스는 그 대표값에 해당하는 출력값을 배열에서 찾기 위한 인덱스가 된다.

전체 입력 공간에 대한 대표값은 위에서 구한 각 입력에 대한 대표값의 조합으로 이루어진다. 각 입력에 대한 대표값에 크기순으로 자연수를 대응시켰으므로 전체 입력 공간에 대한 대표값은 자연수의 조합으로 나타낼 수 있다. 즉 입력이 2개인 경우 (i,j) 와 같이 인덱스만으로 나타낼 수 있다. 이 인덱스는 참조표(이 경우에는 2차원 배열이다.)에서 그 인덱스에 해당하는 대표값에 대한 출력값이 저장될 위치를 가리키게 된다.

각 입력에 대한 퍼지 부분 집합의 갯수가 n개이고, 입력의 갯수가 2개라면 전체 입력 공간에서의 대표값의 갯수는 $n^2$개가 된다. 이는 제어 규칙의 수와 같다. 그러므로 이와 같은 방법으로 대표값을 선정하여 참조표를 만들 경우에는 제어규칙 갯수만큼의 기억장소만을 차지하게 된다.

2입력/1출력 제어기의 경우 참조표를 만드는 과정을 예로 들어 보겠다.

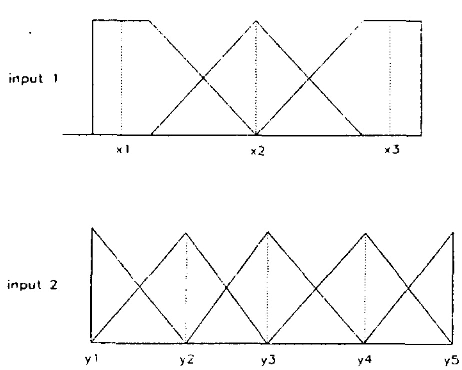


그림 3 두 입력에 대한 퍼지 부분 집합

입력1, 입력2에 대해서 [그림 3]과 같이 퍼지 부분 집합이 정의되어 있을 경우 각각에 대한 대표값은 x1,x2,x3와 y1,y2,y3,y4,y5가 된다. 전체 입력 공간에 대한 대표값은 이들을 조합하여 구해진다. 즉 (x1,y1),(x1,y2),....,(x3,y5)의 전부 15개의 대표값을 얻을 수 있다. 이를 인덱스를 사용하여 나타내면 (1,1),(1,2),....,(3,5)와 같이 나타낼 수 있다. 대표값(i,j)에 대하여 출력값을 계산 하여 이를 f(i,j)라고 표시하면, 참조표는 다음과 같이 만들어진다.

| | y1 | y2 | y3 | y4 | y5 |
|---|---|---|---|---|---|
| x1 | f(1,1) | f(1,2) | f(1,3) | f(1,4) | f(1,5) |
| x2 | f(2,1) | f(2,2) | f(2,3) | f(2,4) | f(2,5) |
| x3 | f(3,1) | f(3,2) | f(3,3) | f(3,4) | f(3,5) |

표 1 이차원 퍼지 참조표

4. 출력값의 계산

입력값이 대표값과 같은 경우에는 참조표의 값을 그대로 이용할 수 있겠지만 대부분의 경우 입력값은 대표값과는 다르게 된다. 이런 경우에는 입력값의 주변의 대표값들에 해당되는 출력값을 참조표에서 얻어 이 값들을 보간하여 입력값에 대한 출력값을 계산하게된다. 출력값의 보간은 인접한 대표값들 사이에서는 출력값이 선형적으로 변한다는 가정하에서 행해진다.

2입력/1출력 제어기의 경우를 예로 들어 출력값을 구하는 과정을 설명하겠다.

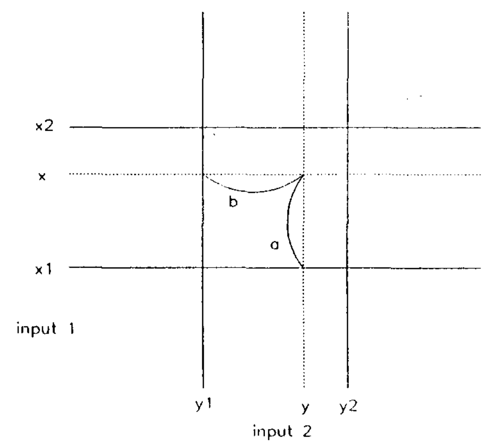


그림 4 입력과 대표값과의 관계

[그림 4]에서 두 입력을 x,y 라고 했을 때 x,y보다 작으면서 가장 큰 대표값을 각각 x1,y1 이라 하고, x,y보다 크면서 가장 작은 대표값을 각각 x2,y2 라고 하자. 그러면, x,y가

대표값과 일치하지 않는 경우에 대해서는 x1,y1의 인덱스를 n,m이라고 했을 때, x2,y2의 인덱스는 n+1,m+1이 된다. 이젠 입력이 대표값에서 얼마나 차이가 나는 지를 나타내는 값을 정의한다. 이 값을 입력의 편차라고 부르기로 하자. x,y의 편차를 각각 a,b 라고 하면, a와 b는 각각 다음과 같이 정의 된다.

$$a = x - x1$$
$$b = y - y1$$

이제 인접한 대표값들에 대한 출력값을 참조표에서 구한다. 인접한 대표값들은 입력1의 경우 n, n+1, 입력2의 경우 m, m+1 번째 대표값이 된다. 그러므로 구해야 할 출력값은 참조표를 행렬 z 라고 표시했을때 z(n,m), z(n,m+1), z(n+1,m), z(n+1,m+1) 이 된다. 입력 공간에서의 출력값을 나타낸 것이 [그림 5] 이다.

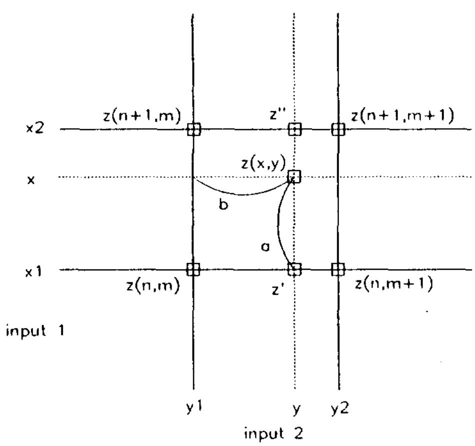


그림 5 입력 공간에 대한 출력값

이제 보간에 의해 출력값을 구한다. 먼저 입력2에 대하여 보간하여 z′와 z″를 구한다([그림 5]참고). 구하는 식은 다음과 같다.

$$z' = z(n,m) + (z(n,m+1) - z(n,m))*b/(y2-y1)$$
$$z'' = z(n+1,m) + (z(n+1,m+1) - z(n+1,m))*b/(y2-y1)$$

다음엔 z′와 z″ 사이를 보간하여 z(x,y)를 구한다.

$$z(x,y) = z' + (z'' - z')*a/(x2-x1)$$

이로써 최종 출력값은 z(x,y)가 된다.

## 5. 성능 분석

위의 과정에서 구해진 참조표의 성능을 알아보기 위하여 기존의 제어 규칙과 무게 중심법을 이용하여 퍼지 제어기를 설계하였다. 입력이 2개, 출력이 1개이고 두 입력에 대한 퍼지 부분 집합은 5개(NL, NS, ZE, PS, PL), 출력에 대한 퍼지 부분 집합은 9개(NVL, NL, NM, NS, ZE, PS, PM, PL, PVL)이다. 이 집합들의 의미는 [표 2]와 같다.

| | |
|---|---|
| NVL | Negative Very Large |
| NL | Negative Large |
| NM | Negative Medium |
| NS | Negative Small |
| ZE | Zero |
| PS | Positive Small |
| PM | Positive Medium |
| PL | Positive Large |
| PVL | Positive Very Large |

표 2[6] 퍼지 부분 집합의 의미

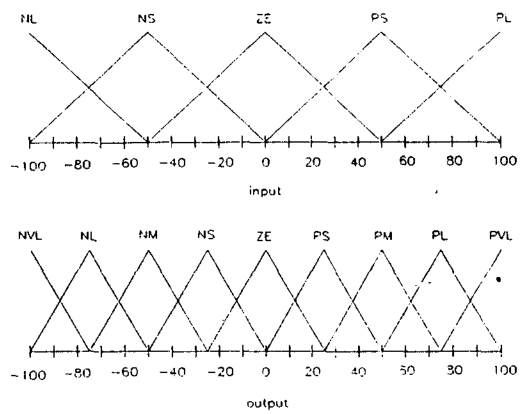


그림 6 입/출력에 대한 퍼지 부분 집합

제어 규칙은 fuzzy associated memory rule table[7]를 응용하여 다음과 같이 만들었다.

| | NL | NS | ZE | PS | PL |
|---|---|---|---|---|---|
| NL | PVL | PL | PM | PS | ZE |
| NS | PL | PM | PS | ZE | NS |
| ZE | PM | PS | ZE | NS | NM |
| PS | PS | ZE | NS | NM | NL |
| PL | ZE | NS | NM | NL | NVL |

표 3 제어 규칙 테이블

출력값은 무게 중심법을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$f(x) = \frac{\sum^n O_k * u_k(x)}{\sum^n u_k(x)}$$

여기서,

n : 규칙의 갯수

$u_k$ : k번째 규칙의 가중치

$O_k$ : 규칙 k의 결론부 퍼지 집합의 소속 함수값

이 1인 위치의 출력값

x : 입력 벡터

이다.

위와 같은 퍼지 제어기에 대하여 앞에서 제안한 방법으로 퍼지 참조표를 만들었다([표 4]참고).

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -100 | -75 | -50 | -25 | 0 |
| 2 | -75 | -50 | -25 | 0 | 25 |
| 3 | -50 | -25 | 0 | 25 | 50 |
| 4 | -25 | 0 | 25 | 50 | 75 |
| 5 | 0 | 25 | 50 | 75 | 100 |

표 4 만들어진 퍼지 참조표

이 퍼지 제어기를 기존의 추론 방식을 사용하여 프로그램으로 구현할 경우와 앞에서 제안한 참조표를 이용하여 프로그램을 구현할 경우 프로그램상에서 필요한 계산과정을 비교하면 다음과 같다.

| | 기존의 추론 방식을 이용한 경우 | 참조표를 이용한 경우 |
|---|---|---|
| 덧 셈 | 50번 | 3번 |
| 뺄 셈 | 32번 | 5번 |
| 곱 셈 | 25번 | 3번 |
| 나눗셈 | 17번 | 2번 |
| 비 교 | 25번 | 5번 |

표 5 Operation 갯수 비교

실행 속도를 비교해보면, 두 프로그램을 IBM 386 시스템으로 실행시켰을 경우 입력이 주어졌을때 출력을 구하는 과정에서 소요된 시간은 다음과 같다.

| | 실행 시간 (단위 초) |
|---|---|
| 기존의 추론 방식을 이용한 경우 | 0.0421 |
| 참조표를 이용한 경우 | 0.0034 |

표 6 실행 속도 비교

[표 4] 에서 보다시피 참조표를 이용한 경우가 10배 이상 빠른 것으로 나타났다. 한편 입출력 관계를 기존의 추론 방식을 이용한 경우와 참조표를 이용하는 경우에 대해서 비교해 보았다. 입력에 대한 출력의 관계를 그래프로 나타내면 기존의 추론 방식을 이용한 경우에 대해서 [그림 7]와 같은 결과가 나오고, 참조표를 이용한 경우에 대해서 [그림 8]과 같은 결과가 나온다.

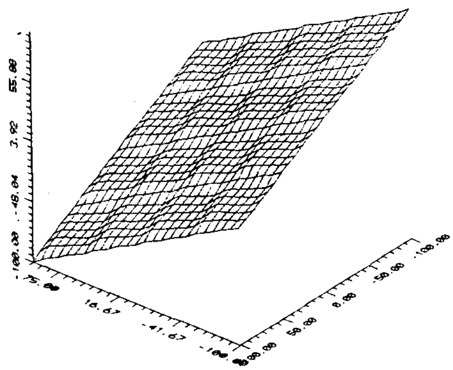

그림 7 기존의 추론 방식을 이용한 입출력 관계

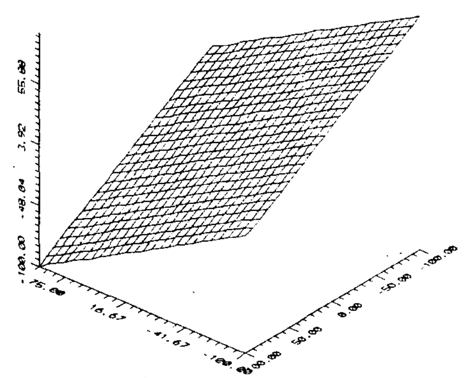

그림 8 참조표를 이용한 경우의 입출력 관계

## 6. 결 론

본 연구에서는 기존의 퍼지 제어기의 입출력 관계를 유지하면서 제어기의 속도를 향상시키기 위한 참조표와 출력 계산 알고리즘의 개발하였다. 본 연구에서는 퍼지 제어기의 입력 공간에서 대표점들에 대한 출력값들 사이의 보간을 선형적으로 계산하였다. 따라서 비선형 특성이 강한 퍼지 제어기의 경우에는 입출력 관계가 많이 왜곡될 수 있으므로 이런 경우에 대한 연구가 보강되어야 할 것이다.

참 고 문 헌


[1] 유완식,김성락,김종성,변증남,박동조 "입-출력 관계에서 언어적 퍼지 모델의 추출", Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems, 1992, Vol.2, No.3.

[2] M.Sugeno, "An Introductory Survey of Fuzzy Control", 1985, Information Sciences 36,pp. 59-83.

[3] 菅野道夫 著, 박민용,최항식 譯, 퍼지 제어 시스템, 대영사, 1990.

[4] 안 상철, "The Formulation of Fuzzy Menbership function in Function Modelling", Proceeding of ISL Winter Workshop, Vol.6,Feb,9-12,1993.

[5] Chuen Chien Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems; Fuzzy Logic Controller-part I and part II", IEEE Tr. on SMC, Vol.20, No.2, March/April, 1990.

[6] Ravi Subramaniam, Andrei M. Reinhorn, Satish Nagarajaiah, "Application of Fuzzy Set Theory to the Active Control of Base-Isolated Structures", IEEE Conference on Fuzzy Systems, San Francisco, March 28 - April 1, 1993.

[7] Chir-Ho Chang, John Y. Cheung, "The Dimension Effect of FAM Table in Fuzzy PID Logic Control Systems", IEEE Conference on Fuzzy Systems, San Francisco, March 28 - April 1, 1993.