

뉴럴 네트워크를 사용한 시스템 식별

°박 성 욱, 서 보 혁
 구미 전문대학 경북 대학교

System Identification Using Neural Networks

Seong-Wook, Park Bo-Hyeok, Suh
 Kumi Junior Collage Dept. of Electric Eng. Kyungpook University

ABSTRACT

Multi-layered neural networks offer an exciting alternative for modelling complex non-linear systems. This paper investigates the identification of continuous time nonlinear system using neural networks with a single hidden layer. The digital low-pass filter are introduced to avoid direct approximation of system derivatives from sampled data. Using a pre-designed digital low pass filter, an approximated discrete-time estimation model is constructed easily. A continuous approximation liner model is first estimated from sampled input-out signals. Then the modeling error due to the nonlinearity is decreased by a compensator using neural network. Simulation results are given to demonstrate the effective of the proposed method.

1. 서 론

동적 시스템을 식별하는데 있어서 이산 모델로 하여 시스템을 해석하는 방법과 연속 시간 모델로하여 시스템을 해석하고 설계하는 방법이 있다. 이산 모델 방법은 수식의 전개가 간단하고 디지털 컴퓨터로 쉽게 도구화 할 수 있어 현재 널리 쓰이고 있는 반면에 연속 시간 모델은 공학과 자연 과학 측면에서 자연계 현상을 그대로 미분 방정식의 형태로 표현되므로 해석 가능하다. 디지털 컴퓨터를 사용하여 연속 시간 시스템의 파라미터를 추정하는 기법은 관심을 불러 일으킨다. 대부분의 자연 현상은 비 선형을 포함하는 연속 시스템으로 간주 할 수 있다. 인공 신경회로망을 이용하여 비 선형 시스템을 식별하는 방법은 90년대에 시스템 공학에 적용되어 실용화 단계에 있다⁽¹⁾. NARMAX(Non Linear Autoregressive Moving Average with exogenous input) 모델에 신경 회로망을 적용화 하였다⁽²⁾. 비 선형을 효과적으로 해석하는 기법은 아직 정립이되어 있지 않고 특별한 경우로서 적용하여 다룬다.

본 논문에서는 비 선형을 포함하는 연속 시스템을 우선 선형화 한 다음에 비 선형에 의한 모델링 에러를 뉴럴 네트워크를 사용하여 보상한다.

2. 문제의 정의

비 선형 시스템이 아래와 같이 표현되면

$$S(x^{(n)}, \dots, x', x, u^{(n-1)}, \dots, u', u) = 0 \quad (1)$$

선형 부분과 비 선형 부분의 항으로 나타내어 진다

$$\begin{aligned} A(p)x(t) &= B(p)u(t) + C(p) \\ A(p) &= a_0p^n + a_1p^{(n-1)} + \dots + a_n a_0 = 1, \\ B(p) &= b_1p^n + \dots + b_n \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 p는 미분 연산자, u(t)는 입력, x(t)는 출력이고 시스템의 차수 n은 알려져 있고 C(·)는 미지변수 u(t), x(t)와 그것의 미분항으로 구성된 비선형 함수이다.

우리의 목적은 선형화 모델을 기반으로한 비 선형 뉴럴

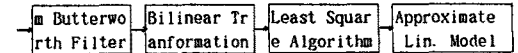
네트워크를 보상을 구성하는 것이다. 연속 시스템의 선형화 모델을 얻기 위해 입력과 출력 신호를 샘플링하여 시스템 파라미터를 추정한다. 실제로 샘플링 된 출력값은 관측 잡음이 포함되어 있다.

$$y(k) = x(k) + v(k) \quad (3)$$

k는 샘플링 시각을 나타내고 (k=0, ..., N), T는 샘플링 주기이다. v(k)는 관측 잡음을 가르킨다.

3. 선형화 모델의 식별

연속 시간 모델의 식별에서 단점은 임, 출력 신호의 미분치가 직접 측정이 되지않고 잡음의 영향이 미분치에 나타난다는 점이다. 이러한 단점을 디지털 low-pass필터를 사용하여 제거하고 시스템을 식별하면 된다.



3-1. 근사화된 이산 추정 모델⁽³⁾

사전에 설계된 필터에 의해 근사화된 이산 모델의 파라미터를 추정한다. 아날로그 연속 필터중에서 가장 널리 쓰이는 필터중의 하나인 Butterworth 필터를 선정하여 시스템을 필터링한 다음에 Bilinear 변환함으로써 IIR필터를 얻는다. 본 논문에서는 m차(m ≥ n) Butterworth 필터 F1(p)를 사용하였다.

$$|F_1(w)|^2 = F_0(p)F_0(p) |_{p=jw} = \frac{1}{1 + (w/w_c)^{2m}} \quad (4)$$

여기서 wc는 차단 주파수로 아래의 조건을 만족한다.

$$|F_1(w)|^2 \leq \frac{1}{2}, \quad |w| \geq w_c$$

필터의 극은 $1 + (-jp/w_c)^{2m} = 0$ 이고 $w = p/j = -jp$ 을 대입하여 얻을 수 있다. 단위 원내의 근의 위치는

$$\lambda_i = e^{j\theta_i}, \quad \theta_i = \frac{\pi}{2} (1 + \frac{2i-1}{m}) \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

에 놓여있고 좌반구 평면에 위치한 근은 아래의 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} F_1(p) &= \prod_{i=1}^m \frac{1}{(p/w_c - \lambda_i)} \\ &= \frac{1}{(p/w_c)^m + c_1(p/w_c)^{m-1} + c_2 \dots + c_m} \end{aligned} \quad (5)$$

(1)식 양쪽에 사전에 설계된 필터 F1(p)를 곱하면

$$F_1(p)p^n x(t) + \sum_{i=1}^m a_i F_1(p)^{n-i} = \sum_{i=1}^m b_i F_1(p)^{n-i} u(t) \quad (6)$$

위와 같이 되고 Bilinear 변환하여 디지털화로 하면 아래 식이 된다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \alpha_i x(k) + \sum_{i=1}^m a_i z^{-i} x(k) &= \sum_{i=1}^m b_i u(k) \\ \sum_{i=1}^m \alpha_i x(k) &= Q_1(z^{-1}) \left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i (1-Z^{-1})^{n-i} x(k) \\ \sum_{i=1}^m \alpha_i u(k) &= Q_1(z^{-1}) \left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i (1-Z^{-1})^{n-i} u(k) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $i = 0, 1, 2, \dots, n$ 이다.
여기서

$$Q_i(z^{-1}) = \frac{\left(\frac{T}{2}\right)^{m-n}(1+z^{-1})^{m-n}}{\left(\frac{1-z^{-1}}{w_c}\right)^m + \sum_{i=1}^m c_i \left(\frac{1-z^{-1}}{w_c}\right)^{m-i} \left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i}$$

이고 (7)식을 (3)식에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \xi_{wy}(k) + \sum_{i=1}^n a_i \xi_{wy}(k) &= \sum_{i=1}^n b_i \xi_{wv}(k) \\ \xi_{wy}(k) &= Q_i(z^{-1}) \left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i (1-Z^{-1})^{n-i} x(k) \quad (8) \\ \xi_{wv}(k) &= Q_i(z^{-1}) \left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i (1-Z^{-1})^{n-i} v(k) \end{aligned}$$

여기서 $i = 0, 1, 2, \dots, n$ 이다.

3-2 시스템 식별 알고리즘⁽²⁾

필터가 설계된 다음에 (8)식의 근사화된 이산 모델 추정
을 한다.

$$\begin{aligned} \xi_{wy}(k) &= Z^T(k) \theta + \sum_{i=0}^n a_i \xi_{wv}(k) \\ Z^T &= [-\xi_{wy}(k), \dots, -\xi_{wy}(k), \xi_{wv}(k), \dots, \xi_{wv}(k)] \quad (9) \\ \theta^T &= [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n] \end{aligned}$$

$\xi_{wy}(k) = \xi_{wy}(k), \xi_{wv}(k) = \xi_{wv}(k), \xi_{wv}(k) = \xi_{wv}(k)$
이고 입력신호의 크기가 크다면 연속 시스템의 파라미터를
Least Square 방법으로 추정할 수 있다. (1)식을 Bilinear로
변환하여 근사화된 이산 모델로 나타내면 아래와 같다.

$$x(k) = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{b}_i \left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i (1-z^{-1})^{n-i}}{\sum_{i=0}^n \hat{a}_i \left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i (1-z^{-1})^{n-i}} u(k) \quad (10)$$

여기서 a_i, b_i 는 추정된 파라미터 값이다. 근사화 이산 모
델로부터 $x(k)$ 를 반복적으로 얻는 방법은 연속 모델로 부
터 추정된 출력보다 매우 편리하여 온-라인하는 경우에 적
용된다. 반복적인 추정 알고리즘은 아래 형태(Soderstrom
et al, 1978)의 LS기법을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + L(k)\varepsilon(k) \\ \varepsilon(k) &= \xi_{wy}(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \\ L(k) &= \frac{p(k-1)\psi(k)}{\rho(k) + \phi^T(k-1)\psi(k)} \quad (11) \\ p(k) &= \frac{1}{\rho(k)} [p(k-1) - \frac{p(k-1)\psi(k)\phi^T(k-1)p(k-1)}{\rho(k) + \phi^T(k-1)\psi(k)}] \\ \rho(k) &= (1 - 0.01)\rho(k-1) + 0.001, \quad \rho(0) = 0.95 \end{aligned}$$

여기서 $\phi(k) = Z(k), \psi(k) = Z(k)$ 이고 $\rho(k)$ 는 forgetting
factor이다.

4. 뉴럴 네트워크를 사용한 보상기

비 선형을 포함한 동적 시스템이 근사화 선형 모델로 표
현될 때, 비 선형에 의한 모델링 에러가 생긴다. 이 에러
를 뉴럴 네트워크를 사용하여 모델링 에러를 보상하여 동
적 시스템과 선형화 모델의 출력을 오차를 줄인다. (1)식
을 이산 시스템으로 표현하면

$$x(k) = \phi(x(k-1), \dots, x(k-n), u(k-1), \dots, u(k-n)) \quad (12)$$

위와 같고 선형화된 모델은 아래와 같다면

$$x(k) = \phi(x(k-1), \dots, x(k-n), u(k-1), \dots, u(k-n)) \quad (13)$$

모델링 에러는

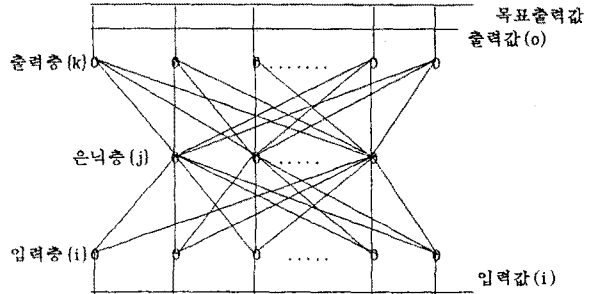
$$\begin{aligned} e_n(k) &= x(k) - \hat{x}(k) \\ &= f(\hat{x}(k-1), \dots, \hat{x}(k-n), x(k-1), \dots, x(k-n), \\ &\quad u(k-1), \dots, u(k-n)) \end{aligned} \quad (14)$$

로 주어진다. 일반적으로 $x(k-1), \dots, x(k-n)$ 는 동적 시
스템의 출력으로 관측을 통해서 얻어진다. 관측 잡음의 영향
이 사진에 설계된 필터를 통해 줄어들고 지연시간이 적다
면 필터의 출력으로 시스템 출력을 대신할 수 있다.

$$\begin{aligned} e_n(k) &= f(\hat{x}(k-1), \dots, \hat{x}(k-n), x(k-1), \dots, x(k-n), \\ &\quad u(k-1), \dots, u(k-n)) \\ &\approx f(\hat{x}(k-1), \dots, \hat{x}(k-n), x(k-1), \dots, x(k-n), \\ &\quad u(k-1), \dots, u(k-n)) \end{aligned} \quad (15)$$

실제적으로 모델링 에러 함수의 구조는 알려지지 않는
경우가 많다. 입력 패턴을 가지고 뉴럴 네트워크의 파라미
터를 결정한다. 역 전파법에 의한 뉴럴 네트워크의 학습은
주어진 데이터 모입에 대해 각 층간의 연결계수와 편력전
위를 구하는 과정을 말한다. 뉴럴 네트워크 보상기의 입력
은 선형화 된 모델 출력과 필터를 통한 출력 그리고 시스
템 입력 이다. 보상기 출력($e_n(k)$)은 선형 모델의 출력
($x(k)$)에 더해져 보상된 모델의 출력($\hat{x}(k)$)가 된다.

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k) + \hat{e}_n(k) \quad (16)$$

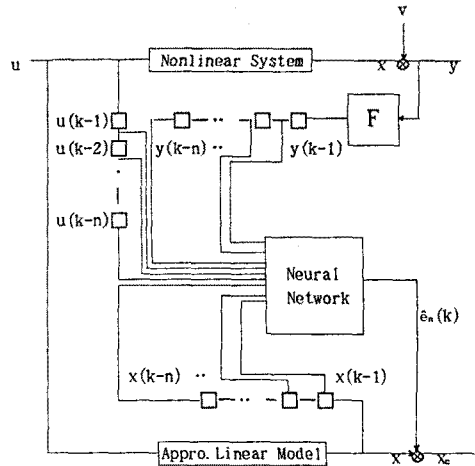


$$H_j = f\left(\sum_{i=1}^m W_{ji} \cdot I_i + b_j\right)$$

$$O = \sum_{j=1}^n V_j \cdot H_j$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-2x/w_0}}$$

$$f'(x) = u0 \cdot f(x) \cdot (1 - f(x)), \quad u0 = \frac{2}{u0}$$



$$I(k) = [1, \dots, 1]^T$$

$$\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$$

$$O(k, \theta) = f(I(k); \theta)$$

$$e_1(k_1, \theta) = \hat{f}(k_1, \theta) - f(k_1)$$

$$g(I(k), \theta) = \left[\frac{dO(k, \theta)}{d\theta} \right] = \left[\frac{dO(k, \theta)}{d\theta_1} \dots \frac{dO(k, \theta)}{d\theta_n} \right]^T$$

$$\frac{dO(k, \theta)}{d\theta}$$

$$= \begin{cases} H_j(k) & \text{if } \theta_1 = V_j \\ V_j u0 H_j(k) (1 - H_j(k)) & \text{if } \theta_i = b_j \\ V_j u0 H_j(k) (1 - H_j(k)) & \text{if } \theta_i = W_{ji} \end{cases}$$

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (e_1(k_j, \theta))^2$$

$$\Delta \theta_1 = -\mu \left(\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right)_1$$

$$= -\mu \left(\frac{2}{N} \sum_{j=1}^N e_1(k_j, \theta) g(k_j, \theta) \right)_1$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta \theta_i$$

5. 시뮬레이션

아래의 비선형 미분 방정식으로 표현되는 시스템에 대하여 입력 $u(t)$ 을 인가하였다.

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 0.3(x)^2 + 4x + 0.8\sin(x) = 4u \quad (17)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= \sin(t) + 0.5\sin(3t) + 0.3\sin(5t) \\ &= 0.2 + \sin(7t) + \sin(1.5t) + 1.5\sin(4.5t) \\ &= 2.5\sin(7.5t) + 5\sin(10.5t) \end{aligned}$$

시뮬레이션은 아래의 조건하에서 실행되었다.

Sample No.	N = 250	
Sample Period	T = 0.04[SEC]	
Neural Network	Alpha	0.15
	Beta	0.15
	Tangent Line	2.0
	Step	100
	W_{ij}, V_j, b_j	0.3
	Input Layer	6
	Hidden Layer	30
Output Layer	1	
2-Butterworth	Input	$W_c = 4$
	Output	$W_c = 10$
Noise Generator	stdev=0.2	mean = 0

6. 결과 및 고찰

2차 Butterworth 필터를 거쳐 나온 출력을 선형화하면 아래와 같이 되고

$$\hat{x}(k) = \frac{3.5902e-2 - 4.9575e-2z^{-1} + 2.1766e-2z^{-2}}{1 - 1.8260z^{-1} + 0.8368z^{-2}} \hat{u}(k)$$

Bilinear 역 변환하여 선형화 된 연속 시스템을 얻는다.

$$\ddot{x} + 4.4537\dot{x} + 7.4208x = 0.0293\dot{u} + 0.3859\ddot{u} + 5.5239u \quad (18)$$

위의 식(18)을 식(17)과 비교하여 분석하면 그림 1과 같이 LS에 의한 파라미터 식별이 비선형에 의해서 모델링 오차가 있음을 볼 수 있다. 뉴럴 네트워크에 의한 보상결과가 그림 3에 나와있다. 뉴럴 네트워크의 구성은 입력층을 6개, 중간층을 30개로, 출력층을 1개로 하여 Gradient Rule이 쉽게 적용되는 선형화 형태로 하여 학습을 하였다. 학습하는 시간도 빨라서 실시간 적용이 가능하다는 결론을 얻었다.

7. 결론

본 논문에서는 비선형을 포함한 동적 시스템을 선형화된 연속 시스템 모델로 식별하였다. 비선형에 의한 모델링 에러를 뉴럴 네트워크 보상기를 사용하여 시스템의 출력 에러를 리소 하였다. 제안된 뉴럴 네트워크를 가지고 시뮬레이션 하여 만족한 결과를 얻었다. 온-라인 적용이 가능한 뉴럴 네트워크 기법은 앞으로 더 연구되어야 할 과제이다.

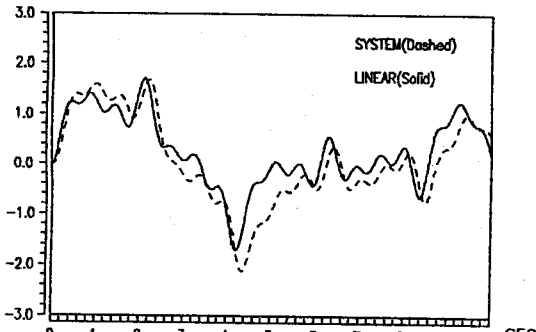


Fig. 1: Output of System and Linear Model

참고 문헌

[1] K.S. Narendra and K. parthasarathy, "Identification and control of dynamical system using neural networks- IEEE Trans, Neural Networks, Vol. 1, pp4-27, Mar., 1990.
 [2] S. Chen, S. A. Billings and P.M. Grant, "Non-linear system identification using neural networks, - Int. J. Control, vol. 51, no. 6, pp1192-1214, 1991.

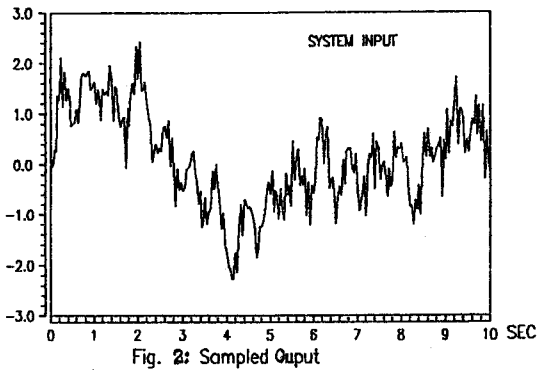


Fig. 2: Sampled Output

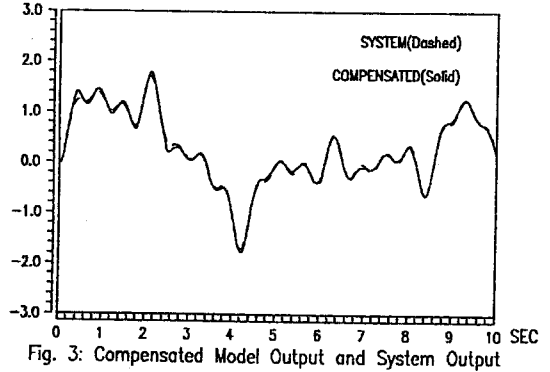


Fig. 3: Compensated Model Output and System Output

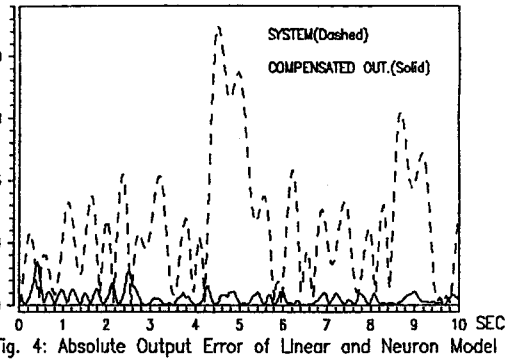


Fig. 4: Absolute Output Error of Linear and Neuron Model

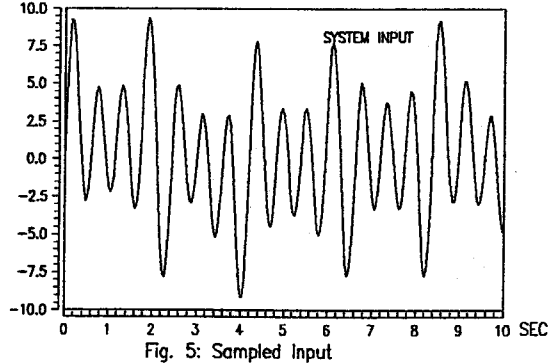


Fig. 5: Sampled Input

[3] S.Sagara, Z. J. Yang, K. Wada, "Identification of continuous system using low-pass filters, - Int. J. Systems sci. vol. 22, no. 7, pp. 1159-1176, 1991
 [4] H.Unbehauen and G. P. Rao, "Identification of continuous systems, -Amsterdam:North-Holland, 1987.