

정현파 추적 성능을 개선한 필터뱅크형 적응 노치 필터

윤형식* 임재환* 최재승* 박상희*
* 연세대학교

Filter Bank Based Adaptive Notch Filter with an Improved Performance for Tracking Center Frequency

Hyong-Sig Youn Jae-Whoan Lim Jae-Seung Choi Sang-Hui Park

Abstract

A new filter-bank is proposed in order to track center frequency of narrow band signal. The filter-bank proposed here has a master and a slave filter bank. The two banks are connected in series-parallel. The master filter bank which is made of traditional filter bank detects the center frequency roughly. And the performance for tracking center frequency is greatly improved by the slave filter bank which is based on energy-difference estimator. Computer simulations show that it achieves a good tracking accuracy.

1. 서론

신호의 중심주파수가 시간에 따라 변하는 신호를 추적하는 필터는 레이다, 통신, 제어, 의학학 등의 여러 분야에서 신호 대 잡음비를 개선하거나 피사체의 운동 벡터를 해석하는데 쓰인다. 시간에 따라 변하는 신호의 중심주파수를 분석하는 경우 일반적인 Fourier 해석법이나 선형 예측(Linear Prediction) 방법은 적용이 불가능 하며, Widrow등[1]이 제안한 적응 신호처리 방법이나, 시계열 신호를 시간-주파수 평면(time-frequency plane)으로 표현하는 필터뱅크 방식[2-4]이 전통적으로 많이 사용되었다. 필터뱅크 방식의 장점으로는 계산방법 및 구조가 간단하여 실시간 구현이 가능하고, 관심 대역의 주파수 분해능을 중점적으로 분석할 수 있다는 것이다. 이러한 장점에도 불구하고, 시간 분해능을 높이면 주파수 분해능이 떨어지고 주파수 분해능을 높이면 시간 분해능이 떨어지며, 임의로 작은 시간 분해능이나 주파수 분해능을 취할 수 없다는 단점이 있다. [5-7]

Kleinman은 적응 노치 필터링 하고자 하는 신호의 중심주파수가 존재하는 범위를 알고 있는 경우, 두개의 노치 필터를 저주파 대역과 고주파 대역으로 분할하여 각 필터의 출력 신호를 비교한 후, 필터 가중치의 합이 1이 되도록 정규화(normalize)하고 가중된 신호를 합하여 사용하는 적응 노치 필터를 제안하였다. [8]

본 연구에서는 잡음에 섞인 정현파 또는 중심 주파수는 시간에 따라 변하나 스펙트럼의 형태와 주파수 대역폭은 변하지 않는 신호를 적응 필터링 하고자할 경우, 필터뱅크의 출력 스펙트럼을 구하여[2,3] 분석하고자 하는 신호의 중심주파수 대역을 추적한다. 이때 발생한 추적오차를 개선하기 위하여 Kleinman이 제안한 두 대역 적응 노치 필터의 가중치를 오차

범위로 재정규화(renormalize)하여, 필터의 차수를 늘이지 않고 중심주파수 추적 성능을 개선한 새로운 형태의 필터뱅크를 제안한다.

2. 제안한 주종 필터뱅크

필터뱅크는 입력 신호를 주파수 대역별로 분할하여 출력하며[2,3], 필터뱅크의 출력 신호의 스펙트럼을 비교하면 분석하고자 하는 입력 신호의 중심주파수를 간편히 파악할 수 있다. 그러나 추적하고자 하는 신호의 중심주파수는 대역폭과 필터의 주파수 분해능(frequency resolution) 만큼의 오차가 생긴다. 입력신호의 중심 주파수는 이 오차 대역폭 안에 존재하므로 중심 주파수 추적 성능을 높이기 위하여 오차 대역을 저주파 대역과 고주파 대역으로 분할하여 입력 신호를 노치 필터링 한다. 두 대역 필터 출력의 에너지를 비교하면 분석하고자 하는 신호의 추적 정확도를 향상시킬 수 있다.

2.1 주도 필터뱅크

푸리에 변환(Short Time Fourier Transform)은 관심 주파수 대역에 대역 통과 필터들을 나열한 필터뱅크의 형태를 갖게되며, 이 방식에 따라서 주도 필터뱅크를 설계한다. 주도 필터뱅크 설계에 이용된 대역통과 필터는 4차의 Butterworth IIR 대역통과 필터를 사용하였으며, 0.5 ~ 3.0[rad/sec]구간의 필터뱅크의 분해능을 0.5[rad/sec]로 두었다. 입력 신호의 스펙트럼 포락선을 구하기 위하여, 각 대역통과 필터들의 출력을 지승하여 이동 평균(moving average)을 취하였다.

2.2 종속 필터뱅크

분석하고자 하는 신호의 중심 주파수를 ω_c 라 하면 주도 필터뱅크로 추적한 중심 주파수는 그림 1 및 식 (1)에 나타난 것과 같이 대역통과 필터의 주파수 분해능 만큼의 오차 $\Delta\omega$ 를 갖는다.

$$\hat{\omega}_c = \omega_c + \Delta\omega \quad (1)$$

여기서

ω_c : 신호의 중심 주파수

$\hat{\omega}_c$: 주도 필터뱅크로 추적한 중심 주파수

$\Delta\omega$: 주도 필터뱅크의 주파수 추적오차

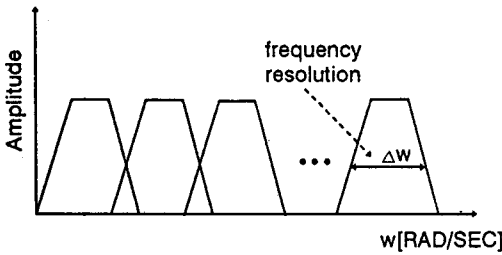


그림 1 필터뱅크의 주파수 분해능
Fig.1 The frequency resolution of filter banks

추적 오차 $\Delta\omega$ 를 줄이려면 대역폭과 필터의 주파수 분해능을 작게 두어야 하나, 불행히도 이를 임의로 작게 들 수는 없다. [5-7] 일반적으로 푸리에 변환시 시간 및 주파수 분해능은 식(2)와 같으며, 주파수 분해능을 개선하면 시간 분해능이 떨어지고, 시간 분해능을 개선하면 그 반대의 역효과가 난다.

$$F = f_s / K \quad (2)$$

여기서,

F : 주파수 분해능

f_s : 샘플 주파수

K : 필터 길이

필터 길이를 늘이지 않고 주파수 분해능을 개선하기 위하여, Kleinman의 적응 노치 필터를 분석해보면, 저주파 대역과 고주파 대역에 두개의 노치 필터를 사용하여 출력 신호의 가중합을 사용함으로써 입력 신호를 적응 노치 필터링 하는 구조임을 알 수 있다. [8]

$$Z_i = Z_{ll} * L + Z_{hh} * (1-L) \quad (3)$$

여기서

Z_i : 적응 노치 필터의 출력 신호

Z_{ll} : 저주파 대역 노치 필터의 출력 신호

Z_{hh} : 고주파 대역 노치 필터의 출력 신호

L : 가중치

가중치를 결정하기 위하여 $|Z_{ll}|$ 과 $|Z_{hh}|$ 의 크기를 비교하여, 먼저 사각파 p 를 결정하고 가중치는 사각파를 저역 통과 필터링 시킴으로써 얻는다. [8]

$$p = \begin{cases} 1 & \text{if } |Z_{hh}| \geq |Z_{ll}| \\ 0 & \text{if } |Z_{hh}| < |Z_{ll}| \end{cases} \quad (4)$$

만약 적응 노치 필터의 출력값이 저주파 대역과 고주파 대역 사이에 존재하는 신호의 중심 주파수를 적절히 필터링 하였다면, 역으로 가중치를 추적오차 대역으로 재정규화 시켜서 분석하고자 하는 신호의 중심주파수에 대한 추적 정확도를 향상시킬 수 있다. 저주파 대역의 노치 주파수(notch frequency)를 식(5)와 같이 정의하면,

$$\omega_{cl} = \omega_c - 0.5 * \Delta\omega \quad (5)$$

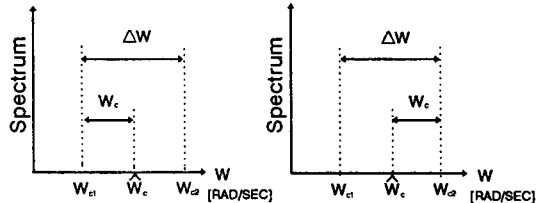
여기서,

ω_c : 주도 필터뱅크로 추적한 대역폭과 필터의 중심주파수

고주파 대역의 노치 주파수는 식(6)과 같다.

$$\omega_{ch} = \omega_c + 0.5 * \Delta\omega \quad (6)$$

주도 필터뱅크의 출력값을 비교하면 입력 신호의 중심 주파수가 그림 2와 같이 저주파 대역과 고주파 대역 사이에 있는 것을 추정할 수 있다.



(a) 중심 주파수가 저주파 대역에 있을 경우

(b) 중심 주파수가 고주파 대역에 있을 경우

그림 2 주도 필터뱅크로 추적한 입력 신호의 중심 주파수

Fig.2 Tracking center frequency of input signal using master filter banks

그림 2-(a)와 같이 입력 신호의 중심 주파수가 저주파 대역에 있을 경우 고주파 대역의 출력 에너지 Z_{fh} 가 저주파 대역의 출력 에너지 Z_{fl} 보다 크다.

$$Z_{fh} - Z_{fl} < 0 \quad (7)$$

반대로 그림 2-(b)와 같이 입력 신호의 중심 주파수가 고주파 대역에 있을 경우 고주파 대역의 에너지 Z_{fh} 가 저주파 대역의 에너지 Z_{fl} 보다 작다.

$$Z_{fh} - Z_{fl} > 0 \quad (8)$$

그림 2의 (a)와 (b)의 어떤 경우이나, 추적하고자 하는 신호가 양극단에 치우칠수록 식 (7)이나 (8)의 값은 커진다. 따라서 이 값을 구하면 추적하고자 하는 신호의 중심 주파수를 추적할 수 있다.

먼저 두 대역 노치 필터 출력 신호의 시간에 따른 에너지 차이를 식(9)와 같이 정의한다.

$$x(t) = Z_{fh} - Z_{fl} \quad (9)$$

만약 차 에너지 $x(t)$ 가 임의의 구간에서 에르고딕(ergodic)하다면 $x(t)$ 의 확률 분포는 시간평균(time average)을 취하여 추정할 수 있다. 그림 3에 나타난 바와같이 차 에너지 $x(t)$ 가 기준점 영보다 작은 구간에 대하여 새로운 함수 $y(t)$ 를 정의 하면,

$$y(t) = \begin{cases} 1 & x(t) \leq 0 \\ 0 & x(t) > 0 \end{cases} \quad (10)$$

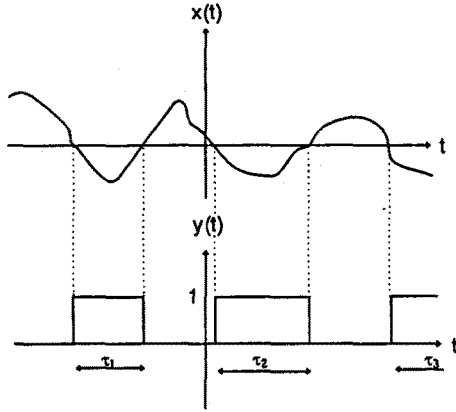


그림 3 차 에너지의 확률분포
Fig.3 Probability distribution of subtracted energy

$x(t)$ 가 0보다 작은 확률 분포는 식 (11)과 같으므로[9],

$$F(x) = E[y(t)] \quad (11)$$

여기서,

$F(x)$: $x(t) \leq 0$ 인 확률 분포

$E[y(t)]$: $y(t)$ 의 평균

차 에너지 $x(t)$ 의 크기가 영보다 작은 시간 구간(time length)을 τ_i 라 하면, 차 에너지의 확률분포는 식(12)와 같이 추정한다. [9]

$$F(x) = \frac{1}{2T} \sum_{i=1}^n \tau_i \quad 0 \leq F(x) \leq 1 \quad (12)$$

따라서 새로운 값 $M(t)$ 를 정의하면,

$$M(t) = 1 - F(x) \quad 0 \leq M(t) \leq 1 \quad (13)$$

분할 대역상에 존재하는 신호의 중심 주파수는 $M(t)$ 에 비례하고 입자 필터뱅크의 추적 오차는 작은 값이므로 오차 대역 사이에 존재하는 중심 주파수의 상대적 크기를 식(15)와 같이 재정규화(renormalize)하여 추정한다.

$$E(\omega_c) = M(t) * \Delta\omega \quad (14)$$

여기서

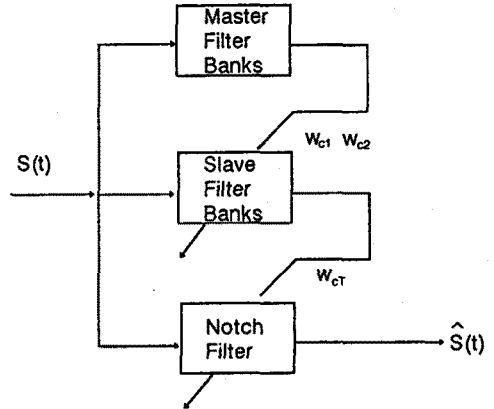
$E(\omega_c)$: 추정된 중심 주파수의 상대적 크기

따라서 구하고자 하는 신호의 중심 주파수는 식(16)과 같다.

$$\omega_c T = \omega_{c1} + E(\omega_c) \quad (15)$$

3. 적응 노치필터의 구성

주도 필터 뱅크에서 중심 주파수가 존재하는 범위, 즉 저 주파 대역 주파수와 고주파 대역 주파수를 추정하고, 종속 필터 뱅크에서 오차 대역 사이에 존재하는 중심 주파수를 추적한다. 추적된 중심 주파수 값으로 노치 필터의 중심 주파수를 조정하여 입력 신호를 필터링 하도록 그림 4와 같이 적응 노치 필터를 구성한다.



$S(t)$: 입력 신호

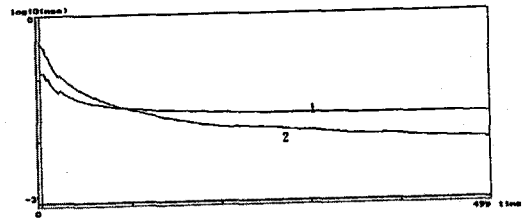
$\hat{S}(t)$: 노치 필터의 출력 신호

그림 4 적응 노치 필터

Fig. 4 Adaptive notch filter

4. 실험 및 결과 고찰

구성한 필터 뱅크형 적응 노치 필터의 성능을 검증하기 위하여 백색 잡음이 포함된 정현파를 입력시킨 후, 입력 신호의 중심 주파수를 추적하고 제거하는 실험을 수행하였다. 그림 5에 정현파의 중심 주파수가 2.4[RAD/SEC]이며 신호대 잡음비가 13.8[db]인 경우, 기존의 필터 뱅크 방식과 제안한 필터 뱅크형 적응 노치 필터 방식의 중심 주파수 추적 오차를 평균 자승 오차(MSE : mean square error)로 나타 내었으며, 그림 6에 추적 오차의 절대값을 나타내었다. 실험 결과 중심 주파수를 추적하는 속도는 떨어지지않고 추적 정확도는 현저히 개선됨을 알 수 있다.



1. 주도 필터 뱅크 2. 주종 피터 뱅크

그림 5 평균 자승 오차

Fig. 5 A simulation result of mean square error

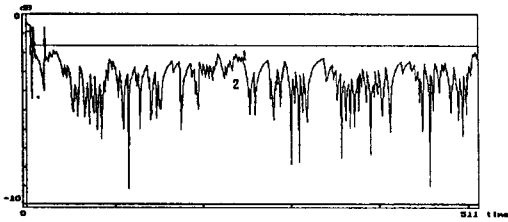
주도 필터뱅크에 비하여 제안한 방식의 추적 성능 개선 정도를 정량적으로 표현하기 위하여 식 (16)과 같은 개선 지표를 사용하였다.

$$ERI = 10 \text{ Log}(c1/n1) \quad (16)$$

여기서

c1 : 주도 필터뱅크의 평균 자승 오차

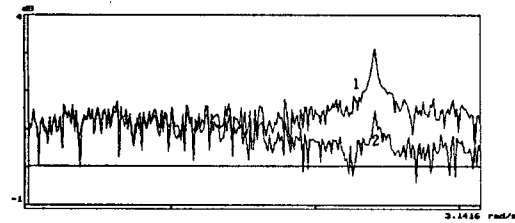
n1 : 주종 필터뱅크의 평균 자승 오차



1. 주도 필터뱅크 2. 주종 필터뱅크

그림 6 중심 주파수 추적 결과

Fig. 6 A simulation result of tracking center frequency



1. 입력 신호 2. 출력 신호

그림 7 적응 노치 필터 실험 결과

Fig. 7 A simulation result of adaptive notch filtering

표 1 중심 주파수 추적 실험

Tab.1 Simulation results of tracking center frequency

신호 대 잡음비 [dB]	c1 [RAD/SEC]	n1 [RAD/SEC]	ERI [dB]
42	0.0225	0.0028	9.0
36	0.0225	0.0031	8.6
30	0.0225	0.0046	6.9
13.8	0.0225	0.0042	7.3
10.84	0.0234	0.0048	6.9
7.31	0.0240	0.0142	2.3
5.73	0.0276	0.0219	1.0
4.82	0.0289	0.0282	0.1

그림 7에는 필터뱅크형 적응 노치 필터에 입력된 신호와 중심 주파수가 제거된 출력 신호를 나타 내었으며, 제거하고자 하는 신호를 적절히 제거하였음을 알 수 있다.

표 1에 신호 대 잡음비를 여러가지로 바꾸어 가며 실험을 수행한 결과를 나타내었으며, 10[dB]까지 신호대 잡음비를 낮추어도 추적 성능을 7[dB] 정도 개선할 수 있었다.

5. 결론

필터뱅크를 사용하여 정현파를 추적하는 경우 추적 정확도는 대역 통과 필터의 주파수 분해능 만큼의 추적오차를 갖는다. 불행히도 필터뱅크의 주파수 분해능은 임의로 작은값을 가질 수 없으며, 이를 개선하면 시간 분해능이 떨어진다. 따라서 시간 분해능을 떨어트리지 않고 주파수 추적 정확도를 개선하기 위하여, Kleinman이 사용한 두 대역 적응 노치 필터 사이의 차 에너지를 추정하는 알고리즘을 유도하였으며, 이 값을 추적 오차 대역으로 재정규화시켜서 오차 대역 사이에 존재하는 중심 주파수를 추정하였다. 실험 결과 신호 대 잡음비가 10[dB] 이상이면 향상된 추적 성능을 확보할 수 있음을 확인하였다. 추후 분할대역의 고주파 대역 주파수 추정 정확도를 개선하는 연구와 더불어 안정도 분석 및 응용 연구를 수행하도록 한다.

6. 참고 문헌

- 1) B. Widrow et al., "Adaptive noise cancellation : Principles and Application," Proc. IEEE, pp. 1691-1717, December 1975.
- 2) L. R. Rabiner and R. W. Schaffer, "Digital Processing of Speech Signals" Prentice hall pp.250~354, 1978
- 3) P. M. Grant, C. F. N. Cowan, B. Mulgrew, J. H. Dripps, "Analogue and Digital Signal Processing and Coding", Chartwell-Bratt Ltd. pp.247~270, 1989.
- 4) M. Padmanabhan, K. Martin, "Resonator-Based Filter-Bank for Frequency-Domain Applications", IEEE Trans. on Circuits and Syst., vol.38, NO.10, October 1991.
- 5) F. Hlawatsch, G. F. Boudreaux-Bartels, "Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations", IEEE SP Magazine pp.21~67, April 1992.
- 6) M. Vetterli, C. Herley, "Wavelets and Filter Banks: Theory and Design", IEEE Trans. on Signal Processing, vol.40, NO.9, September 1992.
- 7) I. Doubechics, "The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis", IEEE Tras. on Infor. Theo., vol.36, NO.5, September 1990.
- 8) D. L. Kleinman, "Adaptive Filters for Sensor Signal Smoothing", System Control Inc., July 1973.
- 9) A. Papoulis, "Probability Random Variables, and Stochastic Process", McGraw-Hill Book Co., pp.438~455, 1991.