

## 퍼지추론 방법에 의한 퍼지동정

°안태천\*, 황형수\*, 오성권\*, 김현기\*\*, 우광방\*\*\*

\*원광대학교 제어계측공학과, \*\*연세대학교 전기공학과

### Fuzzy Identification by Means of Fuzzy Inference Method

°Taechon Ahn\*, Hyungsoo Hwang\*, Sungkwun Oh\*, Hyunki Kim\*\*, Kwangbang Woo\*\*\*

\*Dept. of Control and Instrumentation Engineering, Wonkwang Univ.

\*\*Dept. of Electrical Engineering, Suwon Univ., \*\*\*Dept. of Electrical Engineering, Yonsei Univ.

#### Abstract

A design method of rule-based fuzzy modeling is presented for the model identification of complex and nonlinear systems. Three kinds of method for fuzzy modeling presented in this paper include simplified inference (type 1), linear inference (type 2), and modified linear inference (type 3). The fuzzy c-means clustering and modified complex methods are used in order to identify the premise structure and parameter of fuzzy implication rules, respectively and the least square method is utilized for the identification of optimal consequence parameters. Time series data for gas furnace and sewage treatment processes are used to evaluate the performances of the proposed rule-based fuzzy modeling.

#### I. 서론

퍼지 집합이론이 1965년 Zadeh에 의해 창안된 이래, 퍼지 시스템 동정이 최근 퍼지시스템 이론의 주요 연구대상이 되었다. 비선형적이고 복잡한 실 시스템의 특성을 해석하는데 수학적 모델은 만족스러운 결과를 주지 못한다. 이러한 어려움을 극복하기 위한 한 방법으로 이들 시스템의 정적 혹은 동적 특성을 묘사하기 위해 퍼지 동정 모델을 사용한다.

퍼지시스템 이론의 발전으로 퍼지모델 동정 알고리즘의 접근 방식도 향상되었다. 초기 퍼지모델의 동정연구로 언어적 접근방식[1, 2, 7]과 퍼지관계 방정식에 기초한 접근방식[3-6, 8, 10]이 제안되었다.

언어적 접근방식에서, Tong은 논리적 조사(logical examination) 방법에 의해 가스로 공정을 동정하였고, B. Li동은 이 방법의 수정으로 더 좋은 결과를 얻는 방법과 결정 테이블에 기초한 자기 학습 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 필요한 컴퓨터 용량 및 계산시간 때문에 고계 다변수 시스템의 적용에 문제점을 발생시켰다. Pedrycz는 언어적 모델링에서 기준 퍼지집합 (referential fuzzy set) 개념에 의해 해석하였다.

퍼지관계 방정식에 기초한 접근방식에서, Pedrycz는 퍼지관계 방정식에 의해 새로운 합성규칙인 기준 퍼지집합과 Zadeh의 제한적 가능성 분포(conditional possibility distribution)의 개념에 기초해서 동정하였고, Xu는 이 두가

지 방법에 기초한 기준 퍼지집합 이론과 자기학습 알고리즘에 의해 퍼지관계 모델을 구성하여 동정하였으나, 직접추론방식을 사용했기 때문에 혼합(선형)추론방식 보다 그 성능이 떨어지는 단점이 있다. Sugeno는 자신이 제안한 선형퍼지추론식에 경험적 방법을 통한 구조동정으로 콤플렉스법과 최소자승법에 의해 시스템을 동정하였으나, 전반부 구조동정에서 반복적인 퍼지분할에 의한 경험에 의존하는 문제점이있다. 또한, 퍼지 클러스터링방법에 의해 가스로 공정을 퍼지 동정하였으나, 직접 추론법에 의한 것으로 동정성능이 떨어졌다.

본 논문에서는 간략추론(구조 1), 선형추론(구조 2)과 변형된 선형추론(구조 3)의 세가지 퍼지추론 방식에 퍼지 클러스터링방법과 자동동조 알고리즘인 수정된 콤플렉스법을 이용하여, Box와 Jenkins가 사용한 가스로 시계열 입력력 데이터 [9]와 하수처리공정 데이터 [14]를 모델링함으로써 기존의 퍼지 모델링방법 [2, 5, 7, 8, 14]과 동정오차면에서 비교하였다.

#### II. 퍼지 추론에 의한 모델링

퍼지 모델의 동정 알고리즘은 전반부와 후반부의 동정으로 분류된다. 본 논문에서는 전반부 구조동정으로 퍼지 C-means 클러스터링 알고리즘을 사용하고, 전반부 파라미터 동정에는 수정된 콤플렉스 알고리즘을 사용한다. 그리고 후반부는 구조 1, 2, 3 즉, 단일 상수, 일차선형식, 변형된 일차선형식의 3가지로 표현된다. 본 논문에서는 제안한 변형된 일차선형식의 구조를 사용한다. 후반부 파라미터동정으로 최대 피벗팅(maximal pivoting)알고리즘을 가지는 가우스 소거법에 의한 최소자승법을 사용한다. 퍼지 모델링의 전체 구성도는 그림 1. 과 같다.

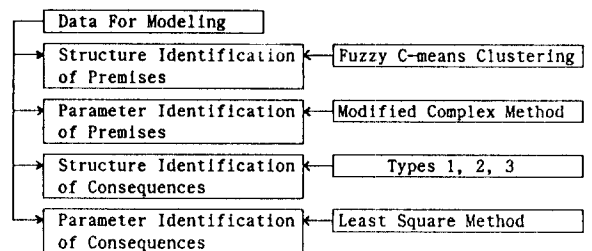


그림 1. 퍼지 모델링의 전체 구성도  
Fig. 1 Overall scheme of fuzzy modeling

Ⅱ. 퍼지 동정 알고리즘

Ⅱ-1. 퍼지 모델의 전반부 동정

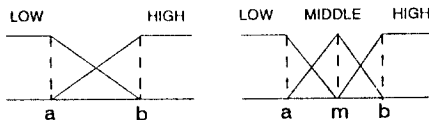
기존의 전반부 구조 동정은 변수증가법에 따라 각 변수 선택에 의해 퍼지분할의 수를 하나씩 증가시키면서 최적구조를 찾아내는 경험적인 추적방법[10]이 사용되었으나, 본 논문에서는 이를 개선한 퍼지 클러스터링 알고리즘을 사용하여 구조동정을 행한다. 퍼지 클러스터링은 각 클러스터의 중심벡터와 입력벡터와의 기하학적 거리 곱하기 각 입력벡터가 클러스터에 속하는 멤버십함수 값으로 표시된 목적함수를 최소화하는 클러스터 수와 클러스터 중심벡터를 구하기 위한 것으로 목적함수의 반복적인 최소화를 통해 입력벡터 공간을 퍼지분할하는 알고리즘이다. 따라서 입력벡터 공간의 퍼지분할 기능을 갖는 퍼지 클러스터링을 이용하여 퍼지규칙을 구성하는 퍼지조건문의 입력변수 공간을 퍼지분할하고 최적한 분할 수로부터 퍼지조건문 수를 얻을 수 있다. 본 논문에서는 퍼지 클러스터링 알고리즘으로 SCM(Soft C-Means) 클러스터링이 사용된다.

전반부 파라미터 동정은 컴플렉스 개념에 기존의 최적화 이론인 심플렉스 개념을 확장, 융합함으로써 다음과 같은 수정된 컴플렉스법을 제안한다. 이 수정된 컴플렉스법은 목적함수를 최소화시키는 방법인 심플렉스법에 제약조건이 주어지는 경우로 식 (1)의 형태의 수식을 풀기위한 방법이다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(X) & (1) \\ & \text{Subject to } g_i(X) \leq 0, \quad j=1,2,\dots,m \\ & x_i^{(l)} \leq x_i \leq x_i^{(u)} \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

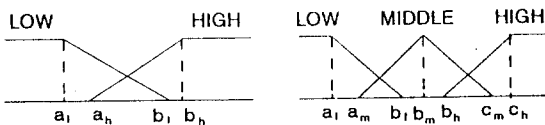
여기서, l은 하한(lower bound), u는 상한(upper bound)을 나타낸다.

멤버십 함수로 본 동정 알고리즘 적용시 우수한 특성을 가지는 삼각형 함수를 사용한다. 삼각형 형태인 멤버십함수의 퍼지변수가 2종류 및 3종류의 경우에 2가지 구조의 형태를 제안한다. 그림 2는 멤버십함수의 각 퍼지 변수의 정점이 고정인 상태에서 조정되는 경우를 나타내고, 그림 3은 멤버십 함수의 각 퍼지변수의 정점이 달리 조정되는 경우를 나타낸다.



(a) 2 fuzzy variables (b) 3 fuzzy variables

그림 2. 동조하기 위한 퍼지변수의 파라미터 a, m, b (구조 a)  
Fig. 2 Parameters a, m, b for tuning in fuzzy variables (Type a)



(a) 2 fuzzy variables (b) 3 fuzzy variables

그림 3. 튜닝하기위한 퍼지변수들의 파라미터 a1, b1, am, bm, cm, ah, bh, ch (구조 b)  
Fig. 3 Parameters a1, b1, am, bm, cm, ah, bh, ch for tuning in the fuzzy variables(Type b)

퍼지모델링을 하기 위해 구조 a, 구조 b의 선택은 시스템의 입출력관계, 입출력 변수의 수, 비선형성등을 고려하여 선택하도록 한다.

Ⅱ-2. 퍼지 모델의 후반부 동정

퍼지모델의 구조동정에서 후반부 구조로는 서로다른 3가지의 퍼지추론에 의해 구별되는 구조 1,2,3을 사용한다. 구조 1은 후반부가 단일의 상수항만을 가지고, 구조 2는 후반부가 일차선형식, 구조 3은 후반부가 변형된 일차선형식 형태를 가진다. 특히 구조 2에서는 후반부변수 선택의 결정을 필요로한다. 파라미터동정은 각각의 후반부구조로부터 시스템 입·출력 데이터에의해 최소자승법으로 파라미터를 구하는 것이다. 3가지 구조에의한 퍼지규칙추론과 파라미터동정을 위한 매개변수 추정은 다음과 같다.

구조 1(후반부 : 상수)

후반부가 단일의 상수항만을 가지는 것으로 이와같은 추론법을 간략추론법이라한다. 이 퍼지모델은 식 (2)의 형태를 가지는 구현규칙들로 구성된다.

$$\begin{aligned} R^i : & \text{ If } x_1 \text{ is } A_{1i}, \dots, \text{ and } x_k \text{ is } A_{ki}, \text{ then } y = a_i \\ y^0 = & \frac{\sum_{i=1}^n w_i a_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 R<sup>i</sup>는 i(i=1, ..., n)번째 규칙, x<sub>j</sub>(j=1, ..., k)는 입력변수, A<sub>ij</sub>(i=1, ..., n; j=1, ..., k)는 퍼지집합의 멤버십 함수, a<sub>i</sub>는 상수이고, n은 퍼지규칙수, 그리고 y<sup>0</sup>는 추론된 값이다. 후반부 파라미터동정에서 전반부 입력변수 및 파라미터가 주어지면, PI(Performance index)를 최소화하는 최적 후반부 파라미터를 결정할 수 있다. PI는 원래 시스템의 출력 데이터와 모델의 데이터간의 차이를 의미하는 성능지수로 식 (3)로 정의된다.

$$PI = \sum_{i=1}^m \frac{(y_i - y_i^0)^2}{m} \quad (3)$$

여기서 y<sub>i</sub><sup>0</sup> =  $\frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i^0}{\sum_{i=1}^n w_i}$ , w<sub>i</sub> =  $\prod_{j=1}^k A_{ji}(x_j^0)$ , n은 구현규칙수, k는 입력변수의 수, m은 데이터 수이다.

후반부의 파라미터는 a<sub>i</sub>로서 입 출력 데이터가 x<sub>1i</sub>, x<sub>2i</sub>, ..., x<sub>ki</sub>-y<sub>i</sub>(i=1,2, ..., m : m은 데이터수)의 집합으로 주어졌을때 최소자승법에 의해 구해진다. 구조 1의 퍼지모델에 있어서 최소자승법에 의한 매개변수 추정은 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} V(a, m) &= 1/2 \cdot \sum_{i=1}^m \epsilon_i^2 = 1/2 \cdot \sum_{i=1}^m (y_i - y^0)^2 \\ &= 1/2 \cdot \sum_{i=1}^m [y_i - \sum_{j=1}^n a_j w_{ji}]^2 \\ &= 1/2 \cdot \sum_{i=1}^m [y_i - x_{1i} a]^2 = 1/2 \cdot \|E\|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$w_{ji} = \frac{A_{j1}(x_{1i}) * \dots * A_{jk}(x_{ki})}{\sum_{j=1}^n A_{j1}(x_{1i}) * \dots * A_{jk}(x_{ki})}$$

J:규칙수, l:데이터수, m:데이터 총수, n:규칙 총수이다. 그리고

$$\begin{aligned} x_i^T &= [w_{ij}, \dots, w_{ni}], a^T = [a_{i0}, \dots, a_{in}], Y = [y_1, \dots, y_m]^T, \\ E &= [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m]^T, \\ X &= [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \end{aligned}$$

식 (4)에서  $E = Y - Xa$  이므로 최소자승법에 의한 최소값은 식 (5)에 의해 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5)$$

### 구조 2(후반부 : 일차 선형식)

후반부가 일차 선형식인 경우, 이와같은 추론법을 선형 추론법 혹은 복합추론법이라 한다. 이 퍼지 모델은 식 (6)의 형태를 가지는 구현규칙들로 구성된다.

$$\begin{aligned} R^i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1}, \dots, \text{ and } x_k \text{ is } A_{ik}, \\ \text{then } y = f_i(x_1, \dots, x_k) = a_{i0} + a_{i1}x_1 + \dots + a_{ik}x_k \quad (6) \\ y^o = \frac{w_1 f_1(x_1^o, \dots, x_k^o) + \dots + w_n f_n(x_1^o, \dots, x_k^o)}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \end{aligned}$$

여기서  $R^i$ 는  $i$ 번째 규칙,  $x_j$ 는 입력변수,  $A_{ij}$ 는 퍼지집합의 멤버십함수, 그리고  $a_{ij}(i=1, \dots, n; j=0, \dots, k)$ 는 후반부의 파라미터  $y^o$ 는 추론된 값이다. 후반부 파라미터는 최소자승법에 의한 최소값으로 식 (7)에 의해 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (7)$$

여기서,

$$\begin{aligned} x_i^T &= [w_{i1}, \dots, w_{ni}, x_{i1}w_{i1}, \dots, x_{i1}w_{ni}, \dots, x_{ik}w_{i1}, \dots, x_{ik}w_{ni}] \\ a^T &= [a_{i0}, \dots, a_{in}, a_{i1}, \dots, a_{ni}, \dots, a_{ik}, \dots, a_{nk}] \\ Y &= [y_1, y_2, \dots, y_m]^T \\ X &= [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \end{aligned}$$

### 구조 3(후반부 : 변형된 일차선형식)

후반부가 전반부 적합도의 함수로 표현되는 일차선형식인 경우, 이와같은 추론법을 변형된 선형 추론법이라 한다. 이 퍼지모델은 식 (8)의 형태를 가지는 구현규칙들로 구성된다.

$$\begin{aligned} R^i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1}, \dots, \text{ and } x_k \text{ is } A_{ik}, \text{ then } y = f_i(w_i) \quad (8) \\ f_i(w_i) = a_{i0} + a_{i1}w_i \end{aligned}$$

여기서,  $R^i$ 는  $i$ 번째 규칙,  $x_j$ 는 입력변수,  $A_{ij}$ 는 퍼지집합의 멤버십함수, 그리고  $a_{ij}(i=1, \dots, n; j=0, 1)$ 는 후반부의 파라미터이다. 식 (8)의 입력  $x_1^o, x_2^o, \dots, x_k^o$ 에 대한 전반부 적합도  $w_1, w_2, \dots, w_n$ 은 대수법에 의해 구해진다. 후반부의 출력  $f_i(w_i)$ 는 입력이  $w_i$ 인 후반부 선형식에 의해 결정되며 전체의 추론결과는 식 (9)과 같다.

$$\begin{aligned} y^o &= \frac{w_1 f_1(w_1) + \dots + w_n f_n(w_n)}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \quad (9) \\ &= \frac{w_1 f_1(a_{i0} + a_{i1}w_1) + \dots + w_n (a_{n0} + a_{n1}w_n)}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \end{aligned}$$

후반부 파라미터는 최소자승법에 의해 식 (10)에 의해 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (10)$$

여기서,

$$x_i^T = [w_{i1}, \dots, w_{ni}, w_{i1} \cdot w_{i1}, \dots, w_{ni} \cdot w_{ni}]$$

$$\begin{aligned} \hat{a}^T &= [a_{i0}, \dots, a_{in}, a_{i1}, \dots, a_{ni}] \\ Y &= [y_1, y_2, \dots, y_m]^T \\ X &= [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \end{aligned}$$

## IV. 시뮬레이션 및 결과고찰

### IV-1. 가스로 공정의 경우

본 절에서는 II, III절에서 제안한 규칙베이스 퍼지 모델링 방법을 적용함으로써 Box 와 Jenkins가 사용한 가스로 시계열 데이터를 이용하여 그림 4과 같이 입출력 데이터인 가스 흐름율과 연소된 이산화탄소의 농도를 퍼지 모델링한다. 메탄 가스 흐름율( $X(t)$ )은 실험에서 -2.5 에서 2.5로 변하는 것을 사용하나 실제 공정에서 메탄 가스 흐름율( $X_m(t)$ )은 식(11)과 같이 0.5에서 0.7로 변한다[9].

$$X_m(t) = 0.60 - 0.048 * X(t) \quad (11)$$

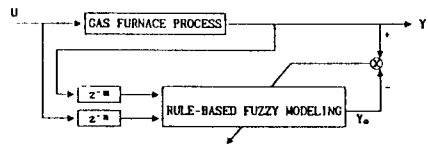


그림 4. 가스로 공정에서 규칙베이스 퍼지 모델링을 위한 구조  
Fig. 4 Structure for rule-based fuzzy modeling in the gas furnace

그림 4에서 U는 입력 데이터로 가스 흐름율, Y는 출력 데이터로 연소된 이산화탄소 농도,  $Y_m$ 은 모델 출력력을 나타낸다. 가스로 시계열 입출력 데이터 296쌍을 사용하여 퍼지 추론에 의한 모델링을 한다. 이 퍼지 동정의 단계별 수행절차는 다음과 같다.

#### <단계 1>

이 단계에서는 전반부 구조 동정을 하게되며, 전반부 입력 변수로  $y(t-1) \sim y(t-3)$ ,  $u(t-1) \sim u(t-6)$ 의 9개의 입력을 고려한다. 입력 변수  $y(\cdot)$ 와  $u(\cdot)$ 가 서로 독립적이어서 각각의 입력 변수에 대한 입출력 관계로부터 전체 입출력 관계를 얻는다. 즉, 가스로 입출력  $y(t-1) \sim y(t-3)$ ,  $u(t-1) \sim u(t-6)$ ,  $y(t)$ 의 데이터 집합을 각 입력변수와 출력 변수의 관계 ( $u(\cdot), y(t)$ )와 ( $y(\cdot), y(t)$ )로 된 데이터 집합을 분할한다. 각 분할된 데이터 집합을 사용하여 2개의 클러스터 수로부터 하나씩 증가시키면서 클러스터링하고 퍼지분할 수 결정을 위해 평균 규범 S를 계산한다. 보다 적은 S값이 입출력 공간의 적절한 퍼지 분할수를 표시한다. 표 1은  $(u(t-4), y(t))$ ,  $(u(t-3), y(t))$ ,  $(y(t-1), y(t))$ 로 된 데이터 집합에서 클러스터링에 의한 각 분할수에서의 평균 규범을 나타낸다.

표 1에 나타난 데이터 집합이 동정에 사용시 가장 우수한 성능 특성을 나타낸다. 표 1에서  $(u(t-4), y(t))$ 와  $(y(t-1), y(t))$  데이터 집합에 대해 각 클러스터 수에 대한 퍼지 분할 평균규범 S를 보면  $(y(t-1), y(t))$ 는 클러스터 수가 2일때 S값이 가장 작았으나  $(u(t-4), y(t))$ 는 클러스터 수가 5 일때 S값이 가장 작다. 구조동정의 궁극적인 목적이 클러스터링 목적함

표 1. 각 데이터집합의 분할 수에서의 평가규범  
Table 1 Evaluation criterion in the partition number of each data set

Data set	Partition number					
	2	3	4	5	6	7
$((u(t-4), y(t)))$	0.118	0.124	0.118	0.102	0.149	0.141
$((u(t-3), y(t)))$	0.119	0.125	0.120	0.103	0.152	0.148
$((y(t-1), y(t)))$	0.112	0.114	0.123	0.114	0.148	0.148

수를 최소화시키는 것이 아니라 식 (12)로 정의된 실제 데이터 출력과 퍼지모델 출력사이의 오차를 최소화시키는 것이므로 가장 적은 S를 갖는 분할 수가 식 (12)의 PI를 최소화시킨다는 보장이 없다.

$$PI = (1/N) \cdot \sum_{k=1}^N (y(k) - y^o(k))^2 \quad (12)$$

여기서, N은 데이터 수,  $y(k)$ 는 실제 데이터 출력 값이고,  $y^o(k)$ 는 동정된 모델로부터 추론된 값이다. 따라서 적절한 퍼지 분할 수에 대한 몇개의 해를 얻는데 평가규범이 사용되므로  $(u(t-4), y(t))$ 의 가능한 분할 수로 클러스터 수 2, 3, 4, 5가 선정되고 퍼지 규칙 수의 최소화과 식(12)의 PI의 최소화를 고려하여 클러스터수를 최종 선정하므로 선정된 최종 분할수는  $(u(t-4), y(t))$ 는 2 혹은 3이며,  $(y(t-1), y(t))$ 의 경우는 2이다. 따라서 결정된 클러스터 수  $C_1$ 은 3 혹은 2이고,  $C_2$ 는 2이므로 입력변수  $(u(t-4), y(t))$ 의 멤버십함수 값이 계산되며,  $(u(t-4), y(t))$ ,  $(y(t-1), y(t))$ 의 2 차원 공간상의 멤버십함수들 각 입력변수 축인 1 차원 공간으로 사상시키며 그 사상된 멤버십함수 값이 그림 5 - 7에 보여진다. 그림 5와 6의 멤버십함수는 각각 Big, Small 과 Big, Medium, Small로 정의되며, 그림 7의 멤버십함수는 Small 과 Big으로 정의된다. 그림 5 - 7의 멤버십함수를 보면 FCM 클러스터링이 기하학적 거리에 의해 제한되어 물결 무늬가 존재하므로 이를 제거하기 위해 하드 클러스터링하여 멤버십함수들 삼각형 꼴로 근사 변환함으로써 파라미터 동정을 한다.

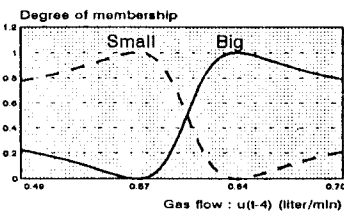


그림 5. 2개로 퍼지 분할된  $u(t-4)$ 의 멤버십 함수 값  
Fig. 5 Membership values of  $u(t-4)$  calculated by FCM clustering with  $c_1 = 2$

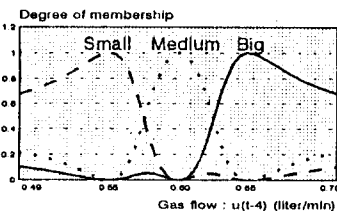


그림 6. 3개로 퍼지 분할된  $u(t-4)$ 의 멤버십 함수 값  
Fig. 6 Membership values of  $u(t-4)$  calculated by FCM clustering with  $c_1 = 3$

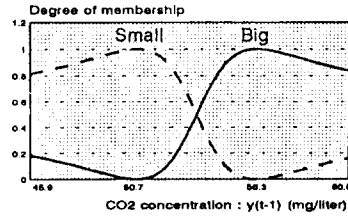


그림 7. 2개로 퍼지 분할된  $y(t-1)$ 의 멤버십 함수 값  
Fig. 7 Membership values of  $y(t-1)$  calculated by FCM clustering with  $c_2 = 2$

<단계 2>

전반부 멤버십함수의 파라미터를 결정하기 위해서 그림 2의 구조 a와 그림 3의 구조 b의 두 경우에서 식 (12)의 PI를 최소화시키는 파라미터를 자동동조 알고리즘에 의해 구한다. 그림 8의 (a),(c)는 입력변수  $u(t-4)$  (혹은  $u(t-3)$ )가 각각 2, 3개로 퍼지분할된 경우이고, (b),(d)는 입력변수  $y(t-1)$ 가 2개로 퍼지 분할된 경우로써 튜닝할 멤버십함수의 파라미터를 가지는 전반부 구조 a를 나타낸다. 그림 9는 입력변수  $u(t-4)$  (혹은  $u(t-3)$ ),  $y(t-1)$ 의 튜닝할 멤버십 함수의 파라미터를 가지는 전반부 구조 b를 나타낸다.

그림 8과 9에서 각각 (a),(b)가 입력 퍼지 변수의 멤버십함수로 작용할 때는 4개의 규칙 수를 가지고, (c),(d)가 입력 퍼지 변수의 멤버십함수로 작용할 때는 6개의 규칙 수를 가진다.

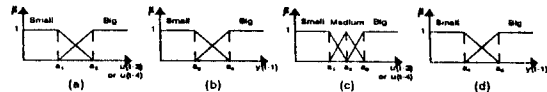


그림 8. 구조 a에서 동조할 파라미터를 가지는 입력 변수들의 멤버십 함수  
Fig. 8 Membership functions of input fuzzy variables with parameters to tune in the type a

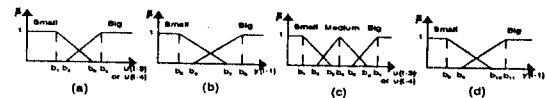


그림 9. 구조 b에서 동조할 파라미터를 가지는 입력 변수들의 멤버십 함수  
Fig. 9 Membership functions of input fuzzy variables with parameters to tune in the type b

각 멤버십 함수의 초기값은 클러스터 중심값 혹은 각 입력 데이터의 최대, 최소값을 사용한다.

<단계3>

후반부는 3가지 구조인 구조 1, 2, 3을 사용한다. 구조 1은 후반부가 단일의 상수항만 가지고, 구조 2는 후반부가 일차 선형식, 구조 3은 후반부가 변형된 일차선형식 형태를 가진다. 그리고 후반부 파라미터 동정으로 최대 피벗팅 알고리즘을 가지는 가우스 소거법에 의한 최소 자승법을 사용한다. 표 2는 각 후반부 구조 1, 2, 3과 전반부 구조 a, b로 구성된 각 모델에 대하여 퍼지 동정으로 얻어진 최적 구현규칙들의 성능지수를 나타낸다.

구조 1에서 최적 퍼지모델은 모델 4로 성능지수 0.134이고, 구조 2에서 최적 퍼지모델은 모델 8로 성능지수 0.098이

표 2. 각 모델에 대한 최적 성능지수

Table 2 Optimal performance index for each model

Model No.	S. of C.	S. of P.	In.variable	N.of R	PI
1	Type 1	Type a	$u(t-3), y(t-1)$	4	0.164
2	Type 1	Type b	$u(t-3), y(t-1)$	4	0.137
3	Type 1	Type a	$u(t-3), y(t-1)$	6	0.147
4	Type 1	Type b	$u(t-3), y(t-1)$	6	0.134
5	Type 2	Type a	$u(t-3), y(t-1)$	4	0.129
6	Type 2	Type b	$u(t-4), y(t-1)$	4	0.125
7	Type 2	Type a	$u(t-3), y(t-1)$	6	0.106
8	Type 2	Type b	$u(t-4), y(t-1)$	6	0.098
9	Type 3	Type a	$u(t-3), y(t-1)$	4	0.142
10	Type 3	Type b	$u(t-3), y(t-1)$	4	0.133
11	Type 3	Type a	$u(t-4), y(t-1)$	6	0.137
12	Type 3	Type b	$u(t-3), y(t-1)$	6	0.136

고, 구조 3에서 최적 퍼지모델은 모델 10으로 성능지수 0.133이다.

이상에서 구한 각 구조의 최적 퍼지 규칙중에서 가장 우수한 성능 특성은 후반부가 선형식인 구조 2인 경우인 표 2의 모델 8이다. 이 모델 8의 출력 데이터와 가스로의 실험 데이터의 비교는 그림 10과 같다. 표 2에서의 구조 1,2,3에서 각 규칙수가 4개 혹은 6개인 경우의 동정오차(혹은 성능지수)를 표 3에서 다른 퍼지 모델의 동정오차와 비교한다.

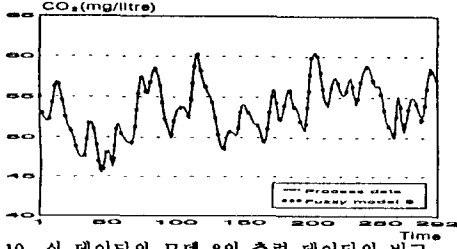


그림 10. 실험 데이터와 모델 8의 출력 데이터의 비교  
Fig. 10 Comparison of original data and output data for model 8

표 3. 다른 퍼지모델링 방법과 동정오차 비교

Table 3 Comparison of identification error with other fuzzy modeling methods

Model name	M.S.E.	Number of rules
Tong's model[7]	0.469	19
Pedrycz's model[2]	0.776	20
Xu's model[5]	0.328	25
Sugeno's model[8]	0.355	6
Our model	Type 1 (Model 2)	0.137
	Type 1 (Model 4)	0.134
	Type 2 (Model 6)	0.125
	Type 2 (Model 8)	0.098
	Type 3 (model 10)	0.133
Type 3 (Model 12)	0.136	6

N-2. 하수처리공정의 경우

하수처리시스템의 개요도는 그림 11과 같다.

본 논문에서 수도권 하수처리장 중의 하나를 모델로 선정하여 이 처리장의 1년치 수질 데이터를 토대로 활성오니공정용 II, III절에서 제안한 퍼지 추론에 의해 규칙베이스 퍼지 모델링 한다. 이 활성오니공정의 동일한 입력력 데이터를 이용하여 기존의 방법에 의한 퍼지모델링 [14]과 성능을 비교한다.

활성오니공정에서 규칙베이스 퍼지 모델링을 위한 구조는 그림 12와 같다.

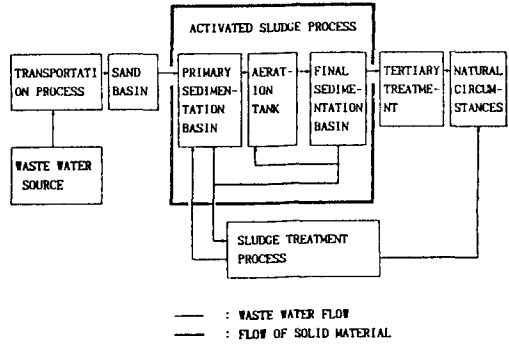


그림 11. 하수처리시스템의 개요도

Fig. 11 Configuration of sewage treatment system

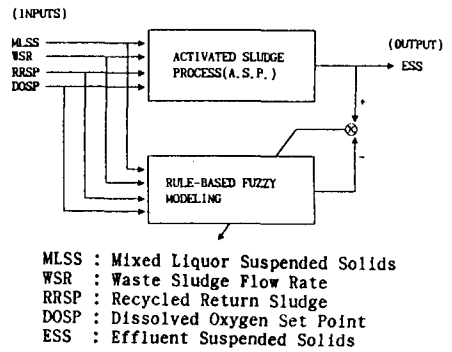


그림 12. 활성오니공정에서 규칙베이스 퍼지모델링을 위한 구조  
Fig. 12 Structure for rule-based fuzzy modeling in the A.S.P

활성오니공정 입력력 데이터 52쌍을 사용하여 퍼지 추론에 의한 모델링을 한다. 퍼지모델의 전반부 구조동정은 전반부 파라미터 동정은 그림 2와 3에서 표시한 구조 a와 구조 b의 방법을 사용한다. 후반부 동정도 구조동정 및 파라미터 동정으로 구분된다. 후반부 구조로는 구조 2를 사용한다. 제안한 퍼지 동정 절차는 다음과 같다.

전체 입력변수 MLSS, WSR, RRSP, DOSP의 각 변수와 출력 변수 ESS에 대해 퍼지 클러스터링에 의한 평가규범은 표 4와 같다. 이들 입력변수 4개로부터 PI(동정오차)와 퍼지 규칙수의 최소화를 고려하여 입력변수는 3개로하고 각 입력변수와 출력변수의 데이터 쌍에 의한 퍼지 분할수는 2개 즉 "Big"과 "Small"로 한다. 2차원 공간상의 멤버십함수를 각 입력변수축인 1차원 공간으로 사상 시킨다. 동정을 완료했을 때, 후반부 구조 2의 최적모델의 퍼지규칙을 구할 수 있다. 그림 13과 14는 각각 전반부 구조 a와 b에서의 입력변수의 멤버십 함수를 나타내고, 표 6은 후반부 구조 2에서 최적 퍼지 규칙의 동정된 전반부 파라미터를 나타낸다. 같은 방법으로 후반부 파라미터를 구할 수 있다. 그림 15는 퍼지 모델링의 동정오차(성능지수)가 동조 알고리즘에 의한 최적값으로의 수렴되는 과정을 나타내고, 표 5는 이들 최적값에 의한 각 모델에 의한 동정오차를 나타낸다.

구조 2에서 추출된 최적 퍼지규칙으로 이들의 동정오차(성능지수)와 기존의 퍼지모델의 동정오차와 비교하면 표 7과 같다.

표 4. 각 데이터의 퍼지 분할수에서의 평가규범  
Table 4 Evaluation criterion in the partition number of each data set

Data set	Partition number			
	2	3	4	5
(MLSS, ESS)	0.116	0.151	0.252	0.375
(WSR, ESS)	0.121	0.266	0.223	0.319
(RRSP, ESS)	0.120	0.140	0.186	0.392
(DOSP, ESS)	0.145	0.213	0.242	0.248

표 5. 각 모델의 성능지수  
Table 5 Performance index of each model

Model No.	Input variable	Type a	Type b
Model 1	MLSS_WSR_RRSP	2.65	*1.40
Model 2	MLSS_WSR_DOSP	*1.34	1.85
Model 3	MLSS_RRSP_DOSP	1.78	2.26
Model 4	WSR_RRSP_DOSP	2.29	2.01

\*Optimal Model

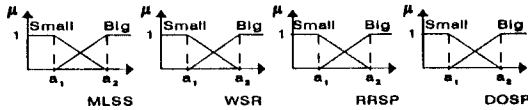


그림 13. 구조 a에서 입력변수의 멤버쉽함수  
Fig. 13 Membership functions of input variables in the type a

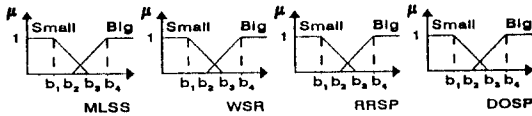


그림 14. 구조 b에서 입력변수의 멤버쉽함수  
Fig. 14 Membership functions of input variables in the type b

표 6. 최적퍼지 규칙의 전방부 동정 파라미터  
Table 6 Identified premise parameters for optimal fuzzy rules

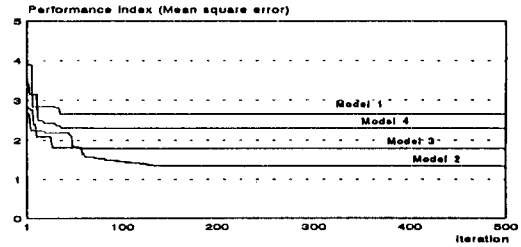
	Type a		Type b			
	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
MLSS	1734.43	2239.77	1554.07	1909.86	2747.18	2336.73
WSR	0.39	1.76	0.47	0.22	2.25	2.32
RRSP			30.15	25.26	30.92	36.74
DOSP	3.76	7.49				

본 논문에서 제안한 퍼지추론에 의한 규칙베이스 퍼지 모델링이 기존의 퍼지 모델링 방법보다 우수함을 보인다.

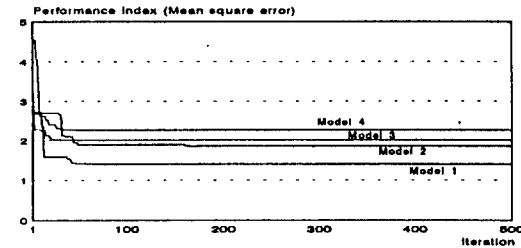
## V. 결론

본 논문에서 간략추론(구조 1), 선형추론(구조 2)과 변형 선형추론(구조 3)의 세 가지 퍼지추론방식으로 구조동정에 퍼지 클러스터링 방법과 파라미터 동정에 제안된 자동동조 알고리즘인 수정된 콤플렉스법을 사용함으로써 효율적인 퍼지 규칙의 동정기법을 제시하였다. 가스로 공정에서 각 퍼지추론에 의한 모델링의 동정오차는 구조 1에서 0.134, 구조 2에서 0.098, 구조 3에서 0.133으로 기존의 퍼지 모델링의 동정오차 0.355(규칙수:6)보다 성능이 우수함을 보였다. 또한 하수처리 공정의 선형추론에 의한 퍼지 모델링의 동정오차는 1.34로 기존의 퍼지 모델링의 동정오차 5.21보다 1/4 정도 작았다. 가스로 공정 시계열 입력력 데이터 및 하수처리공정 데이터를 사용하여 제안된 퍼지 모델링 방법이 기존의 모델링 방법과 비교하

여 성능이 우수하며 더 적은 규칙수로 최적 구현규칙을 얻을 수 있었다.



(a) Type a



(b) Type b

그림 15. 각 퍼지모델 성능지수의 최적값으로의 수렴과정  
Fig. 15 Convergence procedure to optimal values of performance index for each fuzzy model

표 7. 기존의 퍼지모델링 방법과 동정오차 비교  
Table 7 Comparison of identification error with conventional fuzzy modeling methods

Model name	M.S.E.	Number of rules
Conventional model[14]	5.21	8
Our model	Model 2(Type a)	1.34
	Model 1(Type b)	1.40

## 參考文獻

- [1] R. M. Tong, "Synthesis of fuzzy models for industrial processes", Int. J. Gen. Syst., Vol.4, pp.143-162, 1978.
- [2] W. Pedrycz, "An identification algorithm in fuzzy relational system", Fuzzy Sets Syst., Vol.13, pp.153-167, 1984.
- [3] W. Pedrycz, "Numerical and application aspects of fuzzy relational equations", Fuzzy Sets Syst., Vol.11, pp.1-18, 1983.
- [4] E. Czogala and W. Pedrycz, "On identification in fuzzy systems and its applications in control problems", Fuzzy Sets Syst., Vol.6, pp.73-83, 1981.
- [5] C. W. Xu, and Y. Zailu, "Fuzzy model identification self-learning for dynamic system", IEEE Trans. on Syst. Man, Cybern., Vol.SMC-17, No.4, pp.683-689, 1987.
- [6] C. W. Xu, "Fuzzy systems identification", IEE Proceeding Vol.126, No.4, pp.146-150, 1989.
- [7] R. M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data", Fuzzy Sets Syst., Vol.13, pp.1-12, 1980.