

이득 스케줄을 이용한 항공기 자동조종장치의 구성

장정순, 박춘배
인하대학교 공과대학 항공우주공학과

The Study of Autopilot System with Pre-designed Gain Schedule

Jungsoon Jang, Choonbae Park
Department of Aerospace Engineering, InHa University

Abstract

This paper presents the aircraft autopilot system with a pre-designed gain schedule. It is mainly consisted of the parameter estimation and the autopilot system design. For off-line parameter estimation, least-square methods are investigated. The design of a controller is done in frequcned domain using classical control method and it is designed to satisfy the predetermined requirement such as time constant and transient response. Finally, it is compared with a optimal regulator.

Part I 서론

현대의 고성능의 제트기가 개발되기 시작하면서 부터 새로운 문제가 발생되기 시작하였다. 즉, 원래의 불안정성을 갖는것 이외에도 만족스럽지 못한 동적특성을 나타내었다. 이러한 상황은 다음과 같이 요약될 수 있다: 비행기의 진동주기가 10초 또는 그 이상되는 경우에는 조종사가 적절히 조종하거나 댄핑을 가할 수 있으나 만약 주기가 4초 또는 그 미만인 경우에는 조종사의 반응시간이 충분하지 못하다. 따라서 거의 모든 제트 전투기나 수송기들은 자동조종장치에 의해 인위적인 댄핑을 제공받고 있다.[1]

여기서는 자동조종장치 시스템중에서 피치 안정화 시스템을 고려하였으며 크게 두분으로 나누어져 있다. 첫번째는 추정이라고 알려져 있는 분야로써 제어기의 설계를 위해 선택된 모델의 파라메타 즉, 공력 미계수를 추정한다. 미계수를 추정하는 방법에는 여러가지가 있으나 일반적으로 두가지로 나누어진다.

- 미지의 파라메타와 상태들을 각각 추정하는 방법들. 파라메타의 추정을 위해서 최대공산(maximum likelihood) 또는 최소자승기법이 사용된다.
- 상태와 파라메타를 동시에 추정하기 위해 확장형 칼만 필터 또는 평활기(smoothier)를 이용하는 방법

일반적으로 확장형 칼만 필터는 실시간 알고리즘을 구성하는데 가장 매력적이지만 파라메타를 상태에 접합시킴으로써 추정해야하는 파라메타의 갯수만큼 행렬의 차원이 증가하고 최적필터인 칼만필터에 비해 구조가 복잡하다. 그리고 측정잡

음의 특성을 모르는 경우에는 그 수렴성을 보장할 수 없는 것으로 알려져 있다.[2] 반면에 최대공산 기법은 측정잡음이 존재하더라도 효율적인 추정이 가능하나 주어진 파라메타에 대한 조건확률밀도를 알아야 하며 평가함수를 최적화하는데 많은 문제가 없다.

따라서 이러한 문제점을 해결하며 계산부담을 줄이기 위해 반복계산을 하지 않는 선형 최소자승기법을 이용하였다. 이 방법은 형태가 간단하며 재귀형태로 구성하는 경우 추정해야 하는 파라메타의 특성에 따라 알고리즘을 변화시킬 수 있으며 역변환을 하지 않아도 되는 장점을 갖는다.

자동조종장치의 구성을 위한 제어 알고리즘은 고전적인 방법과 최적제어로 알려져 있는 현대제어 방법으로 이룰 수 있다. 고전적인 제어방법은 주파수 영역에서의 설계를 기본으로 하고 있으며 시불변이며 단일 입출력을 갖는 시스템을 기본으로 한다. 설계방법에는 해석을 통한것과 그래픽으로 나누어질 수 있으며 경험에 많이 의존하게 된다. 설계는 제한 시스템을 기본으로 하고 있으며 제한되는 요소에 따라 여러 시스템으로 나누어지며 최종적인 목적은 제한요소의 이득을 결정하는 것이다. 현대제어 방법은 설계가 수식적인 전개에 의해 매끄럽게 진행될 수 있으며 고전제어에서 다루기 힘든 고차 시스템을 다룰 수 있다. 그러나 아직까지는 실제에는 적용할 수 없는 이론적인 해들이 많으며 전체상태에 대한 제한을 기본으로 하고 있기 때문에 모든 상태에 대한 정보가 관측 가능해야 한다는 제약조건을 갖는다.

본문에서는 고전적인 제어방법과 현대제어 방법을 동시에 사용하여 각 방법의 장단점을 비교하였으며 마지막으로 각 상태에 대한 이득값들을 스케줄한 경우와 안한 경우의 자동조종장치의 성능을 비교하였다.

Part II

추정알고리즘의 구성

1 최소자승 추정기

일반적으로 최소자승 추정기는 처리방법에 따라 크게 두가지로 나누어 지는데 하나는 모든 자료를 한꺼번에 처리하는 batch 처리방법과 다른 하나는 한번에 몇개의 자료만을 처리하는 재귀형 처리방법이 있다. 여기서는 batch처리 방법에 대해서 논의하기로 한다.

선형모델의 경우 최소자승기법의 해는 다음과 같이 구한다. 모델에 의해 예측된 값, $x_i^T \theta$ 과 측정값 y_i 간의 편차의 제곱의 합을 최소화하는 $\hat{\theta}$ 를 구한다. 즉,

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - x_i^T \theta)^2 \quad (1)$$

식(1)을 벡터형식으로 쓰면 다음과 같이 표현된다.

$$S = (Y - X\theta)^T (Y - X\theta) \quad (2)$$

여기서

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1^T \\ \vdots \\ x_N^T \end{bmatrix}$$

식(2)를 θ 에 대해 미분하면 S 를 최소화하는 값 $\hat{\theta}$ 가 다음의 식을 만족함을 알 수 있다.

$$(X^T X) \hat{\theta} = X^T Y \quad (3)$$

만약 $X^T X$ 의 역행렬이 존재한다면, 유일해(unique solution)는 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\hat{\theta} = [X^T X]^{-1} X^T Y \quad (4)$$

식(4)는 식(1)에서 주어진 제곱의 합을 최소화하기 때문에 최소자승 추정기(least square estimator)라 불리운다. 만약 $X^T X$ 가 특이해를 갖는 경우에는 유일해가 존재하지 않는다.

2. 지수적 감쇠를 갖는 재귀형 최소자승 추정기

여기서 토의하는 알고리즘은 실시간(real time)에 수행될 수 있는 일반적인 성질을 갖으며 다음과 같은 이점을 갖고 있다.

1. 시간에 따라 변화하는 파라메타를 추적할 수 있다.
2. 각 단계마다의 계산부담이 적기 때문에 off 또는 on-line 자료 해석을 위해 작은 컴퓨터를 사용할 수 있다.

재귀형 최소자승 알고리즘은 다음과 같이 유도될 수 있다. 관측 y_1, \dots, y_N 에 기초한 미지의 파라메타에 대한 최소자승 추정치 $\hat{\theta}$ 는 다음과 같이 구성된다(cf. 식(4)).

$$\hat{\theta} = (X_N^T X_N)^{-1} X_N^T Y_N \quad (5)$$

여기서

$$Y_N = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, X_N = \begin{bmatrix} x_1^T \\ \vdots \\ x_N^T \end{bmatrix}$$

재귀형태의 최소자승 알고리즘을 구현하기 위해, 여분의 관측값 y_{N+1} 를 관측 하었다고 고려한다. 그리고 다음의 새로운 파라메타를 정의하고,

$$P_N = (X_N^T X_N)^{-1} \quad (6)$$

여분의 관측값을 식(6)에 대입하면 다음의 결과를 얻는다.

$$P_{N+1} = \left[\begin{bmatrix} X_N \\ x_{N+1}^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X_N \\ x_{N+1}^T \end{bmatrix} \right]^{-1} \quad (7)$$

즉,

$$P_{N+1} = [X_N^T X_N + x_{N+1} x_{N+1}^T]^{-1} \quad (8)$$

식(8)을 matrix inversion lemma 를 이용하여 역변환하면 다음과 같은 재귀형 알고리즘의 기초적인 형태를 얻는다.

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}(y_{N+1} - x_{N+1}^T \hat{\theta}_N) \quad (9)$$

여기서 K_N 은 다음을 만족하는 시변 이득행렬이다.

$$K_{N+1} = \frac{P_N x_{N+1}}{(1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})} \quad (10)$$

또한 식(6)에서 정의되었던 P_N 는 적절한 초기값 P_0 만 주어 진다면 다음과 같은 재귀적인 형태로 계산될 수 있다.

$$P_{N+1} = \left(I - P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^T}{1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}} \right) P_N \quad (11)$$

위에서 제시한 재귀형 알고리즘은 파라메타가 시간에 따라 변하는 경우, 새로 측정된 자료가 과거의 자료때문에 기여도가 작아져 직접적으로 적용할 수 없다. 그러나 과거의 자료를 제거함으로써 시간에 따라 변하는 파라메타를 다룰 수 있도록 알고리즘을 변화시킬 수 있으며 그 중의 하나가 지수적 감쇠를 갖는 최소자승 추정기이다. 지수적 감쇠를 갖는 최소자승 추정기의 개념은 과거의 자료에 대해 지수적으로 가중을 가함으로써 현재 측정자료의 효과를 인위적으로 강조하는 것이다. 여기서 다음의 가격함수(cost function)을 고려한다.

$$S'_{N+1}(\theta) = \alpha S'_N(\theta) + (y_{N+1} - x_{N+1}^T \theta)^2 \quad (12)$$

여기서 α 는 영부터 일까지의 범위를 갖으며 α 가 일인 경우는 일반적인 재귀형 최소자승 알고리즘을 제공한다. 위의 가격함수를 최소화 하면 다음의 알고리즘을 얻는다.

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}(y_{N+1} - x_{N+1}^T \hat{\theta}_N) \quad (13)$$

여기서

$$K_{N+1} = \frac{P_N x_{N+1}}{(1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})} \quad (14)$$

$$P_{N+1} = \frac{1}{\alpha} \left(I - P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^T}{1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}} \right) P_N \quad (15)$$

α 의 값이 영에 가까울 수록 최근에 얻은 측정자료에 가중이 크게 가해진다. 그러나 α 값의 결정은 추정하고자 하는 파라메타의 시간에 대한 변화에 따라 다르며 측정된 자료의 크기에 따라 신중히 선택하여야 한다.

Part III

실험과정의 설계

4 비행조건의 설정

대상 항공기의 주 비행영역에 대한 자동조종장치를 설계하기 위해서는 각 상태에 대한 이득값을 구해야 한다. 이 이득값을 구하기 위해서는 시스템의 파라메타 즉, 공력미계수에 대한 정보를 미리 알고 있어야만 한다. 그러나 공력 미계수는 각 상태(즉, 고도와 속도)에 따라 값들이 변하게 된다. 따라서 다음과 같은 문제점이 발생하게 된다. 어떤 비행상태 즉, 속도와 고도의 변화로 인한 공력미계수의 일만분의 변화가 자동조종장치의 설계에 영향을 미치는지 알아야 한다는 것이다. 물론 많은 비행상태에 대한 공력미계수의 추정으로 자동조종

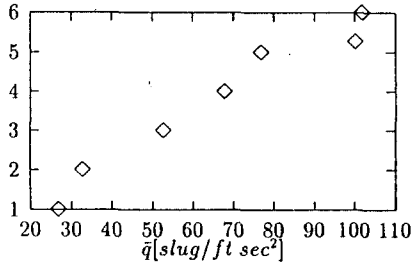


그림 1: Flight Test Envelope

장치를 위한 이득값을 설계하면 좋겠지만, 이는 많은 시간과 노력을 필요로 한다. 따라서 적절하게 비행상태를 설정하는 것이 중요하다. 그림 1은 공력 미계수의 추정을 위해 설정한 비행상태(flight state)를 보여주고 있다.

5 모델 방정식의 선정

일반적으로 항공기의 모델방정식은 비선형 상태공간 모델로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{x}(t) = \zeta[x(t), u(t), \theta] + g[x(t)]w(t), x(0) = x_0 \quad (22)$$

그리고 측정방정식의 이산화된 형식은

$$z(i) = h[x(i), u(i), \theta] + v(i), i = 1, 2, \dots, N \quad (23)$$

여기서 x, u , 그리고 z 는 각각 상태, 입력, 그리고 측정벡터들이다. θ 는 미지의 파라메타, x_0 는 미지의 초기조건 벡터, w 와 v 는 각각 처리 그리고 측정잡음 벡터이다. 그리고 N 은 자료의 갯수이다.

위에서 가정된 모델방정식은 상태에 따른 처리잡음을 갖는 비선형 확률시스템과 부가적인 측정잡음을 갖는 비선형 출력방정식으로 표현된다. 이 경우에 상태 또는 파라메타의 추정은 아주 복잡해진다. 따라서 최소자승기법의 전개에 알맞도록 비선형 시스템을 작은섭동(small perturbation)을 갖는 선형 시스템으로 대략화 하였다. 가정된 선형 방정식은 다음의 형태를 갖는다.[3]

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{V} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_q & M_\alpha & M_v & 0 \\ Z_q & Z_\alpha & Z_v & Z_\theta \\ X_q & X_\alpha & X_v & X_\theta \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ V \\ \theta \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$+ \begin{bmatrix} M_{\delta_c} & 0 \\ Z_{\delta_c} & 0 \\ X_{\delta_c} & T_{\delta_c} \cos \epsilon \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_c \\ \delta_t \end{bmatrix}$$

6 결과

그림 2는 박스형 윈도우를 갖는 최소자승 추정기로 추정한 파라메타를 이용하여 시뮬레이션한 결과를 나타내고 있다.

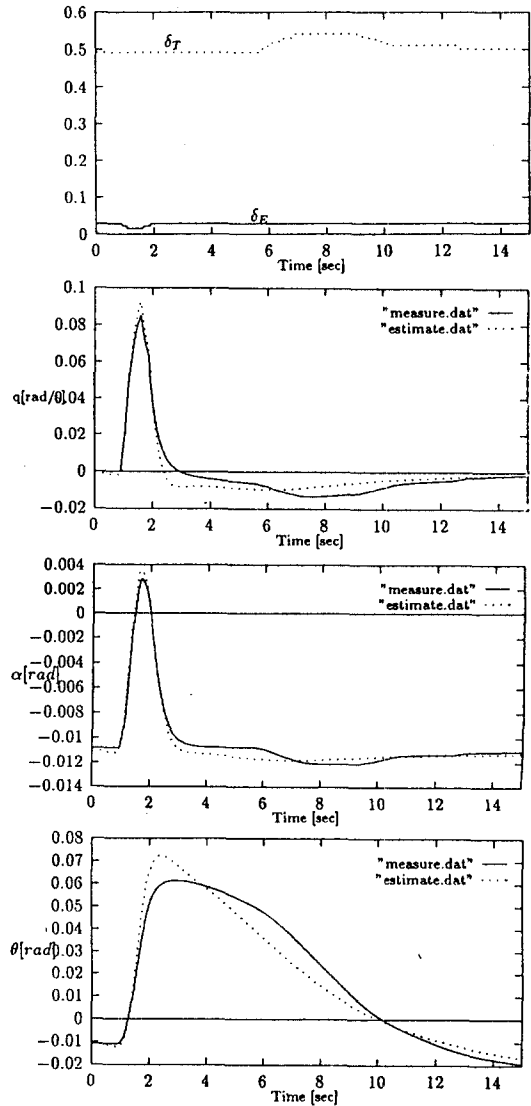


그림 2: Parameter Estimation Results

Part IV

자동조종장치의 구성

7 PD Controller

자세 안정화를 위한 자동조종장치의 설계목표는 정상상태에 대한 초기 과도응답을 10%미만 그리고 시정수를 1.0초 이하로 정하였다. 또한 모든 비행영역에서의 제어기 설계를 기술할 수 없기 때문에 한 비행영역을 예로들어 제어목표를 만족시키는 제어기의 설계과정을 기술한다. 비행기의 상태공간 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (25)$$

$$y_i = C_i x + D_i u \quad (26)$$

여기서 A_i, B_i, C_i, D_i 는 i 번째 비행상태에서 파라메타추정으로 부터 얻은 행렬들이다. 주파수 영역에서의 해석을 위해 위 의 상태공간 모델을 전달함수 모델로 고치면 다음과 같다.

$$\frac{Y_i(s)}{u_i(s)} = [C_i(sI - A_i)^{-1} B_i + D_i] \quad (27)$$

표 1: Transfer function according to Flight State

Flight state	$\frac{\theta(s)}{u_i(s)}$
1	$\frac{-(19.93s^3 + 63.66s + 4.251)}{s^4 + 5.1s^3 + 9.189s^2 + 0.9321s + 0.1915}$
2	$\frac{-(24.19s^3 + 10.15s + 0.607)}{s^4 + 3.449s^3 + 1.54s^2 + 0.1766s + 0.02076}$
3	$\frac{-(11.71s^3 + 0.932s + 0.027)}{s^4 + 2.221s^3 + 0.1961s^2 + 0.09167s + 0.0052}$
4	$\frac{-(17.98s^3 + 120.6s + 14.91)}{s^4 + 9.324s^3 + 21.46s^2 + 2.661s + 0.5019}$
5	$\frac{-(41.02s^3 + 401.3s + 74.98)}{s^4 + 14.95s^3 + 49.85s^2 + 9.088s + 1.249}$
6	$\frac{-(7.942s^3 + 0.5056s + 0.02411)}{s^4 + 1.854s^3 + 0.1773s^2 + 0.06585s - 0.001558}$

Table 1은 전달함수모델중 각 비행상태에서의 피치와 엘리베 이터에 관한 전달함수들이다. 시정수와 과도응답에 대한 요 구조건을 만족시키기 위해 비례-미분 자동조종장치를 선택하 였으며 블록선도가 그림 3에 제시되어 있다. 구성은 안쪽의 θ 와 바깥쪽의 θ 로 되어 있으며 이 계환요소들에 대한 이득값 을 결정하는 것이 목표가 된다. 루프의 이득은 근계적 선도 로부터 구하며 안쪽의 이득이 크면 클수록 바깥쪽 루프의 중 립안정성을 위한 이득의 크기가 커진다. 그러나 안쪽의 이득

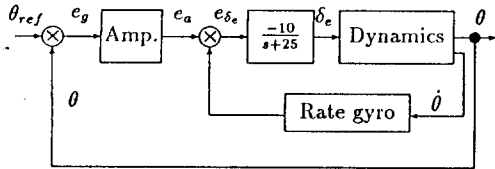


그림 3: Autopilot with pitch rate feedback

이 크면 클수록 시스템의 고유주파수가 커지며 뒤펅이 작아진 다. 이는 안쪽의 이득이 커짐에 따라 풀이 허수축으로 이동 하기 때문에 얻어지는 어쩔 수 없는 결과이다. 따라서 적절 한 타협이 필요되며 설계조건을 만족시키기 위해 본문에서는 θ 에 대한 이득값을 0.432(deg/s/volt)로 θ 에 대한 이득값을 0.6025(deg)로 결정하였으며 안쪽과 전체 시스템의 근계적 선도는 그림 4에 제시되어 있다.

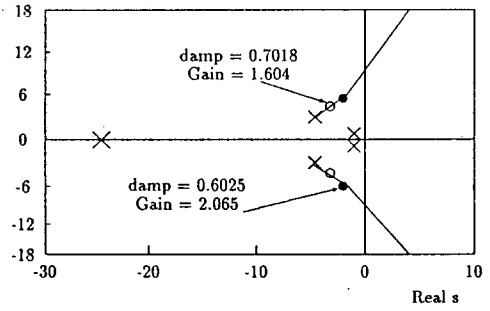
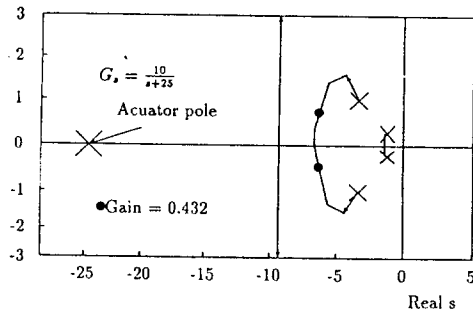


그림 4: Rootlocus for closed loop system

7.1 결과

그림 5은 각각 계단입력과 경사입력에 대한 시스템의 응답과 이때의 엘리베이터 변위량을 나타내고 있다.

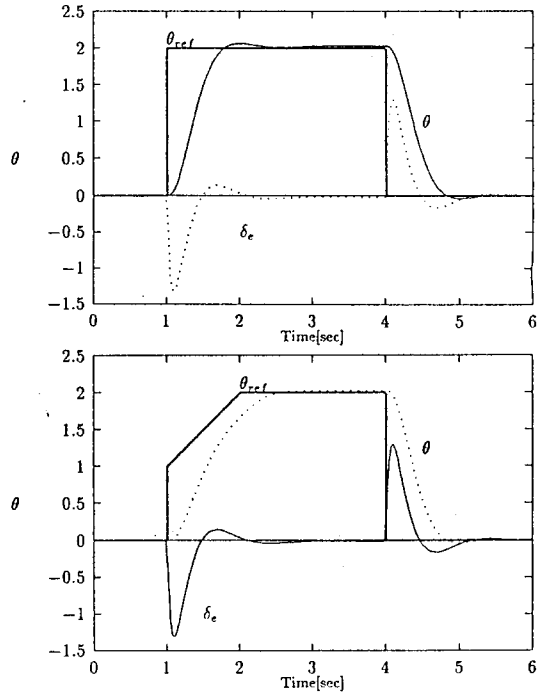


그림 5: Closed loop system response

8 LQ Regulator

다음의 선형 시스템을 고려한다.(cf. 식 24)

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) \text{ given} \quad (28)$$

여기서 $A(t)$ 와 $B(t)$ 는 연속이라고 가정한다. 행렬 $Q(t)$ 와 $R(t)$ 는 대칭이며 각각 음이아닌 그리고 양의 정의를 갖는 행 렬이다. 그리고 성능지표를 다음과 같이 정의한다.

$$V(x(t_0), u(), t_0) = \int_{t_0}^{\infty} (u^T R u + x^T Q x) dt \quad (29)$$

최적 안정기의 설계는 위의 성능지표를 최소화하는 최적 제어 입력 $u^*(t)$ 을 구하는 것이며 이는 곧 Riccati 방정식의 해 M_s 를 구하는 것과 같다. M_s 는 다음의 Hamilton 행렬로부터 구한다.[4]

$$H = \begin{bmatrix} A & -S \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (30)$$

여기서 S 는 $BR^{-1}B^T$ 이다. Hamilton 행렬 H 를 고유치와 고유벡터로 분해하면 다음의 형태를 갖는다.

$$H \begin{bmatrix} X_s & X_u \\ Y_s & Y_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_s & X_u \\ Y_s & Y_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_u \end{bmatrix} \quad (31)$$

여기서 Λ_s 는 안정한 고유값벡터이며 Λ_u 는 불안정한 고유값 벡터를 나타낸다. 그리고 X_s, X_u, Y_s, Y_u 는 각각의 고유값 벡터에 대한 고유벡터의 행렬을 의미한다. 그러면 Riccati 방정식의 해 M_s 는 다음과 같이 된다.

$$M_s = Y_s X_s^{-1} \quad (32)$$

따라서 최적 제어입력은 다음과 같이 결정되며

$$u^* = -R^{-1}B^T M_s x \quad (33)$$

최적 제어입력을 갖는 폐루프 시스템은 다음과 같이 된다.

$$\dot{x} = (A - BR^{-1}B^T M_s)x \quad (34)$$

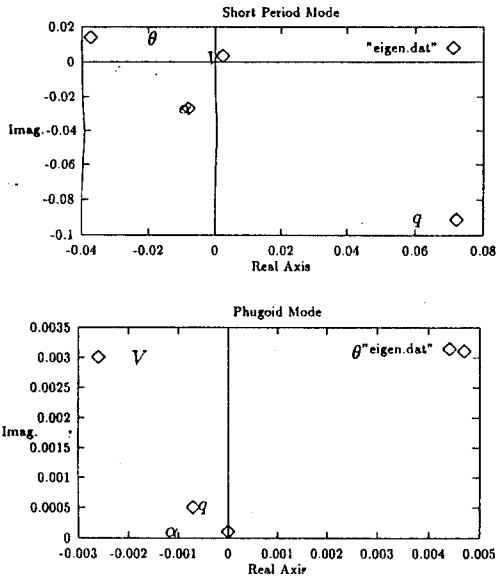


그림 6: Eigenvectors of open loop system

8.1 상태가중행렬의 결정

성능지표를 최소화시키는 최적제어입력 u^* 를 결정하는데 있어 상태가중 행렬 Q 와 제어가중행렬 R 이 주어졌다고 가정하였다. 그러나 이들값들은 설계자가 설정해야 하는 값이며 실제적으로 제어기의 성능은 이들 가중행렬을 어떻게 결정하느냐에 달려 있다고 해도 과언이 아니다. 여기서는 상태가중행렬만을 대상으로 삼았으며 다음의 사항들을 고려 한다.

1. 개루프 시스템의 고유벡터
2. 각 상태변수간의 상호관계

그림 6는 개루프 시스템의 각 상태변수에 대한 단주기 운동과 장주기 운동의 고유벡터들이다. 단주기 운동의 경우 q 와 α 가 장주기는 V 와 θ 가 가장 영향이 큰 변수임을 알 수 있다. 예를 들어 단주기 운동의 q 를 안정화시키기 위해서는 q 에 대한 가중행렬을 크게 해주어야 하며 α 와의 상대운동의 관련성이 크므로 이에 대한 가중행렬도 크게 하여야 한다.

8.2 결과

그림 7와 그림 8은 각각 상태가중행렬의 크기를 다르게 한 경우 초기 θ 의 변화량에 의한 각 상태변수들의 응답을 나타내고 있으며 단주기 운동의 상태변수에 대한 가중행렬을 크게 한 경우 이들의 응답이 좋아짐을 알 수 있다.

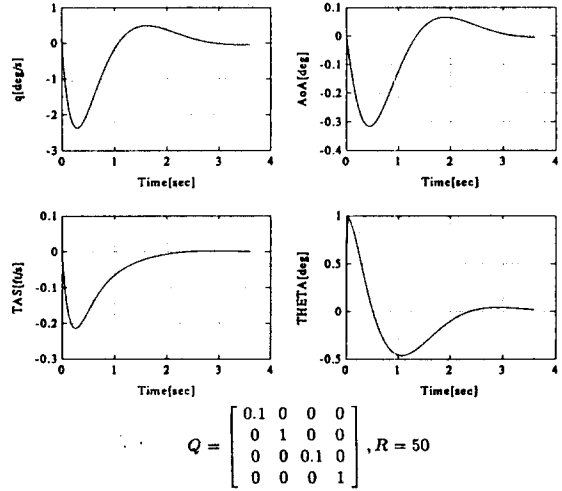


그림 7: System response for initial $\theta = 1^\circ$

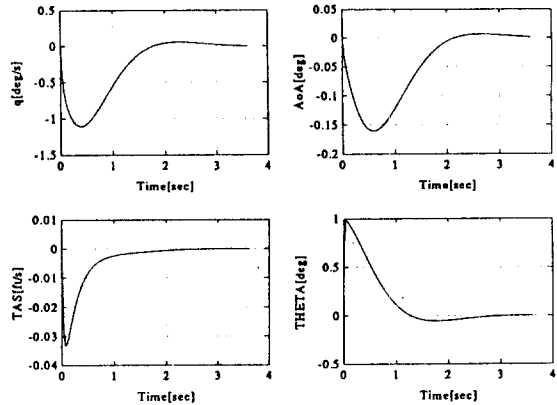


그림 8: System response for initial $\theta = 1^\circ$

8.3 이득 스케줄 및 검토

그림 9은 각 비행상태에 대한 궤환이득을 나타내고 있다. 이득은 고도에 대해서는 민감하지 않으며 속도에 의해 많은 영향을 받는다. 또한 특정영역에서의 이득값들은 속도와 고도의 영향을 받지 않았으며 주 비행영역에서의 이득값들은 많은 차이를 나타냈다.

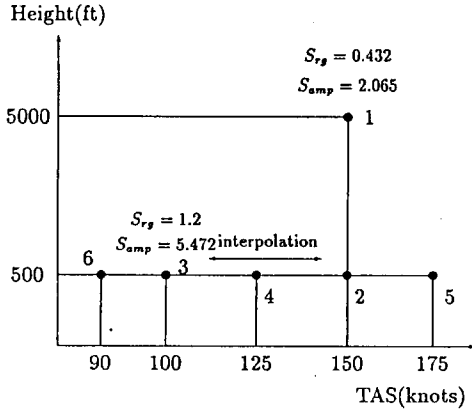


그림 9: Variation of the gain according to Flight Envelope

비선형 모델을 선형화시켜 생긴 모델링 오차와 측정잡음을 고려하기 위해서는 비선형 추정기 또는 반복형 확장형 칼만 필터에 대한 연구가 필요로 된다.

안정기를 설계하는 경우에는 가중행렬의 값이 페루프 시스템의 극점의 위치를 결정하는데 큰 영향을 미쳤다. 현재에는 고려하지 않았지만 안정기의 경우 모든 상태변수의 값이 궤환이득을 결정하는데 이용되므로 관측기의 구성이 필요로 된다.

References

- [1] John H. Blaklock. Automatic Control of Aircraft and Missiles. Wiley Interscience, New York, 1991.
- [2] James R Kelsey. Aerodynamic coefficient Estimation By means of An Extended Kalman Filter. AIAA Atmospheric Flight Mechanics conference Technical Paper 79-1686, 1979.
- [3] Kenneth W. Iliff and Laurence W. Taylor, Jr. Determination of stability derivatives from flight data using a Newton-Raphson minimization technique. NASA TN D-6479.
- [4] Donald McLean. Automatic Flight Control Systems. Prentice Hall, New York, 1990.
- [5] Vladislav Klein. Estimation of Aircraft Aerodynamic Parameters form Flight Data. Prog. Aerospace Sci. Vol. 26, pp 1-77, 1989.
- [6] Arthur Gelb. Applied Optimal Estimation. The Analytic Science Cop, 1974.

[7] William L. Brogan. Modern Control Theory. Prentice-Hall, New York, 1991.

[8] Gene H. Hostetter and Clement J. Savant, Jr. and Raymond T. Stefani. Design of Feedback Control Systems. Rinehart and Winston Inc, 1989.