

계산속도를 증가시키기 위한 능동소음제어 알고리즘에 대한 연구

°박광수, 박영진
한국과학기술연구원

A Study on the Active Noise Control Algorithm for Reducing the Computation Time

°Kwang-Soo Park and Youngjin Park
Center for Noise and Vibration Control (NOVIC)
Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract

When the error path can be modeled as a pure delay, an adaptive algorithm for slowly time varying system is proposed to minimize the sound pressure level. This algorithm makes it possible to use the filtered-x LMS algorithm with on-line delay modeling of the error path. Another simple adaptive algorithm for pure tone noise is proposed which eliminates the cross term in the multiple error filtered-x LMS algorithm.

1. 서론

능동 소음 제어(Active Noise Control)는 부가적인 음원(제어 스피커)을 사용하여 소음원과 반대되는 위상을 가지는 제어음을 냄으로써, 공간상에서 음압이 상쇄되도록 하는 방법을 말한다. 능동 소음 제어를 하기 위한 제어기(W)는 FIR필터 혹은 IIR필터를 사용하게 되는데 환경에 따라 계가 변하므로 적응 필터 기법을 사용하여 필터의 계수를 갱신하게 된다. 필터 갱신에는 소음원 신호(x(k))와 에러 마이크로폰에서의 잔류소음 신호(e(k))를 사용하게 된다. 여기에서 소음원과 에러 마이크로폰까지의 전달함수를 대상계(P)라 하고, 제어 스피커와 에러 마이크로폰까지의 전달함수를 오차계(H)라 한다. 현재 많이 쓰이고 있는 제어 알고리즘으로는 Filtered-x LMS 알고리즘^[1]과, 이것을 여러개의 에러 마이크로폰과 제어 스피커가 있는 경우에도 적용할 수 있도록 확장시킨 Multiple Error Filterd-x LMS(이하, MEFXL) 알고리즘^[2]을 들 수 있다. 그러나 이러한 알고리즘은 계산량이 많은 단점이 있다. 본 연구에서는 오차계를 단순한 시간지연으로 근사하여 생각할 수 있을 경우 계산량을 줄일 수 있고, 변화하는 계에 대해서도 빠르게 적용할 수 있는 제어 알고리즘을 제안하였으며, 2개의 제어 스피커와 2개의 에러 마이크로폰이 있는 경우, MEFXL 알고리즘에서 오차계의

모델링 개수를 줄임으로서 계산량을 감소시킬 수 있는 방법을 제시하였다.

2. 시간지연 검색 방법 (delay search method)

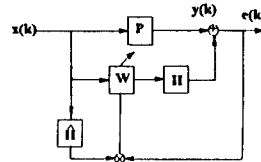


그림.(a) filtered-x LMS algorithm block diagram

Filtered-x LMS 알고리즘에서 필터, 가중치 w_i 에 대한 갱신 식은 다음과 같다.

$$w_i(k+1) = w_i(k) - 2\mu e(k) \hat{H}^T X(k-i) \quad (2.1)$$

$$X(k) = [x(k) \ x(k-1) \ \dots \ x(k-I+1)]^T$$

여기서 μ 는 수렴상수, \hat{H} 은 오차계 모델이다.

반사가 없는 덕트 등에서는 오차계를 이득(gain)과 시간지연(delay)으로서 모델링할 수 있다. 여기서 이득은 갱신식에서 수렴상수에 포함될 수 있으므로 1로서 가정할 수 있다. 따라서 오차계는 간단히 시간지연만 있는 계로 생각할 수 있다.

오차계가 d스텝 지연인 경우 식(2.1)은 다음과 같은 식으로 된다.

$$w_i(k+1) = w_i(k) - \mu' e(k) x(k-d-i) \quad (2.2)$$

여기서 μ' 은 오차계의 이득을 포함하는 새로운 수렴상수이다.

이 절에서는 오차계의 시간지연 d를 온라인으로 모델링 할 수 있는 제어 알고리즘을 제안 한다.

기본적인 개념은 아래와 같다.

먼저 오차계의 시간지연을 어떠한 초기값, $d=d_0$ 로서 예측한다. 보통 d_0 는 0으로 예측한다. 만약에 예측된 오차계의 시간지연 d 와, 실제 오차계의 시간지연이 다르다면, 이 알고리즘은 발산할것이다. 다른 발산 요인으로는 수렴상수가 크기 때문일 수도 있으나, 여기서는 수렴상수가 발산하지 않을만큼 충분히 작다고 가정한다. 따라서 알고리즘의 발산 요인으로는 d 를 잘못 예측하였기 때문이라고 생각할 수 있다. 그러므로 알고리즘이 발산할 경우, d 를 1스텝 증가 시켜 실제 오차계의 시간지연을 찾아감으로서 순간에러의 자승을 줄인다. 이 알고리즘의 순서도를 그림.(b)에 나타내었다.

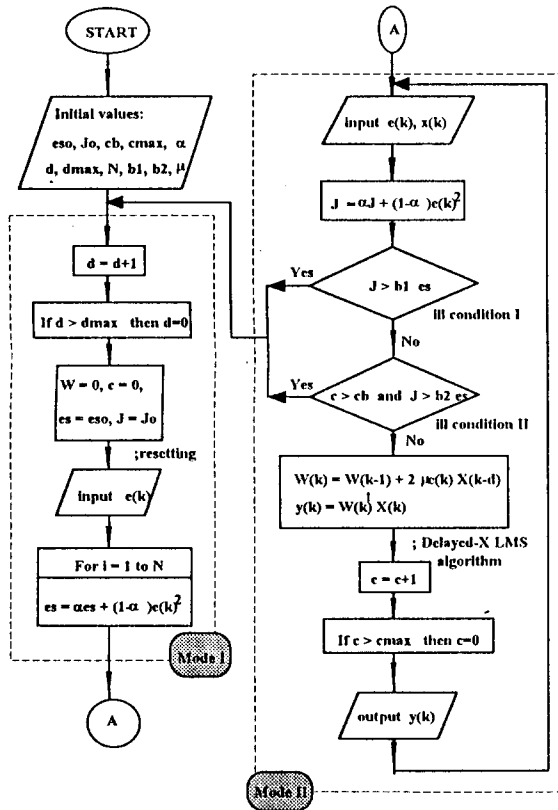


그림.(b) Flow chart for delay search method

- eso, Jo: 각각 es 와 J의 초기값
- es : 제어음을 내지않았을 경우 음압자승의 평균값
- J : 제어음을 내고 있을 경우의 음압자승의 평균값
- alpha : es와 J의 계산시 쓰이는 forgetting factor
- c : 카운터 인덱스 (자연수, $\in [0, cmax]$)
- cb : 발산판단 조건 II가 적용될때 c의 하한선
- cmax : c의 최대값 ($> cb$).
- d : 지연의 예측값 (자연수, $\in [0, dmax]$)
- dmax : d의 최대값
- N : es의 계산시 필요한 스텝수

- b1 : 모드II에 남아있기 위한 J/es의 상한선 (>1)
- b2 : 모드II에 남아있기 위한 $c > cb$ 일 경우 J/es의 상한선 (<1)

여기에서 모드I은 d 를 증가시키는 모드이고, 모드II.는 필터의 갱신 모드이다. 모드II.에서 보면 두개의 발산하는 조건이 만족될때 d 를 증가시키게 된다. 일단 d 를 증가시키면, 다시 음압 자승의 기준값을 정하고 필터를 0으로 초기화 시킨다. 발산판단 조건 중 하나는 에러의 파워가 기준 파워의 $b1$ 배 이상으로 증가할 경우이고, 다른 하나는 갱신 시작 후 cb 스텝 이후에도 기준 파워의 $b2$ 배보다 클 경우이다. 후자는 어떤 d 의 경우, 알고리즘의 수렴속도가 매우 느려질 수 있기 때문에 이를 방지하기 위한 것이다.

오차계가 단순 시간지연으로 근사될 수 있는 경우에 이 방법은 제어 스피커와 에러 마이크로폰이 여러개 있을 때에도 확장 적용이 가능하다. 2개의 제어 스피커와 2개의 마이크로폰이 있는 경우에 필터를 갱신하기 위해 필요한 오차계는 4개이다(3절 참조). 여기에서, 2개의 마이크로폰 중 어느 하나라도 발산 판단 조건에 해당하는 경우에 가장 간단한 방법으로서 다음과 같은 순서로 오차계의 시간지연을 검색해 나가는 방법을 생각할 수 있다.

$$(0,0,0,0) \Rightarrow (0,0,0,1) \Rightarrow \dots \Rightarrow (0,0,0, d_{11max}) \Rightarrow (0,0,1,0) \Rightarrow (0,0,1,1) \Rightarrow \dots \Rightarrow (0,0,1, d_{11max}) \Rightarrow (0,0,2,0) \Rightarrow (0,0,2,1) \Rightarrow \dots \Rightarrow (0,0, d_{22max}, d_{11max}) \Rightarrow \dots \Rightarrow (0, d_{12max}, 0, 0) \Rightarrow \dots \Rightarrow (0, d_{12max}, 1, d_{11max}) \Rightarrow \dots \Rightarrow (0, d_{12max}, d_{22max}, d_{11max}) \Rightarrow (1,0,0,0) \Rightarrow \dots \Rightarrow (d_{21max}, d_{12max}, d_{22max}, d_{11max})$$

여기서, d_{ij} 는 각각 오차계 H_{ij} 의 시간지연 예측이다. 물론 더 많은 정보를 이용한 다른 검색 방법도 있을 수 있다.

3. 분리 방법 (separation method) (2-스피커, 2-에러 마이크로폰의 경우)

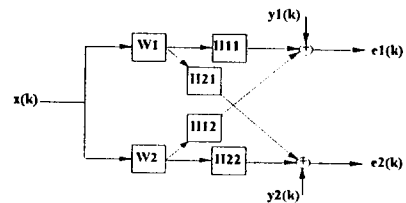


그림.(c) 2-speaker 2-microphone block diagram

2개의 스피커와 2개의 마이크로폰이 있는 경우에 MEFXL 알고리즘은 1개의 스피커가 2개의 마이크로폰의 에러자승의 합을 최소화 하도록 필터계수를 갱신하는 것이다. 이 절에서 제안하는 분리 방법은 1개의 제어

스피커가 1개의 마이크로폰의 에러자승을 최소화 하는 방법으로 다른 스피커에서 나오는 음은 외부 잡음으로 생각한다.

MEFXL의 경우 w_1, w_2 를 갱신하기 위한 목적함수, J 는

$$J = e_1(k)^2 + e_2(k)^2 \quad (3.1)$$

분리 방법의 경우 w_1, w_2 를 갱신하기 위한 목적함수, J_1, J_2 는 각각

$$J_1 = e_1(k)^2 \quad (3.2.(a))$$

$$J_2 = e_2(k)^2 \quad (3.2.(b))$$

이다. 따라서 갱신식을 비교하면 다음과 같이 된다.

MEFXL 알고리즘 :

$$w_{1i}(k+1) = w_{1i}(k) - 2\mu[e_1(k)\hat{H}^T_{11}X(k-i) + e_2(k)\hat{H}^T_{21}X(k-i)]$$

$$w_{2i}(k+1) = w_{2i}(k) - 2\mu[e_1(k)\hat{H}^T_{12}X(k-i) + e_2(k)\hat{H}^T_{22}X(k-i)]$$

분리 방법 :

$$w_{1i}(k+1) = w_{1i}(k) - 2\mu[e_1(k)\hat{H}^T_{11}X(k-i)] \quad (3.3.(a))$$

$$w_{2i}(k+1) = w_{2i}(k) - 2\mu[e_2(k)\hat{H}^T_{22}X(k-i)] \quad (3.3.(b))$$

MEFXL의 갱신식에 필요한 오차계는 모두 4개이며, 분리 방법에 필요한 오차계는 모두 2개로 계산량의 감소를 예측할 수 있다.

분리 방법이 수렴하기 위한 조건을 알아보면 다음과 같다.

W 가 천천히 변한다고 가정하고 (3.3.(a)),(3.3.(b))식에 $E[\cdot]$ 를 취하여 벡터 형태로 쓰면

$$E \begin{Bmatrix} W_1(k+1) \\ W_2(k+1) \end{Bmatrix} = E \begin{Bmatrix} W_1(k) \\ W_2(k) \end{Bmatrix} - 2\mu E \left\{ \begin{Bmatrix} \hat{H}_{11}^T X & 0 \\ 0 & \hat{H}_{22}^T X \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} e_1(k) \\ e_2(k) \end{Bmatrix} \right\} \quad (3.4)$$

오차는

$$\begin{Bmatrix} e_1(k) \\ e_2(k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} H^T_{11}X & H^T_{12}X \\ H^T_{21}X & H^T_{22}X \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1(k) \\ W_2(k) \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

(3.5)식을 (3.4)식에 대입하여 정리하면 다음을 얻는다.

$$E \begin{Bmatrix} W_1(k+1) \\ W_2(k+1) \end{Bmatrix} = E \left[\left[I - 2\mu \begin{Bmatrix} \hat{H}^T_{11} & 0 \\ 0 & \hat{H}^T_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} H^T_{11}X & H^T_{12}X \\ H^T_{21}X & H^T_{22}X \end{Bmatrix} \right] E \begin{Bmatrix} W_1(k) \\ W_2(k) \end{Bmatrix} - 2\mu E \left[\begin{Bmatrix} \hat{H}^T_{11} & 0 \\ 0 & \hat{H}^T_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{Bmatrix} \right] \right] \quad (3.6)$$

여기서 벡터 W , 행렬 A, B 를

$$W(k) = E \begin{Bmatrix} W_1(k) \\ W_2(k) \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

$$A = E \left\{ \begin{Bmatrix} \hat{H}_{11}^T X & 0 \\ 0 & \hat{H}_{22}^T X \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{11}X & H_{12}X \\ H_{21}X & H_{22}X \end{Bmatrix} \right\} \quad (3.8)$$

$$B = E \left\{ \begin{Bmatrix} \hat{H}_{11}^T X & 0 \\ 0 & \hat{H}_{22}^T X \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{Bmatrix} \right\} \quad (3.9)$$

라하면

$$W(k+1) = (I - 2\mu A)W(k) - 2\mu B \quad (3.10)$$

여기에서 $(I - 2\mu A)$ 의 고유치의 절대값이 1보다 작아야 이 알고리즘은 수렴하게 되는데, μ 가 양수라고 생각하면 행렬 A 의 고유치의 실수부분이 모두 양수이어야 한다. A 의 고유치, λ 는 다음식에 의하여 구할 수 있다.

$$\lambda^2 - a\lambda + b = 0 \quad (3.11)$$

여기서

$$a = E[\hat{H}^T_{11}X \cdot H^T_{11}X] + E[\hat{H}^T_{22}X \cdot H^T_{22}X] \quad (3.12)$$

$$b = E[\hat{H}^T_{11}X \cdot H^T_{11}X] \cdot E[\hat{H}^T_{22}X \cdot H^T_{22}X] - E[\hat{H}^T_{11}X \cdot H^T_{12}X] \cdot E[\hat{H}^T_{22}X \cdot H^T_{21}X] \quad (3.13)$$

고유치의 실수부가 모두 양수이기 위한 조건은

$$a > 0 \wedge b > 0 \quad (3.14)$$

일때이다. 먼저 a 를 살펴보면, 오차계 모델링 $\hat{H}_{11}, \hat{H}_{22}$ 이 실제 오차계를 잘 예측했다면, a 는 항상 $a > 0$ 이다. 그런데, b 는 실제 오차계, H_{21}, H_{12} 에 따라서 그 부호가 결정된다. 따라서 $b > 0$ 이 되도록 계를 정하면, 이 알고리즘을 수렴하게 할 수 있다.

단일 주파수 소음인 경우에 대해서 고유치의 실수부가 모두 양수이기 위한 조건을 살펴보기 위해, 오차계를 크기(magnitude)와 위상(phase)으로 표시하면 $a > 0 \wedge b > 0$ 이기 위한 조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{Re}\{\hat{h}_1 e^{j\hat{\phi}_1} \cdot h_1 e^{-j\phi_1}\} + \text{Re}\{\hat{h}_{22} e^{j\hat{\phi}_{22}} \cdot h_{22} e^{-j\phi_{22}}\} > 0 \quad (3.15)$$

$$\text{Re}\{\hat{h}_1 e^{j\hat{\phi}_1} \cdot h_1 e^{-j\phi_1}\} \cdot \text{Re}\{\hat{h}_{22} e^{j\hat{\phi}_{22}} \cdot h_{22} e^{-j\phi_{22}}\} - \text{Re}\{\hat{h}_1 e^{j\hat{\phi}_1} \cdot h_{12} e^{-j\phi_{12}}\} \cdot \text{Re}\{\hat{h}_{22} e^{j\hat{\phi}_{22}} \cdot h_{21} e^{-j\phi_{21}}\} > 0 \quad (3.16)$$

여기서 h_y, ϕ_y 는 각각 실제 오차계, H_y 의 크기와 위상을 나타내며, $\hat{h}_y, \hat{\phi}_y$ 는 각각 예측된 오차계, \hat{H}_y 의 크기와 위상의 예측을 나타낸다.

여기서

$$\hat{\phi}_{11} = \phi_{11} + \chi, \hat{\phi}_{22} = \phi_{22} + \delta \quad (3.17)$$

$$\phi_1 = \phi_{11} - \phi_{12}, \phi_2 = \phi_{22} - \phi_{21} \quad (3.18)$$

라 하고, (3.15)식과 (3.16)식을 정리하면, 다음식을 얻을 수 있다.

$$\hat{h}_1 h_{11} \cos(\chi) + \hat{h}_2 h_{22} \cos(\delta) > 0 \quad (3.19)$$

$$h_1 h_{22} \cos(\chi) \cos(\delta) - h_2 h_{21} \cos(\chi + \phi_1) \cos(\delta + \phi_2) > 0 \quad (3.20)$$

(3.19)식과 (3.20)식에서 오차계 모델은 실제 오차계와 똑같아야 할 필요가 없으므로 $\phi_1 = \phi_2 = 0 \wedge h_1 h_{22} = h_{12} h_{21}$ 인 극단적인 경우를 제외한 모든 경우에 대해서 χ, δ 를 적절히 조절함으로써 항상 부등식이 성립하게 할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 극단적인 경우를 제외하고는 오차계의 시간 지연을 적절히 조절함으로써 알고리즘이 수렴하게 할 수 있다.

4. 분리구조에서의 시간지연 검색 방법 (separated delay search method)

3절에서 소음원이 단일 주파수인 경우에는 극단적인 경우를 제외하고는, 실제 오차계의 성질에 관계없이 분리 방법을 쓸 수 있음을 보였다. 그러나, 수렴하기 위한 오차계의 모델이 실제 모델과 같지 않아야 할 경우도 있으므로 이 경우에는 오프라인의 모델링은 의미를 잃는다. 따라서 온라인 시간지연 검색이 필요하다.

2-스피커, 2-에러 마이크론의 경우에 온라인으로 제어를 하고자 할 경우에 시간지연 검색 방법에서 오차계가 2개만 있으면 되므로 검색해야 할 오차계의 시간지연의 수는 4개를 고려할 때에 비하여 상당히 줄어들게 된다. 따라서 오차계 모두를 고려하는 것 보다 매우 빠른 수렴 속도를 가질 수 있다.

5. 모의실험 결과 및 고찰

모든 모의실험에서 샘플링 주파수가 2kHz라고 가정하였으며, 단일 주파수 소음원 경우에 소음원의 주파수는 200Hz이다.

그림.1은 반사가 없는 덕트에서 소음원이 100-400Hz의 주파수 폭을 가지고 있는 경우 오차계(길이는 50개)를 오프라인으로 FIR 필터로서 모델링했을 때와 단순히 시간지연으로 모델링했을 때, 그리고 시간지연 검색 방법을 사용하여 오차계를 온라인으로 모델링 하였을 경우를 비교한 모의실험 결과이다. 제어기는 길이 50개의 FIR 필터를 사용하였다. 그림.1(a)는 오차계를 FIR 필터로서 모델링한 후 Filterd-x LMS 알고리즘을 사용한 것이며, 그림.1(b)는 오차계를 단순히 시간지연으로

모델링한 후 Filterd-x LMS 알고리즘을 사용한 것이다. 이 그림에서 반사가 없는 덕트는 오차계가 단순 시간지연 만으로도 모델링 될 수 있음을 알 수 있다. 그림.1(c)는 시간지연 검색 방법을 사용하여 오차계의 시간지연을 온라인으로 예측하여 제어한 결과이다. 앞의 2가지 오프라인 결과와 비교해 보면 온라인으로도 수렴속도가 매우 빠름을 알 수 있다.

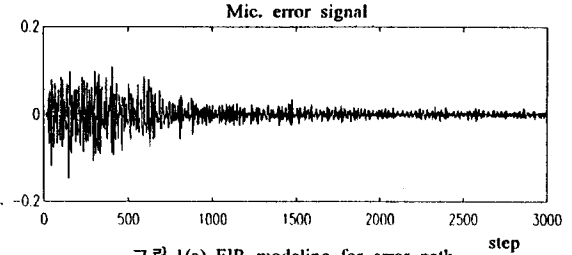


그림.1(a) FIR modeling for error path

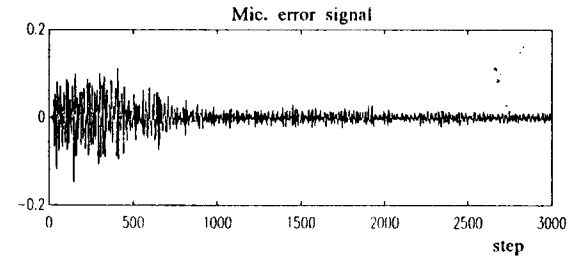


그림.1(b) delay modeling for error path

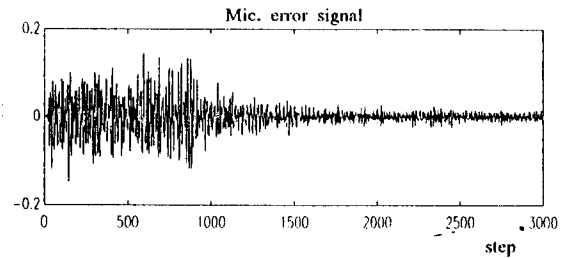


그림.1(c) delay search method

그림.2는 소음원이 단일 주파수이고, 2개의 에러 마이크론과 2개의 제어스피커가 있는 경우에 시간지연 검색 방법을 이용하여 온라인으로 제어를 한 경우이다. 그림에서 수렴속도가 빠름을 알 수 있는데, 그 이유는 오차계의 시간지연을 잘못 예측 하였을 경우에는 에러 신호가 빠르게 발산하기 때문이다.

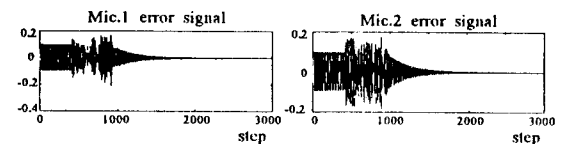


그림.2 delay search method for pure tone noise

그림.3는 2-스피커, 2-에러 마이크로폰인 경우에 대해서 100-400Hz의 주파수 대역을 가진 소음원이 있을 경우에 MEFXL 알고리즘과 분리 방법의 파워 스펙트럼을 비교한 것이다. 제어기는 길이 50개의 FIR 필터를 사용하였다. 제어후의 결과를 비교하여 보면, 250-400Hz 부근에서는 분리 방법이 MEFXL 방법과 비교하여 거의 유사한 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 그러나 그 이하에서는 성능이 떨어지는 것으로 나타나고 있는데, 그 이유는 교차 오차계인 H_{12}, H_{21} 를 고려하지 않은 부작용으로 생각할 수 있다.

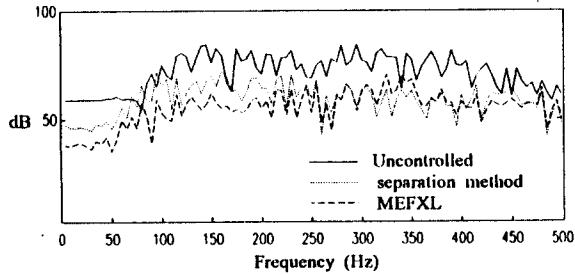


그림.3(a) Power spectrum of mic.1

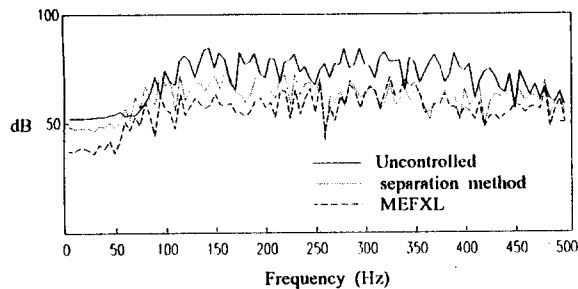


그림.3(b) Power spectrum of mic.2

그림.4는 소음원이 단일 주파수인 경우 수렴하도록 하는 시간지연이 항상 존재하는가에 대해서 알아본 것이다. 그림.4(a)는 오차계를 온라인으로 모델링하여 분리 방법을 사용한 것이다. 그림으로부터 이 계는 분리 방법으로는 제어를 할 수 없음을 알 수 있다. 그림.4(b)는 분리구조에서의 시간지연 검색 방법을 이용한 것으로 이 계에 대하여 알고리즘이 수렴하게 할 수 있는 오차계의 시간지연이 존재함을 보여주고 있다. 소음원이 단일 주파수인 경우에는 분리구조에서의 시간지연 검색 방법이 유용함을 알 수 있다.

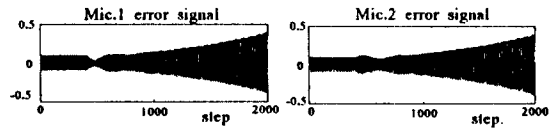


그림.4(a) separation method for pure tone noise

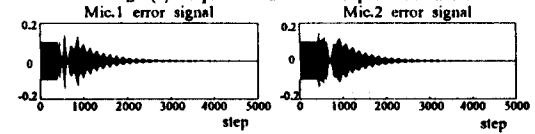


그림.4(b) separated delay search method for pure tone noise

6. 결론

오차계가 단순 시간지연으로 근사될 수 있을 경우에, 시간지연 검색 방법은 추가적인 랜덤 신호를 투입할 필요가 없으며, 또한 오차계를 모델링하기 위한 갱신식이 필요 없으므로 수렴속도가 빠르다. 따라서 반사가 없는, 덕트나, 3차원 공간에서 소음원이 단일 주파수인 경우에 효과적인 온라인 제어가 가능하다. 그리고 MEFXL 알고리즘에서 교차 오차계를 제외시킨 분리 방법은 모델링 해야 하는 오차계의 수를 줄임으로서 필터를 갱신하는 데에 계산량의 감소를 가져오지만, 무시한 오차계의 영향으로 성능에 많은 영향을 받을 수 있다. 그러나, 소음원이 단일 주파수인 경우에는 극단적인 경우를 제외하고는 오차계의 성질에 관계없이 알고리즘을 수렴하게 하는 시간지연이 존재하므로 분리구조에서의 시간지연 검색 방법을 이용하여 효과적인 제어를 할 수 있다.

참고 문헌

- [1] B.Widrow, S.D.Sterns, Adaptive signal processing, PRENTICE-HALL, 1985
- [2] S.J.Elliott, I.M.Stothers and P.A.Nelson, "A Multiple Error LMS Algorithm and Its application to Control of Sound and Vibration", IEEE ASSP, vol 35 No.10, 1987
- [3] L.J.Eriksson, "Use of random noise for on-line transducer modeling in an adaptive active attenuation system", J. Acoust. Soc. Am. 85(2), February 1989
- [4] L.J.Eriksson, "The selection and Application of an IIR Adaptive Filter for Use in Active Sound Attenuation", IEEE ASSP, vol.35 No.4, april 1987
- [5] P.A.Nelson, S.J.Elliott, Active Control of Sound, ACADEMIC PRESS, 1992