

# 회분식 공정의 최적 합성

이호경, 이인범, 양대륙, 장근수  
포항공대 지능자동화연구센터

## Optimal Synthesis of Batch Processes

Ho-Kyung Lee, In-Beum Lee, Dae Ryook Yang, and Kun Soo Chang  
Automation Research Center  
Pohang Institute of Science and Technology

### ABSTRACT

In this paper, a heuristic procedure is presented which first determines the positions of adding storage tank. Then a nonlinear programming is formulated to obtain their optimum size. Flexible utilization(shared equipment) of storage tank is suggested. The effectiveness of this method is verified by solving two literature problems

### 1. 서론

산업혁명 이후 화학 공정 산업은 생산성 향상과 성력화를 위하여 소품종 대량생산 체계인 연속조업 형태로 발전되어 왔으나 아직도 정밀화학, 생화학공정, 식품공업, 제약공업 등에 관련된 조업들은 생산 특성상 회분식 공정으로 이루어지고 있다. 근래에 들어 선진국 뿐만아니라 개발도상국들이 고부가가치제품 생산을 선호함에 따라, 회분식 조업의 중요성이 대두되고 있는데, 회분식 조업의 매력은 단일 공장에서 여러장치를 상호 공용함으로써, 여러 제품을 생산하는 유연성이라고 볼 수 있다. 따라서 회분식 조업은 소량의 고부가가치 제품을 생산하거나 유사한 생산방식을 갖는 여러 종류의 제품을 제조할때 경제적으로 바람직한 반면 노동집약적인 단점이 있다. 지난 30년간, 회분식 공정에 관한 연구가 계속 이어졌는데 회분식 조업에 대한 최근의 연구 동향은 공정설계, 장치크기결정, 중간 저장탱크 크기결정, 공정모사 그리고 최적 조업순서 결정, 자동화 등이다. 본 논문에서는 중간저장탱크를 추가하는 문제를 다룬다.

회분식 공정에 중간저장탱크를 추가하는 문제는 1987년 Yeh와 Reklaitis[4]가 생산품이 하나인 경우에 대해, 1982년 Takamatsu등[5]이 그리고 1989년 Modi와 Karimi[1]가 FIS(Finite Intermediate Storage)를 가진 다제품 생산공정에 대해 다루었다.

본 논문에서는 중간저장탱크를 가진 회분식

공정의 설계에 있어서 탱크의 최적위치 및 최적크기를 구하는 방법을 제안하고 이런 방법의 효율성을 증명하기 위해 두개의 문헌 예제를 다루었다.

### 2. 이론

#### 2.1 회분식 공정의 예비 설계

회분식 공정의 예비 설계(Preliminary Design)는 크게 장치크기 결정 문제(Sizing Subproblem)와 합성 문제(Synthesis Subproblem)로 나뉘는데 회분식 공정의 합성에는 중간저장탱크 추가, 일의 합성 및 분리 그리고 팽행장치의 추가의 세가지 옵션이 있다. 본 논문에서는 회분식 공정 합성의 세가지 옵션 중에 중간저장탱크를 추가해서 최적 합성을 하는 방법을 다룬다.

#### 2.2 회분식/반연속식 장치에 대한 일반적인 수식표현

전체 공정이 M개의 회분식 설비와 N개의 반연속식 설비로 이루어져 있을 때 장치 크기를 결정하는 식들은 다음과 같다. 먼저, 회분식 설비의 부피  $V_i$ 는 다음과 같이 표시되며 여기서  $B_i$ 는 한번의 회분조업에서 생산되는 생산량이며  $S_{ij}$ 는 회분식 장치의 크기인자이다.

$$V_i = B_i \cdot S_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, M \end{matrix} \quad (1)$$

i제품을 생산할 때 j 단계(stage)와 j' 단계(stage) 사이의 이동 시간  $\Theta_{ij}$ 는 다음과 같이 나타나며 여기서  $D_k$ 는 반연속식 설비의 크기인자이며  $R_k$ 는 반연속식 설비의 공정속도이다.

$$\Theta_{ij} = \frac{D_k B_i}{R_k} \quad k = 1, \dots, K \quad (2)$$

$P_{ij}$ 는 회분식 장치의 조업시간이다. 여기서  $P_{ij}^0, c_{ij}, d_{ij}$ 는 회분식 장치의 조업시간을  $B_j$ 의 함수로써 나타내기 위해 필요한 상수이다.

$$P_{ij} = P_{ij}^0 + c_{ij}(B_j)^{d_{ij}} \quad (3)$$

$\Theta_{r(j)}, \Theta_{a(j)}$ 는  $j$ 번째 회분식 설비에 물질을 도입하고 반출하는데 걸리는 시간을 말하며 batch subtrain  $j$ 의 공정시간  $t_{ij}$ 는 다음과 같이 표현되며 여기서  $m_j$ 는 평행하게 놓일 수 있는 회분식 장치의 갯수이며 장치크기결정 문제를 풀 때는 고정된 값으로 놓고 풀다.

$$t_{ij} = \frac{\Theta_{r(j)} + P_{ij} + \Theta_{a(j)}}{m_j} \quad j = 1, \dots, M \quad (4)$$

회분식 설비간에 하나이상의 반연속식 설비가 있는 경우는 반연속식 설비의 조업시간이 LCT에 미치는 영향을 고려해야 한다. 전체 공정에서  $K$ 개의 반연속식 단계(stage)가 있고 각 단계는  $R$ 개의 반연속식 설비를 가지고 있다고 할 때  $\Theta_k$ 은 각 반연속식 단계  $k$ 에서 가장 많은 시간이 걸리는 장치의 공정시간을 말하며 다음과 같이 표현된다.

$$\Theta_k = \max(\Theta_{rk}) \quad r=1, \dots, R_k \quad (5)$$

$$k=1, \dots, K$$

중복양식(overlapping mode)에서 LCT  $T$ 는 다음과 같다.

$$T_i = \max(t_{ij}, \Theta_k) \quad j=1, \dots, M \quad (6)$$

$$k=1, \dots, K$$

전체생산시간은 총생산에 이용할 수 있는 시간  $H$ 보다 작거나 같아야한다는 제약조건이 존재하는데 이는 다음과 같이 표현되며  $Q_i$ 는 필요로하는 생산량이다.

$$\sum_{k=1}^N (Q_i/B_i) \cdot T_i \leq H \quad (7)$$

회분식 장치의 투자비는 다음과 같다.

$$a_j V_j^{\alpha_j} \quad j = 1, \dots, M \quad (8)$$

반연속식 장치의 투자비는 다음과 같이 표현된다.

$$b_k R_k^{\beta_k} \quad k = 1, \dots, K \quad (9)$$

### 2.3 중간저장탱크의 크기

지금까지 중간저장탱크의 크기에 대한 수식 표현에 대해서는 많은 연구가 이루어졌다. 그 대표적인 몇가지 표현식을 알아보면 다음과 같다. 먼저 Karimi와 Reklaitis[3]가 다음과 같은 수식을 발표하였다.

$$V_s^* = S_s^* \left\{ B_j \left( 1 - \frac{\theta_u}{T_j^L} \right) + B_{j+1} \left( 1 - \frac{\theta_{u+1}}{T_{j+1}^L} \right) \right\} \quad s = 1, \dots, S \quad (10)$$

여기서  $u$ 는 상위흐름의 SC Subtrain이고  $u+1$ 은 하위흐름의 SC Subtrain이다. 1989년 Modi와 Karimi[1]가 위 식을 수정하여 다음과 같이 표현했다.

$$V_s^* = \max_i [ S_{is}^* \{ B_{ij} + B_{i(j+1)} \} ] \quad s = 1, \dots, S-1 \quad (11)$$

한편 1982년 Takamatsu등[5]이 중간저장탱크 크기에 대해 다음과 같은 수식을 발표하였다.

$$V_s^* = S_s^* \{ B_j + B_{j+1} - 2G.C.M. (B_j, B_{j+1}) \} \quad (12)$$

본 논문에서는 1989년 Modi와 Karimi[1]가 발표한 식 (11)을 이용해서 문제를 푼다.

### 2.4 중간저장탱크의 장치비 계산

그림 1에서 보는 것과 같이 중간저장탱크의 가격은 다른 회분식/반연속식 장치와 비교해볼 때 큰 차이가 없기 때문에 전체공정의 초기투자비를 계산할 때 중간저장탱크의 가격도 포함되어야 한다.

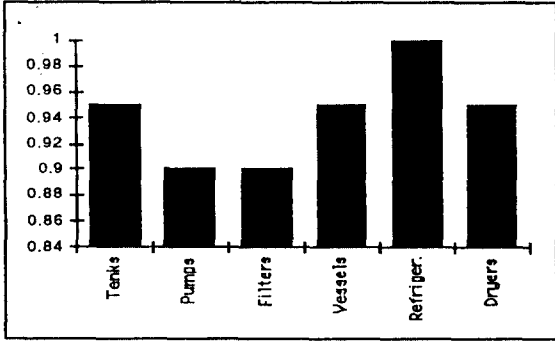


그림 1. Relative Equipment Cost

중간저장탱크의 가격은 회분식 장치의 가격과 비슷한 방법으로 계산할 수 있다. 다음 식은 중간저장탱크의 가격을 나타내는 식이다.

$$C_s = a_s (S_s (B^u + B^d))^{\gamma_s} \quad (13)$$

여기서  $a_s, \gamma_s$ 는 상수이고  $S_s$ 는 중간저장탱크의 크기 인자이다.

### 3. 최적합성

#### 3.1 중간저장탱크 추가 타당성 계산

그림 2는 중간저장탱크를 추가할 때 생기는 효과를 설명하기 위한 그림이다.

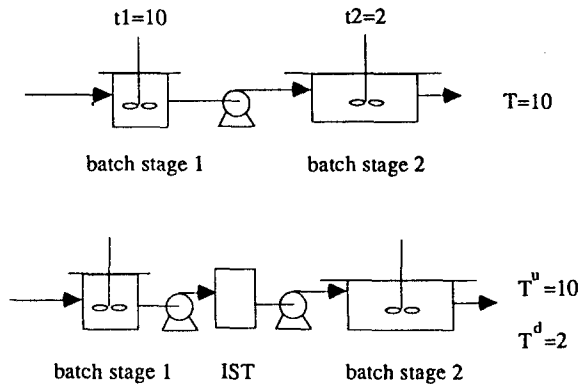


그림 2. 중간저장탱크의 추가

그림에서 보는 것과 같이 중간저장탱크는 각각의 batch stage를 분리시킨다. 원래의 공정과 중간저장탱크를 추가한 후의 상위공정과 하위공정의 생산성

(Productivities)  $P$ 는 같으므로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$P = \frac{B}{T} = \frac{B^u}{T^u} = \frac{B^d}{T^d} \quad (14)$$

중간저장탱크 추가 타당성 계산은 간단하게 다음과 같이 계산할 수 있다. (15)식으로 표시되는 Savings이 (16)식으로 표시되는 저장탱크의 가격보다 클 때 저장탱크 추가가 타당하다고 판단한다.

$$\text{Savings} = a_2 (S_2 B)^{\gamma_2} - a_2 (S_2 B^d)^{\gamma_2} \quad (15)$$

$$C_s = a_s S_s^{\gamma_s} (B^u + B^d)^{\gamma_s} \quad (16)$$

#### 3.2 중간저장탱크 추가위치

중간저장탱크의 위치는 time limiting이 걸리는 stage의 바로 앞이나 뒤에 추가하는 것이 좋다. 이 때 중간저장탱크의 위치는 장치들에게 걸리는 time limiting을 보다 많은 장치에서 제거하는 곳이 좋은 위치이다. 그림 3의 (a)는 time limiting이 3번째 stage에서 걸리는 공정이다. 이러한 공정에 중간저장탱크를 추가할 수 있는 방법은 (b)와 (c) 두가지이다. 그런데 (b)에서는 한개의 장치에서 time limiting이 제거되지만 (c)에서는 두개의 장치에서 time limiting이 제거된다.

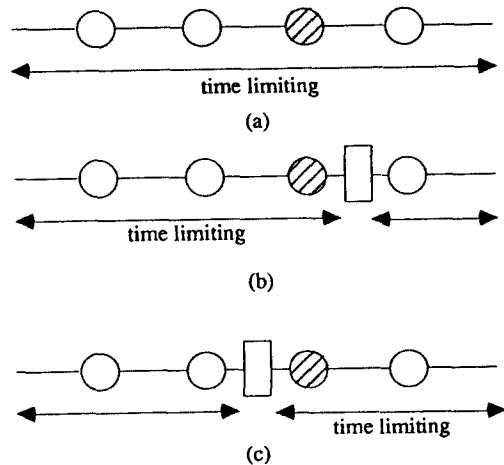


그림 3. 중간저장탱크 추가 효과

#### 3.3 장치크기 결정

이상과 같은 식들을 근거로 해서 장치 크기를 결정할 수 있는 목적함수와 제약조건들을 정리해 보면 다음과 같이 된다.

$$\text{Minimize } \sum_{j=1}^M m_j a_j (V_j)^{\alpha_j} + \sum_{k=1}^N b_k (R_k)^{\beta_k} + \sum_{s=1}^{S-1} a_s (V_s^*)^{\gamma_s}$$

Subject to :

$$V_j \geq B_i \cdot S_{ij} \quad i=1, \dots, N \\ j=1, \dots, M$$

$$V_s^* = \max_i [ S_{is}^* ( B_{ij} + B_{i(j+1)} ) ] \quad s=1, \dots, S-1$$

$$T_i \geq ( \Theta_{i0} + P_{ij} + \Theta_{i0} ) / m_j$$

$$\sum_{k=1}^N (Q_k/B_k) \cdot T_i \leq H$$

$$V^{\min} \leq V_j \leq V^{\max} \quad j=1, \dots, M$$

$$R_k^{\min} \leq R_k \leq R_k^{\max} \quad k=1, \dots, K$$

위의 목적함수는 장치의 투자비를 최소화하는 것이다. 이 문제를 풀어서 결정할 수 있는 변수는 회분식 설비의 부피  $V_j$ , 반연속식 설비의 공정속도  $R_k$ , 중간저장탱크 크기  $V_s$ , 그리고 LCT  $T_i$ 와 한 회분의 생산량  $B_i$ 이다. 장치의 크기를 결정하는 이 문제는 비선형 문제이며 본 논문에서 이 문제를 푼 방법은 GRG algorithm이며 IRIS 25G 워크스테이션을 사용하였다.

#### 4. 문제

##### 4.1 문제 1

이 문제는 Yeh와 Reklaitis[4]가 푼 문제로서 이 논문에서 제시한 그림 4의 알고리즘으로 중간저장탱크의 가격을 포함해서 다시 풀었다. 표1은 이 문제의 데이터이다.

표1. Data for test problem 1

H=7200(h)  
I=1 J=3

Q=[120,000] (kg)

##### Batch Equipment Data

S = [2.74 1.44 1.2]  
P<sup>0</sup> = [25 10 10]  
c = [0.0172 0.612E-5 0.0364]  
d = [0.865 2.0 0.823]  
a = [592 582 1200]  
α = [0.65 0.39 0.52]

##### Semicontinuous Equipment Data

D = [2.74 2.74 1.44 1.2]  
b = [250 200 210 370]  
β = [0.4 0.85 0.62 0.22]  
300 ≤ V<sub>j</sub> ≤ 2400 300 ≤ R<sub>k</sub> ≤ 1800

이 문제는 첫번째 stage에서 time limiting이 나타나고 있으므로 첫번째와 두번째 stage사이에 중간저장탱크를 추가한다.

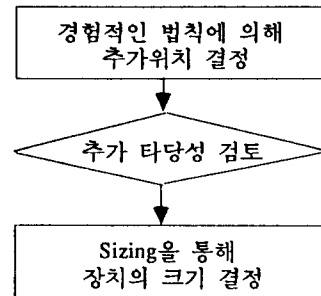


그림 5. 합성 알고리즘

다음은 추가타당성을 간단하게 계산해보는 과정이다.

$$\text{Savings} = a_2 (S_2 B)^{\gamma_2} + a_3 (S_3 B)^{\gamma_3} - a_2 (S_2 B^d)^{\gamma_2} - a_3 (S_3 B^d)^{\gamma_3}$$

$$C_s = a_s (B^u + B^d)^{\gamma_s}$$

(Savings) - (Cost of Storage)

$$= 15560.3 - 7563.3$$

$$= 7997$$

Savings이 더 크기때문에 중간저장탱크의 추가는 타당하다. 표2는 Generalized Reduced Gradient 알고리즘을 이용하여 푼, 장치크기들에 대한 결과이다.

표2. Result of problem 1

V<sub>1</sub> 1636

$V_2$	360
$V_3$	360
$R_1$	1582
$R_2$	300
$R_3$	300
$R_4$	799
$B^a$	597
$B^d$	250

4.2 문제 2

다음 표는 문제 2의 데이터이다.

표3. Data of problem 2

$I=2$	$J=3$
$Q=[90,000$	$70,000]$ (kg)
$S=$	$\begin{bmatrix} 2.74 & 1.44 & 1.20 \\ 2.34 & 1.65 & 1.20 \end{bmatrix}$
$D=$	$\begin{bmatrix} 2.74 & 2.74 & 1.44 & 1.20 & 1.44 \\ 1.34 & 1.34 & 1.65 & 1.20 & 1.34 \end{bmatrix}$
$P^0=$	$\begin{bmatrix} 10 & 25 & 10 \\ 3 & 10 & 25 \end{bmatrix}$
$g=$	$\begin{bmatrix} 0.0172 & 0.612E-5 & 0.0364 \\ 0.0172 & 0.612E-5 & 0.0364 \end{bmatrix}$
$d=$	$\begin{bmatrix} 0.865 & 2.0 & 0.823 \\ 0.865 & 2.0 & 0.823 \end{bmatrix}$
$a=$	$[ 592 \quad 582 \quad 1200 ]$
$\alpha=$	$[ 0.65 \quad 0.39 \quad 0.52 ]$
$b=$	$[ 250 \quad 200 \quad 210 \quad 370 \quad 210 ]$
$\beta=$	$[ 0.40 \quad 0.85 \quad 0.62 \quad 0.22 \quad 0.62 ]$
$c=278$	$\gamma=0.49$

중간저장탱크의 추가위치를 알기위해 time limiting이 걸리는 stage를 체크해보면 생산품 1에 대해서는 두번째에서 생산품 2에 대해서는 세번째에서 time limiting이 있다. 그러므로 중간저장탱크를 추가해서 얻을 수 있는 네트워크는 다음그림의 (b), (c), (d) 3가지가 있을 수 있다.

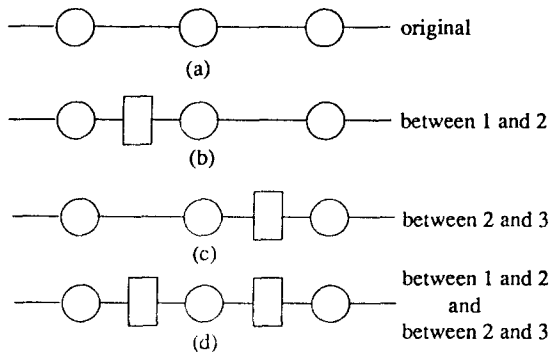


그림 6. 가능한 네트워크

이론적으로는, 그림 6의 (d) 경우가 중간저장탱크를 추가해서 얻을 수 있는 효과가 가장 크다. 그러나 현실적으로 중간저장탱크의 가격이 싼 것이 아니기 때문에 불합리하다. 그러므로, 각 제품을 생산할 때 time limiting이 다른 stage에 걸리면 중간저장탱크를 공유해서 사용해서 그 효과를 극대화할 수 있다. 다음 그림 7은 공유화된 중간저장탱크를 나타내고 있다.

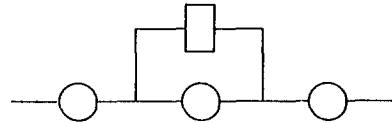


그림 7. Flexible Utilization of Intermediate Storage Tank

그림 8은 그림 6의 네가지 경우와 그림 7의 경우에 대해서 NLP로 수식화하고 장치투자비를 구한 값이다. 장치투자비를 비교해볼 때 공유화된 중간저장탱크를 가진 네트워크가 가장 적은 장치투자비를 가지고 있다.

네트워크	장치투자비(\$)
(a)	184,720
(b)	181,900
(c)	196,500
(d)	199,060
(e)	164,460

그림 8. 네트워크와 장치투자비

그림 8의 (e) 경우는 실제적으로 다음과 같은 공정도

가 된다.

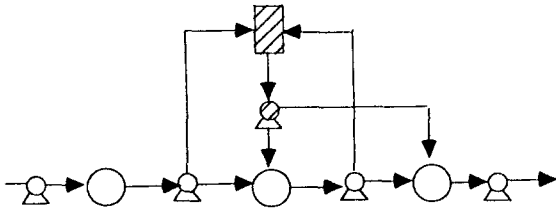


그림 9. 공유화된 실제적인 공정도

## 5. 결론

중간저장탱크의 가격은 여러 회분식 장치와 비교해볼 때 무시할 수 없는 가격이므로 장치투자비 계산에 저장탱크를 넣어서 계산하였고 저장탱크 추가위치에 대해 보다 일반적인 Heuristic을 제안하였다. 또한 중간저장탱크를 공유화한다는 개념을 도입, 보다 나은 초기 구조를 합성하였다.

## 감사

본 연구는 한국과학재단 지정 우수연구센터인 공정산업의 지능자동화 연구센터의 연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로서, 연구비를 지원해주신 연구센터에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. A.K.Modi and I.A.Karimi, "Design of multiproduct batch processes with FIS", Computers and Chem. Eng., Vol.9, pp.127-139,1989.
2. Ho-Kyung Lee, In-Beum Lee, Dae Ryook Yang and Kun Soo Chang, " Optimal synthesis for the retrofitting of multiproduct batch plants", I & EC Research, vol. 32, pp. 1087-1092, 1993.
3. I.A. Karimi and G. V. Reklaitis, "Intermediate Storage in Noncontinuous Processes Involving Stages of Parallel Units", AIChE J., Vol. 31, pp. 44-52, 1985.
4. N.C. Yeh and G. V. Reklaitis, "Synthesis and sizing of batch/semicontinuous processes : single product plants",

Comput Chem. Engng, Vol.11,pp. 639-654,1987.

5. T. Takamatsu, I. Hashimoto and S. Hasebe, "Optimal Design and Operation of a batch process with Intermediate Storage Tanks", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., Vol. 21, pp. 431-440, 1982.