

비선형 상태 변수 관측기의 효과적인 이득 선정에 관한 연구

이훈구, 탁민제
한국과학기술원 항공우주공학과

A Study on an Effective Tuning of a Nonlinear State Observer

Hun-Gu Lee, Min-Jea Tahk
Department of Aerospace Engineering
Korea Advanced Institute of Science & Technology

ABSTRACT

Recent researches on control theory enable nonlinear state feedback which is more closer to real system without approximation. To apply nonlinear control theories, all state variables should be measured or estimated. In this paper, a technique of designing nonlinear state observer for a particular class of nonlinear system is presented. The result is applied to an aircraft model to prove the convergency of observation error.

1. 서론

우리가 다루는 대부분의 시스템은 기본적으로 지배 방정식이 비선형으로 주어진다. 이제까지의 제어 기법은 이러한 비선형 시스템을 적절한 평형점 부근에서 전개하여 선형으로 근사한 시스템에 대한 선형 제어 기법이 대부분이었다. 그러나 근래의 미사일과 같이 고양각(high angle of attack)을 요구하는 경우 매우 정교한 자동조정장치가 필요하고 따라서 근사적인 선형 제어 기법을 적용하는 경우 심한 비선형성을 갖는 원래의 시스템에 적합하지 않게 된다. 따라서 비선형 제어 이론을 이용한 자동조정장치의 개발이 필요하게 되고 이러한 비선형 제어 이론의 대표적인 궤환 선형화(feedback linearization) 이론등의 적용이 필수적이게 되었다. 궤환 선형화등의 비선형 제어 이론을 적용하기 위해서는 모든 상태변수의 값들을 직접 측정 또는 추정해서 알고 있어야 한다[1]. 이에 따라 필요한 것이 비선형 시스템의 상태 변수를 관측하는 관측기의 설계 기법이다.

이 논문은 기존에 널리 사용되고 있는 일반적인 비선형 시스템의 상태변수 추정 이론에 대한 연구 및 새로운 형태의 관측기 설계에 대한 것이다. 특정한 형태의 비선형 시스템에 대해서 비선형 상태 변수 관측기를 설계하는 새로운 방법을 제시하였고 관측오차의 수렴성을 보장하는 정리를 개발하였다. 또한 이 기법을 실제 비행체 모델에 적용하여 적합함을 판명하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절은 가장 일반적인 비선형 상태 변수 이론인 CFO(Canonical Form Observer) 이론에 대한 개괄적인 내용이다. 3절은 특정 형태의 비선형 시스템에 적용 가능한 새로운 형태의 비선형 관측기를 설계하는 기법에 대한 내용이고 4절은 3절에서 제안된 관측기의 수렴성을 보장하는 정리의 개발에 대한 내용이다. 5절은 실제의 비행체 시스템에 이론을 적용한 것이고, 6절은 실제 데이터를 사용하여 전산모의시험을 수행한 내용이다. 7절은 이 논문의 결론이다.

2. CFO 이론

CFO 이론은 1983년 Bestle 과 Zeitz[2]가 제안한 비선형 관측기 이론으로서 선형의 관측기 설계기법을 비선형 시스템의 관측기법으로 확장시킨 형태이다.

우선 다음과 같이 주어진 비선형 시스템을 고려해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= f(\xi, u) & \xi(t_0) &= \xi_0 \\ y &= h(\xi, u) \end{aligned} \quad (1)$$

(1)식과 같이 주어진 비선형 시스템에 대하여 다음과 같은 비선형 상태변환을 행하면,

$$\xi = W(x, t), \quad x = W^{-1}(\xi, t) \quad (2)$$

원래의 시스템이 다음과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \gamma(y, u) \\ y &= x_n = Cx \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 행렬 A, C 는 선형 시스템의 Observation Canonical Form 의 형태를 따른다[3]. (3)식과 같이 변환된 시스템에 대하여 다음과 같이 관측기를 설계한다.

$$\dot{z} = (A+GC)z + \gamma(y, u) - Gy, \quad z(t_0) = z_0 \quad (4)$$

이때 관측오차 $e = x - z$ 는 다음과 같은 선형 방정식에 의해 표현되고,

$$\dot{e} = (A + GC)e, \quad e(t_0) = e_0 \quad (5)$$

따라서 선형 시스템의 관측기 설계의 경우와 마찬가지로 우리가 원하는 관측오차의 수렴성을 임의로 결정할수 있다.

그러나 CFO(Canonical Form Observer)의 구현에 있어서 가장 중요한 것은 (1)식과 같은 일반적인 비선형 시스템을 (3)식과 같은 OCF(Observer Canonical Form) 으로 변환하는 것이다. 일반적으로 모든 비선형 시스템에 대해 이런 변환이 가능하다면 가장 바람직하지만 현재까지 알려진 연구결과는 다음과 같이 특별한 rank 조건을 만족하는 극히 일부의 비선형 시스템에 대해서만 변환이 가능함이 알려져 있다[4].

(2)식과 같은 비선형 변환에 의하여 OCF 으로의 변환이 가능하려면 다음의 rank 조건이 만족되어야 한다.

$$\text{rank} \frac{\partial}{\partial \xi} \begin{bmatrix} \lambda(\xi, t) \\ b_1^*(\xi, t) \\ \dots \\ b_{n-1}^*(\xi, t) \\ h(\xi, t) \end{bmatrix} = 1, \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} b^*(\xi, t) &= [b_0^*(\xi, t) \dots b_{n-1}^*(\xi, t)]^T \\ &= -\frac{\partial \gamma(x_n, t)}{\partial x_n} = -\left[\frac{\partial W}{\partial x} \right]^{-1} N^T q(\xi, t) \end{aligned}$$

$$\lambda(\xi, t) = D^n h(\xi, t) + D^{n-1} \tau_{n-1}(\xi, t) + \dots + D \tau_1(\xi, t)$$

이고, 사용된 연산자들은 다음과 같이 정의된다.

$$Nq(\xi, t) = -\frac{\partial q(\xi, t)}{\partial t} - \left(\frac{\partial q(\xi, t)}{\partial \xi}\right) \cdot f + \frac{\partial f}{\partial \xi} \cdot q(\xi, t)$$

$$Dx_i(\xi, t) = \frac{\partial}{\partial t} x_i(\xi, t) + \frac{\partial x_i(\xi, t)}{\partial \xi} \cdot f(\xi, t)$$

$$q(\xi, t) = Q^{-1}(\xi, t) \cdot (0, \dots, 0, 1)^T$$

$$\frac{\partial W}{\partial x}(\xi, t) = (q(\xi, t), Nq(\xi, t), \dots, N^{n-1}q(\xi, t))$$

단 여기서 $Q(\xi, t)$ 는 주어진 비선형 시스템의 가관측 행렬 이다.

이상의 CFO 이론은 선형화된 오차방정식을 얻을 수 있다는 큰 장점이 있지만, 특별한 rank 조건을 만족하는 한정된 시스템에만 적용 가능하다는 단점이 있다. 또한 변환이 존재한다고 하더라도 그 변환을 구하기 위헤선 복잡한 편미분 방정식을 적 분해야만 한다. 실제로 이 이론을 적용 가능한 시스템은 매우 한정되어 있다. 이 이론을 적용해 본 결과 관심의 대상인 비행 체 시스템에는 적용 불가능함이 판별 되었다.

3. 특정 형태의 비선형 시스템에 대한 관측기 설계 기법

CFO 는 일반적인 비선형 시스템에 대한 비선형 관측기 설계기 법 이다. 그러나 우리가 다루게 되는 대부분의 비선형 시스템 은 다음과 같이 input 에 선형이고 output 이 상태변수 벡터에 상수 행렬을 곱한 형태로 나타나지는 경우가 많다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B(x)u \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (7)$$

where, $x \in R^n$ $u \in R^m$ $y \in R^r$

이러한 형태의 비선형 시스템에 대한 관측기를 구성해 보자. (7)식으로 주어진 비선형 시스템을 다음과 같이 변형한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A^c x + N(x)y + B(x)u \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (8)$$

where, $x \in R^n$ $u \in R^m$ $y \in R^r$

(8)식에서 행렬 A^c , C 등은 상수 행렬들이고 비선형 항들인 $N(x)$, $B(x)$ 등은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} N(x) &= [n_1(x) \dots n_r(x)] \\ B(x) &= [b_1(x) \dots b_m(x)] \end{aligned}$$

여기서 $n_i(x)$, $b_i(x)$ 등은 각각 상태변수에 대한 n 차의 column vectors 이다.

(8)식과 같이 주어진 시스템에 대한 관측기를 다음과 같이 구성한다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A^c z + N(z)y + B(z)u + K(z)(y - Cz) \\ y &= Cz \end{aligned} \quad (9)$$

where, $z \in R^n$ $u \in R^m$ $y \in R^r$

여기서 관측기 이득행렬 $K(z)$ 는 다음과 같이 두부분으로 나누어 생각한다.

$$K(z) = N(z) + K^c \quad (10)$$

where, K^c is $(n \times r)$ -constant matrix

이 경우 관측 오차 $e = x - z$ 는 다음과 같은 운동을 한다.

$$\dot{e} = A_c e + \sum_{i=1}^r [n_i(x) - n_i(z)] y_i + \sum_{j=1}^m [b_j(x) - b_j(z)] u_j \quad (11)$$

$$\text{where, } A_c = A - K_c C$$

(11)식과 같이 주어진 오차 운동 방정식은 CFO 의 경우와 같이 완전 선형화 된 형태는 아니지만, 선형 방정식에 비구조적 불확정성(unstructured system uncertainty)이 존재하는 형태이다.

4. 관측 오차의 수렴성 보장에 대한 연구

(11) 식은 완전히 선형화 되지 않은 형태로서, 선형 시스템에 비선형성이 더해진 형태의 시스템이다. 이러한 형태의 시스템의 수렴성을 보장하는 문제에 대한 연구는 많은 방향에서 이루어지고 있다. 본 연구에서는 선형 시변 시스템의 안정성 해석에 많이 이용되는 Lyapunov-based 해석을 사용하였다.

우선 주어진 비선형 항들 $N(x)y$, $B(x)u$ 등이 x 에 대해서 연속이라고 가정한다. 이들 비선형 항들이 x 에 대해서 연속일 경우 Lipschitz 조건에 의하여 다음과 같이 그 크기가 제한(bounded) 된다[5].

$$\begin{aligned} |N(x)y - N(z)y| &\leq k_N \|x - z\| = k_N \|e\| \\ |B(x)u - B(z)u| &\leq k_B \|x - z\| = k_B \|e\| \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 k_N , k_B 등은 대응하는 비선형 항의 Lipschitz 상수들이다.

비선형 항들의 크기가 (12) 식과 같이 제한되면 다음의 정리에 의하여 (11)식으로 주어지는 오차 운동 방정식이 수렴함을 보일수 있다.

정리 1

(12) 식으로 정의된 k_N , k_B 등의 값이 다음의 관계식을 만족하면,

$$k_N + k_B \leq \frac{\lambda_{\min}[Q]}{\lambda_{\max}[P]} = \mu_p[P, Q] \quad (13)$$

(11) 식으로 주어진 오차 운동 방정식은 안정하다.

단, 여기서 P 와 Q 는 다음의 관계식을 만족하는 양한정 행렬들이다.

$$\begin{aligned} A_c^T P + P A_c &= -2Q \\ \text{where, } A_c &= A - KC \end{aligned} \quad (14)$$

(증명)

다음과 같은 Lyapunov 함수를 생각해 보자.

$$V = e^T P e$$

여기서, e 는 (11)식으로 주어진 운동을 하고, P 는 (14)식을 만족한다. 이때 이 Lyapunov 함수의 시간에 대한 미분은 다음과 같다.

$$\dot{V} = -2e^T Q e + 2[(N(x) - N(z))y + (B(x) - B(z))u]^T P e$$

여기에 (13)식과 (14)식을 적용하면 다음과 같이 (11)식이 안정함을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} &[(N(x) - N(z))y + (B(x) - B(z))u]^T P e \\ &\leq (\|N(x)y - N(z)y\| + \|B(x)u - B(z)u\|) \|P\| \|e\| \\ &\leq (k_N + k_B) \|e\|^2 \lambda_{\max}[P] \\ &\leq \|e\|^2 \lambda_{\max}[Q] \\ &\leq e^T Q e \end{aligned}$$

$$\text{or } \dot{V} \leq 0 \quad \square$$

한편, 양한정 행렬들인 P 와 Q 를 결정하는 문제에 대한 연구가 이미 진행 되어 있다. 정리 1 에서 알 수 있는 바와 같이 $\mu_p[P, Q]$ 의 값이 크면 클수록 더 좋은 수렴 범위를 보장한다. Patel 과 Toda[6] 는 $\mu_p[P, Q]$ 의 값은 다음과 같이 최대화 됨을 이미 보여 주었다.

$$\mu_p[P, Q] \leq \mu_p[P, I_n] \quad (15)$$

즉 $Q = I_n$ 일때 가장 좋은 수렴 범위를 얻을수 있다.

5. 비선형 추정이론의 적용

반응과 추정을 위해 사용한 미사일의 비선형 중운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_T &= -a_1 v_T^2 \alpha \sin \alpha - b_2 v_T^2 \sin \alpha \cdot \delta \\ \dot{q} &= a_2 v_T^2 \alpha + a_3 v_T q + b_1 v_T^2 \cdot \delta \\ \dot{\alpha} &= -a_1 v_T \alpha \cos \alpha + q - b_2 v_T \cos \alpha \cdot \delta \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 사용된 상수들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{C_N \rho S}{2m}, & a_2 &= \frac{C_m \rho S d}{2I_y}, & a_3 &= \frac{C_m \rho S d^2}{4I_x} \\ b_1 &= \frac{C_m \rho S d}{2I_y}, & b_2 &= \frac{C_N \rho S}{2m} \end{aligned}$$

한편 출력식은 다음과 같다.

$$y = (v_T, q)^T \quad (17)$$

즉 관측하는 변수는 total velocity 와 pitch rate 이다. 이와 같이 (16) 식으로 주어진 운동방정식을 (8) 식의 형태로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{v}_T \\ \dot{q} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_T \\ q \\ \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_1 v_T \alpha \sin \alpha \\ -a_2 v_T \alpha + a_3 q - \alpha / v_T \\ -a_1 \alpha \cos \alpha + q / v_T \end{pmatrix} v_T \\ &\quad + \begin{pmatrix} -b_2 v_T^2 \sin \alpha \\ b_1 v_T^2 \\ -b_2 v_T \cos \alpha \end{pmatrix} \delta \\ &\equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_T \\ q \\ \alpha \end{pmatrix} + N(x) v_T + B(x) \delta \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $x = (v_T, q, \alpha)^T$ 인 상태변수 벡터이다.

이처럼 표현된 시스템에 대한 상태변수 관측기를 구현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \hat{v}_T \\ \hat{q} \\ \hat{\alpha} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{v}_T \\ \hat{q} \\ \hat{\alpha} \end{pmatrix} \\ &\quad + N(\hat{x}) \hat{v}_T + B(\hat{x}) \delta + K(\hat{x})(y - \hat{y}) \end{aligned} \quad (19)$$

비선형 궤환 이득 $K(\hat{x})$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$K(\hat{x}) = \begin{pmatrix} k_{11} + n_1(\hat{x}) & k_{12} & 0 \\ k_{21} + n_2(\hat{x}) & k_{22} & 0 \\ k_{31} + n_3(\hat{x}) & k_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

관측오차를 $e = x - \hat{x}$ 로 정의하면 주어진 비선형 관측기에 의한 관측 오차 운동 방정식이 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{e} = A_e^* e + [N(x) - N(\hat{x})] v_T + [B(x) - B(\hat{x})] \delta \quad (21)$$

여기서

$$A_e^* = \begin{pmatrix} -k_{11} & -k_{12} & 0 \\ -k_{21} & -k_{22} & 1 \\ -k_{31} & -k_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

으로 주어진다. 이때 오차 운동 방정식의 동특성을 결정하기 위하여 A_e^* 의 특성 방정식을 다음과 같은 3차 Butterworth pole configuration 으로 정해준다.

$$|\lambda I - A_e^*| = \lambda^3 + 2a\lambda^2 + 2a^2\lambda + a^3 = 0 \quad (23)$$

여기서 a 는 각 pole 들의 크기이다. (22)식을 이용하여

$|\lambda I - A_e^*|$ 을 구해보면,

$$|\lambda I - A_e^*| = \lambda^3 + (k_{11} + k_{22})\lambda^2 + (k_{11}k_{22} - k_{21}k_{12} + k_{32})\lambda + k_{32}k_{11} - k_{12}k_{31} \quad (24)$$

이므로 (23)식과 서로 계수를 비교하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} k_{11} + k_{22} &= 2a \\ k_{11}k_{22} - k_{21}k_{12} + k_{32} &= 2a^2 \\ k_{32}k_{11} - k_{12}k_{31} &= a^3 \end{aligned} \quad (25)$$

(25)식을 보면 식은 세개이고 결정해 줄 변수는 여섯개이다. 즉 원하는 오차의 동특성을 주는 상수이득의 선택은 무수히 많을 수 있다. 그중의 한가지 방법으로 다음과 같이 상수 이득을 선정해 본다.

$$\begin{aligned} k_{11} &= k_{22} = a, & k_{12} &= k_{21} = \frac{a}{r} \\ k_{31} &= \frac{a^2}{r}, & k_{32} &= (1 + \frac{1}{r^2})a^2 \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 r 은 total velocity v_T 와 pitch rate q 의 추정 오차간의 coupling weight 를 나타낸다. 그림 1 을 보면 r 이 증가함에 따라 $\mu_p[P_I, I_n]$ 의 값이 커져서 어느 평형점에 이름을 알수 있다. 즉 $\mu_p[P_I, I_n]$ 의 값을 가장 크게 하기 위해서는 r 을 무한대로 잡는것이 이상적임을 알수 있다. 이것은 total velocity v_T 와 pitch rate q 의 추정 오차를 decouple 시키는 것이 가장 좋은 수렴성을 보장해 줌을 의미한다. 이 경우의 상수 이득은 다음과 같이 주어진다.

Design I :

$$\begin{aligned} k_{11} &= k_{22} = a, & k_{12} &= k_{21} = 0 \\ k_{31} &= 0, & k_{32} &= a^2 \end{aligned} \quad (27)$$

한편 수렴을 보장하는 바운드의 크기를 늘이기 위해 다음과 같이 새로운 모델링을 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{v}_T \\ \dot{q} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_T \\ q \\ \alpha \end{pmatrix} \\ &\quad + N(\hat{x}) \hat{v}_T + B(\hat{x}) \delta + K(\hat{x})(y - \hat{y}) \end{aligned} \quad (28)$$

이 경우에 $N(\hat{x})$ 의 세번째 항은

$$n_3(\hat{x}) = -a_2 v_T \alpha + a_3 q - \alpha / v_T$$

로 주어진다. 이런 모델링의 결과로 A_e^* 는

$$A_e^* = \begin{pmatrix} -k_{11} & -k_{12} & 0 \\ -k_{21} & -k_{22} & a \\ -k_{31} & -k_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad (29)$$

로 주어지고 결과적인 상수 이득 결정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k_{11} + k_{22} &= 2a \\ k_{11}k_{22} - k_{21}k_{12} + ak_{32} &= 2a^2 \\ k_{32}k_{11} - k_{12}k_{31} &= a^2 \end{aligned} \quad (30)$$

앞의 경우와 유사하게 상수 이득을 결정해 주면

$$\begin{aligned} k_{11} &= k_{22} = a, & k_{12} &= k_{21} = \frac{a}{r} \\ k_{31} &= \frac{a}{r}, & k_{32} &= (1 + \frac{1}{r^2})a \end{aligned} \quad (31)$$

가 된다. 이 형태를 보면 각 상수 이득이 모두 a 에 대해 같은

차수로 표현되고 있음을 알 수 있다. r 의 증가에 따른 $\mu_p[P_I, I_n]$ 의 값이 그림 5에 나타나 있다. 이 경우 $\alpha = 0.9$ 일때 원래의 $\mu_p[P_I, I_n]$ 가 0.2450에서 0.2487로 향상됨을 볼 수 있다. 마찬가지로 r 이 증가함에 따라 바운드가 향상되므로 r 을 무한대로 잡아주면 상수이득은 다음과 같이 표현된다.

Design II :

$$\begin{aligned} k_{11} = k_{22} = a, \quad k_{12} = k_{21} = 0 \\ k_{31} = 0, \quad k_{32} = a \end{aligned} \quad (32)$$

6. 전산 모의 시험 결과

사용한 데이터는 다음과 같다.

$$m = 102.9 \text{ kg} \quad d = 0.195 \text{ m} \quad I_y = 96.456 \text{ kg-m}^2$$

$$\rho = 0.90826 \text{ kg/m}^3 \quad S_{N_f} = 0.0285 \text{ m}^2 \quad \delta = -20^\circ$$

$$C_{N_s} = 27.1 \quad C_{M_s} = -37.7 \quad C_{M_r} = 1525.5$$

$$C_{M_s} = -70.6 \quad C_{N_s} = 4.29$$

또한 초기조건 및 입력은 다음과 같다.

$$v_T(0) = 600 \text{ m/sec} \quad q(0) = 0. \quad \alpha(0) = 0.$$

$$\dot{v}_T(0) = 400 \text{ m/sec} \quad \dot{q}(0) = 1. \text{ rad/sec} \quad \dot{\alpha}(0) = 20^\circ$$

$$\delta = -20^\circ$$

(27)식(Design I)으로 주어진 상수이득으로 실제 모의시험을 수행한 결과가 그림 2와 그림 3에 나타나 있다. 또한 그림 4는 $k_N + k_B$ 의 값을 출력한 것으로 $\alpha = 0.9$ 인 경우는 $\mu_p[P_I, I_n] = 0.2450$ 보다 작으므로 수렴함을 보여주고 $\alpha = 1.2$ 인 경우는 $\mu_p[P_I, I_n] = 0.3180$ 보다 훨씬 큰 값을 주므로 관측오차가 수렴하지 않음을 보여준다.

(32)식(Design II)으로 주어지는 상수 이득에 의한 관측기 운동은 그림 6에 나타나 있다. 또한 그림 7은 $k_N + k_B$ 의 값을 출력한 것으로 개선된 상수 이득 선정으로 더 작은 값을 가짐을 보여준다.

7. 결론

비선형 관측기를 설계하는 문제는 선형의 경우와는 달리 그 해석이 매우 까다롭고 예측하기 어렵다. 또한 CFO의 경우와 같이 오차 방정식이 선형화되는 이상적인 관측기의 구현은 실제로 매우 제약된 조건에 의해서만 이루어진다. 본 논문에서 시도된 관측기의 구현 방법은 어느 특정한 형태를 가지는 비선형 시스템에 대한 것이므로 일반적인 것이라 할 수는 없다. 그러나 우리가 다루게 되는 대부분의 비선형 시스템은 이러한 형태로 표현 가능하므로 적용될 범위는 충분히 넓다고 고려된다. 또한 제안된 관측기 구현 방법은 CFO와 같은 까다로운 제약조건을 만족해야 할 필요가 없고 원하는 관측 오차의 성능을 근사적으로 결정해 줄 수 있다는 장점이 있다.

제안된 관측기에 의해 관측오차가 수렴하도록 하는 정리가 제안되었고 실제 비행체에 적용한 결과 관측기 작동이 이루어짐을 확인 하였다. 또한 관측기의 상수 이득을 결정하는 문제에 있어서 두가지 방법으로 관측기를 설계하여 더 향상된 수렴 범위를 가질 수 있는 상수이득 선택 방법을 제시하였다.

앞으로의 연구 과제는 제안된 관측기의 성능을 더욱 향상시킬 수 있는 상수 이득 선택에 관한 연구이다. 또한 현재까지는 모델링에 오차가 없고 관측하는 변수에 잡음이 없는 경우만을 고려하였으나 앞으로는 모델링 에러와 관측 잡음이 존재하는 경우에 대한 관측기 설계 문제를 다룰 예정이다.

참고 문헌

[1] Isidori, A., *Nonlinear Control Systems: An Introduction*,

Springer-Verlag, 1985

[2] Bestle, D., Zeitz, M., Canonical form observer design for non-linear time-variable systems, *Int. J. Control*, Vol.38, No.2, 419-431, 1983

[3] Kailath, T., *Linear Systems*, Prentice-Hall, 1980

[4] Li, C.W., Tao, L.W., Observing non-linear time-varying systems through a canonical form observer, *Int. J. Control*, Vol.44, No.6, 1703-1713, 1986

[5] Vidyasagar, M., *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice-Hall, 1978

[6] Patel, R.V., Toda, M., Quantitative measures of robustness for multivariable systems, *Proc. of Joint Auto. Ctrl. Conf. San Francisco*, Paper TP 8-A

[7] Hauksdottir, A.S., Fenton, R.E., State Observers and state-feedback controllers for a class of non-linear system, *Int. J. Control*, Vol.48, No.3, 833-855, 1988

[8] Weinmann, A., *Uncertain Models and Robust Control*, Springer-Verlag, 1991

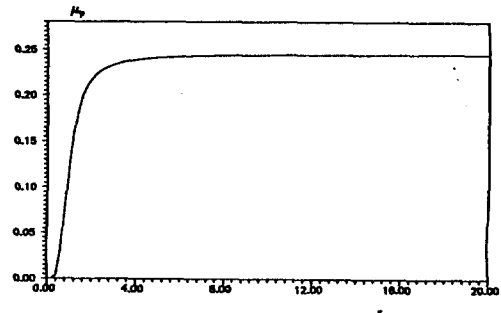


그림 1 $\alpha = 0.9$ 일때 r 의 증가에 따른 μ_p 의 변화

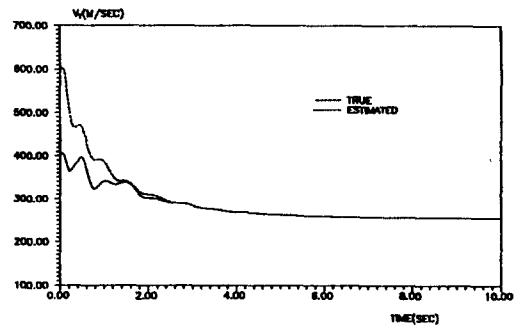


그림 2(a) $\alpha = 0.9$ 일때 v_T 의 추정(Design I)

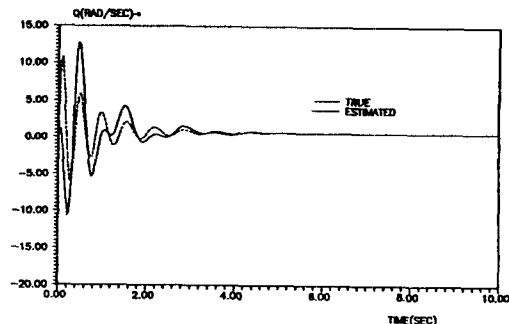


그림 2(b) $\alpha = 0.9$ 일때 q 의 추정(Design I)

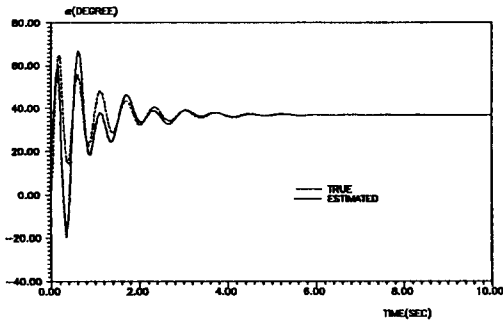


그림 2(c) $a = 0.9$ 일때 α 의 추정(Design I)

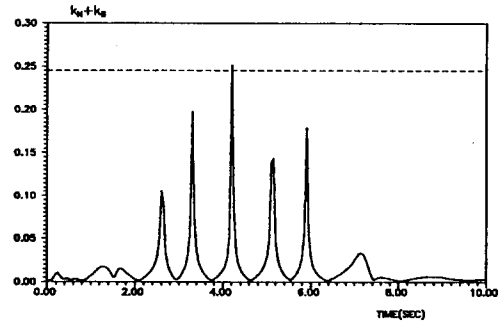


그림 4(a) $a = 0.9$ 일때의 $k_N + k_B$ 값(Design I)

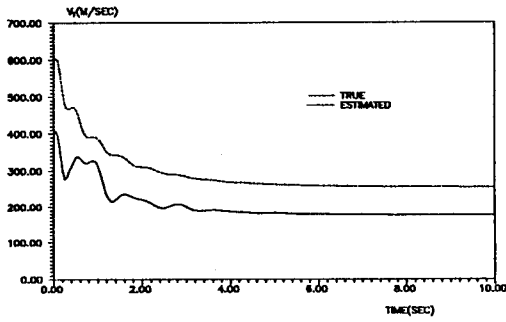


그림 3(a) $a = 1.2$ 일때 v_T 의 추정(Design I)

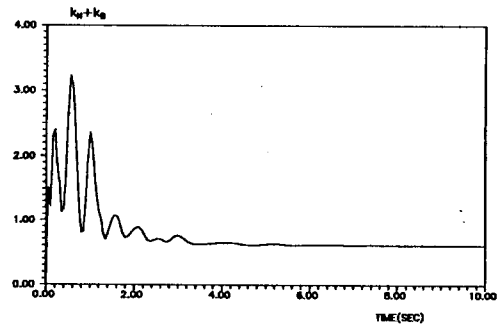


그림 4(b) $a = 1.2$ 일때의 $k_N + k_B$ 값(Design I)

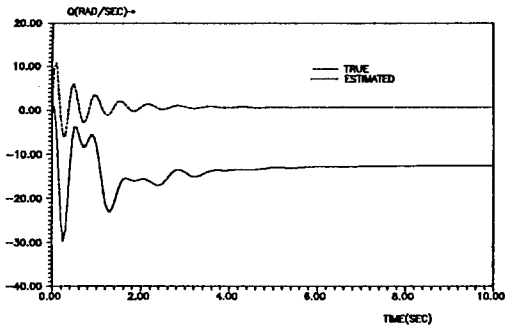


그림 3(b) $a = 1.2$ 일때 q 의 추정(Design I)

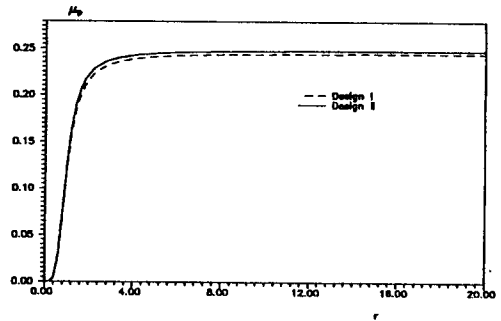


그림 5 $a = 0.9$ 일때 Design I 과 Design II 의 μ_p 값 비교

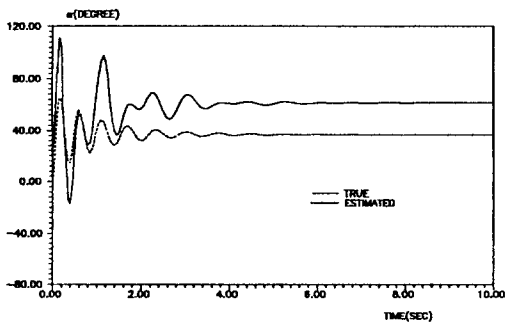


그림 3(c) $a = 1.2$ 일때 α 의 추정(Design I)

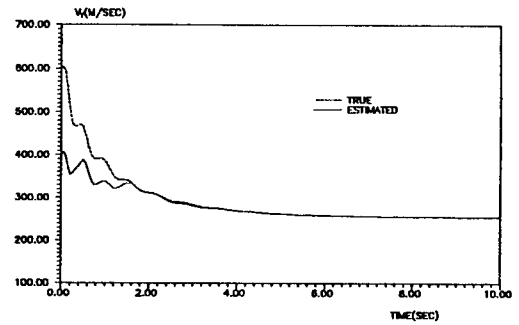


그림 6(a) $a = 1.2$ 일때 v_T 의 추정(Design II)

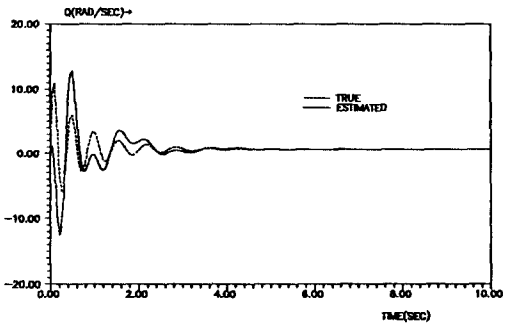


그림 6(b) $a = 12$ 일때 q 의 추정(Design II)

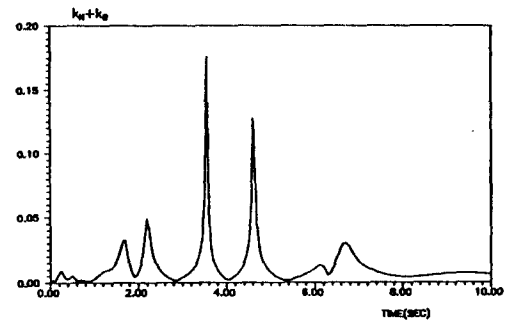


그림 7 $a = 12$ 일때의 $k_N + k_B$ 값(Design II)

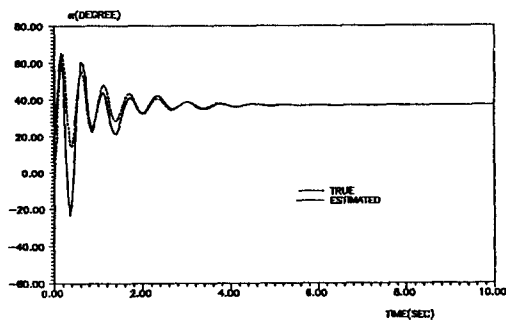


그림 6(c) $a = 12$ 일때 α 의 추정(Design II)