

다기계통의 미소신호안정도해석시 부하특성의 영향

권세혁 노규민 장길수
고려대학교 전기공학과

Effect of Load Characteristics in Small-Signal Stability Analysis in Multimachine Power Systems

Sae-Hyuk Kwon Kyu-Min Rho Kil-Soo Jang
Korea University

ABSTRACT

A systematic procedure for the elements of system matrix in multimachine systems with loads is suggested for the small-signal stability studies. Synchronous machines are represented by either a two-axis model or classical model. The interrelationship of submatrices of system matrix is investigated. Once elements of one submatrix are determined, they can be used to calculate the elements of the other submatrix. It is illustrated for three machine and nine bus multimachine systems with constant impedance loads, constant MVA load, constant current and power factors.

1. 서론

참고문헌[1]에서 다수발전기계통의 계통상태행렬의 각 원소 또는 각 블록의 대수적인 표현을 구하였다.

다수발전기의 전력계통을 해석할때 모선부하를 일정 임피던스로 모델링하는것이 가장 쉽다. 그러나 계통부하의 모델링이 계통의 동적특성에 상당한 영향을 끼치므로 부하의 선정이 중요하다. 실제의 전력계통내의 부하는 일정임피던스 외에 일정MVA 일정전류 및 역률부하등으로 표시할수 있으며 각 경우의 계통상태행렬구조상의 변화를 고찰하였다. 일반적으로 부하특성은 안정도상으로 큰 영향을 미치는 것으로 인식되고 있다.

본 연구에서는 동일계통(WSCC 계통)에 대하여 부하특성을 달리했을때 계통상태행렬의 구조에서 어떠한 부분행렬이 변화되는지 알아보고 부하가 일정임피던스인 경우 상태행렬을 구성하고 이를 고유치감도공식에 적용하여 변화가능한 계통정수의 미소변화시 계통의 동적특성에 대하여 살펴보았다.

2. 부하의 표현

전력 계통내 부하는 (1)일정 임피던스, (2)일정 MVA, 및 (3)일정 전류 크기 및 일정 역률 부하로 표현할 수 있다. 각 부하 모선에서 전압 증분 ΔV 및 전류 증분 ΔI 의 상호 관계를 고찰해 보기로 한다. 여기서 첨자 "o"은 초기동작점(정상 상태의 동작점)을 의미한다.

2.1 일정 임피던스 부하

부하모선에서의 전압 증분 ΔV 와 전류 증분 ΔI 사이의 비례 상수가 일정 임피던스 Z인 경우며 가장 간단하다. 부하 모선에서의 복소전력을 S라고한다.

$$\Delta V = Z \Delta I \quad (1)$$

$$\Delta I = Y \Delta V = \left(\frac{S_o^*}{|V_o|^2} \right) \Delta V \quad (2)$$

위 관계식을 성분 분해하여 표현하면

$$\begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \Delta I &= \Delta I_R + j \Delta I_I \\ \Delta V &= \Delta V_R + j \Delta V_I \\ Y &= G + jB \end{aligned}$$

2.2 일정 MVA 부하

일정 MVA 부하는 부하 모선의 전압 및 전류가 미소 변화되더라도 부하 MVA는 일정하다고 보는 경우이다. 즉 $V I^*$ 가 일정하다고 본다. ($V I^*$)를 선형화하면

$$V_o \Delta I^* + I_o^* \Delta V = 0 \quad (4)$$

$$\Delta I = \left(- \frac{S_o^*}{(V_o^*)^2} \right) \Delta V^* = (G' + jB') \Delta V^* \quad (5)$$

윗식을 관찰하면 ΔI 와 ΔV 의 관계는 구할 수 없으나 ΔI 와 ΔV^* 간의 관계는 알수 있다. 이를 성분 분해하여 표현한다면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G' & B' \\ B' & -G' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.3 일정 전류 크기 및 일정 역률 부하

이 경우는 부하 전류의 크기가 전압이 변동하더라도 일정하고 또한 역률도 일정하다고 가정한다. 즉 다음과 같은 두 개의 조건이 성립한다. 그림1에 전압의 변동에 대한 전류의 변동에 대해 도시하였다.

$$\left. \begin{aligned} |I_o| &= |I_o + \Delta I| \\ \therefore I_{R0} \Delta I_R + I_{I0} \Delta I_I &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

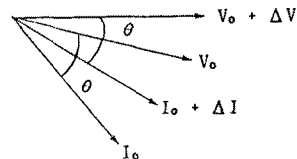


그림1. 일정전류크기, 일정역률부하에서의 전압, 전류의 관계

$$\theta = \text{ang} \frac{V_o + \Delta V}{I_o + \Delta I} = \text{ang} \frac{V_o}{I_o} = \theta \quad (8)$$

다음의 동식 관계를 이용한다.

$$\tan^{-1} \theta_1 - \tan^{-1} \theta_2 = \tan^{-1} \frac{\theta_1 - \theta_2}{1 + \theta_1 \theta_2} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tan^{-1} \frac{V_{I0} + \Delta V_I}{V_{R0} + \Delta V_R} - \tan^{-1} \frac{I_{I0} + \Delta I_I}{I_{R0} + \Delta I_R} \\ = \tan^{-1} \frac{V_{I0}}{V_{R0}} = \tan^{-1} \frac{I_{I0}}{I_{R0}} \end{aligned} \quad (10)$$

위식을 등식 관계를 이용하여 정리하면

$$\frac{I_{R0} \Delta V_I - I_{I0} \Delta V_R - V_{R0} \Delta I_I + V_{I0} \Delta I_R}{I_{R0} \Delta V_R + I_{I0} \Delta V_I + V_{R0} \Delta I_R + V_{I0} \Delta I_I} = \frac{Q_0}{P_0} \quad (11)$$

여기서 $P_0 = V_{R0} I_{R0} + V_{I0} I_{I0}$
 $Q_0 = V_{I0} I_{R0} - V_{R0} I_{I0}$

위의 식을 다시 정리하면

$$(P_0 V_{I0} - Q_0 V_{R0}) \Delta I_R - (P_0 V_{R0} + Q_0 V_{I0}) \Delta I_I = (Q_0 I_{R0} + P_0 I_{I0}) \Delta V_R + (Q_0 I_{I0} - P_0 I_{R0}) \Delta V_I \quad (12)$$

위의 식에 있는 각 항들을 각각 표현하면

$$\left. \begin{aligned} (P_0 V_{I0} - Q_0 V_{R0}) &= |V_0|^2 I_{I0} \\ (P_0 V_{R0} + Q_0 V_{I0}) &= |V_0|^2 I_{R0} \\ (Q_0 I_{R0} + P_0 I_{I0}) &= |I_0|^2 V_{I0} \\ (Q_0 I_{I0} - P_0 I_{R0}) &= -|I_0|^2 V_{R0} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

식(7) 및 식(12)를 행렬식 형태로 표현하면

$$\begin{bmatrix} I_{R0} & I_{I0} \\ |V_0|^2 I_{I0} & -|V_0|^2 I_{R0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ |I_0|^2 V_{I0} & -|I_0|^2 V_{R0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} \quad (14)$$

위 식은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} = \frac{1}{|V_0|^2} \begin{bmatrix} V_{I0} I_{I0} & -V_{R0} I_{I0} \\ -V_{I0} I_{R0} & V_{R0} I_{R0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} \quad (15)$$

이상에서 부하 모선에서의 부하 전류 및 모선 전압을 성분 분해하여 이들의 관계를 일정 임피던스의 경우는 식(3)으로, 일정 MVA의 경우는 식(6)으로 그리고 일정 전류 크기 및 일정 역을 부하의 경우는 식(15)으로 나타냈다.

n모선 계통에서 YBUS행렬을 nxn복소행렬이 아닌 2nx2n 실수 행렬로 표시한 경우 위에 언급한 부하형태에 따라 부하가 연결된 모선에 해당하는 2x2 대각블록을 계산할 수 있다. YBUS 행렬을 발전기 내부모선만 남기고 축약하고 참고문헌[1]에 언급한 바와 같이 다음과 같은 형태로 상태공간 방정식을 구성했을 때 A'행렬의 구조에 대하여 관찰하였다.

$$PX = A'X + B'U$$

3. A'행렬의 구조

WSCC 3 발전기 9모선계통에서 2번 및 3번 발전기를 이축모델로, 1번 발전기를 고전모델로 모델링하고 2번 및 3번 발전기에 PSS가 있는 여자계통이 설치되어 있는 경우의 A'행렬의 비영요소의 위치를 그림2에 보였다.

① 계통부하를 일정임피던스, 일정전류, 또는 일정 MVA 부하, 또는 그들의 조합으로 나타냈을 때 그림2에서 A₁₁', A₁₃', A₂₁', 및 A₂₃' 만이 영향을 받는다. 다른 행렬 블록들은 부하를 어떻게 표현하는가와는 전혀 관계가 없다.

② 계통부하를 어떻게 표현하더라도 A₁₃'과 A₁₁' 내의 블록간의 상호관계, 또는 A₂₃'과 A₂₁' 내의 블록간의 상호관계는 그대로 유지된다.

③ 여자계통 및 PSS 정수등의 대수적 표현은 블록 몇개 밖에 되지 않는다. 가령 2번발전기 여자계통정수 τ_F를 변화시킬 경우 A'(12, 10), A'(12, 12), A'(12, 13)의 3개 원소만이 변화한다.

요사이 자주 인용되고 있는 뉴잉글랜드 시험계통에 대하여 A'행렬을 구성해 보면 비영요소의 위치가 그림3과 같다. 여기서도 각 발전기들의 전압방정식, 동요방정식, 그리고 각 발전기제어기등의 순서로 상태변수를 배열한 것이며 위와 비슷한 관찰을 할 수 있다.

4. 다수발전기 계통의 고유치감도해석

4.1 고유치감도계수

제어기정수 α_i의 미소변화에 대한 고유치 λ_i의 미소변화비를 고유치감도라고 하면 관련문헌[3]에서 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_i} = \frac{\left[\frac{\partial A}{\partial \alpha_i} \right] X_i \cdot V_i}{[X_i \cdot V_i]} \quad (16)$$

전압 방정식	XXXX	XX X								A'11	O	A'13	A'14	O	A'16	O
	XXXX	XX			X											
	XXXX	XX														
동요 방정식	XXXX	XX								A'21	A'22	A'23	O	O	O	O
	XXXX	XX														
	XXXX	XX														
2번 발전기 여자계통		X X								O	A'32	O	O	O	O	O
	XXXX	XX X								A'41	O	A'42	A'44	A'45	O	O
	XXXX	XX	X													
3번 발전기 여자계통	XXXX	XX			X					A'51	O	A'52	O	A'55	O	O
	XXXX	XX			XX											
	XXXX	XX			XX											
3번 발전기 여자계통	XXXX	XX			X X					A'61	O	A'62	O	O	A'66	A'67
	XXXX	XX			X X											
	XXXX	XX			XX					A'71	O	A'72	O	O	O	A'77

그림 2. WSCC 3발전기 9모선 계통의 A'행렬의 비영요소의 위치 및 블록행렬 표현

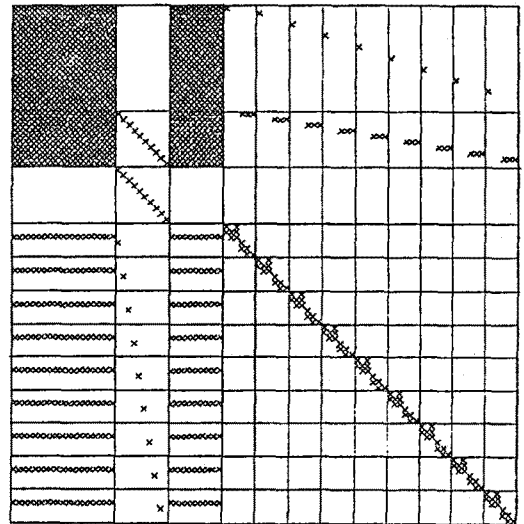


그림 3. 뉴잉글랜드시험계통의 A'행렬의 비영요소의 위치

여기서 X_i와 V_i는 각각 행렬A와 AT의 고유벡터이고 식(16)을 관찰해보면 고유치감도계수는 수학적으로 스칼라적의 비로 표현할 수 있다. 스칼라적 [X_i, V_i]는 X_iT V_i로 정의한다. 식(16)을 이용하여 제어기매개변수에 대한 고유치감도계수를 계산하려면 우선 제어기정수 α_i에 대한 계통상태행렬A'의 편미분행렬 (∂A/∂α_i)를 구해야 한다.

4.2 WSCC 3발전기 9모선 계통의 고유치감도해석

(부하가 일정 임피던스의 경우)

전기기계적진동에 관련된 고유치중에서 가장 감쇄가 적은 고유치는 표1에서 λ₉ 및 λ₁₁이다. λ₉은 진동주파수가 2.2Hz에 해당하며 λ₁₁은 진동주파수 1.4Hz에 해당된다.

진폭감쇄비(Successive Peak Ratio : SPR)를 다음과 같이 정의한다. 단 고유치 λ를 -α + jβ라고 할때

$$SPR = \exp(-2\pi \alpha / \beta) \quad (17)$$

λ₉ 및 λ₁₁에 대한 SPR은 각각 구해보면 .5847 및 .6958이 계산된다. 즉 λ₁₁에 관련된 진동은 진폭비가 .6958의 비율로 감쇄하는 진동이며 λ₉에 관련된 진동보다 감쇄가 적은 것을 알 수 있다. 그러므로 예에서는 λ₁₁에 미치는 영향을 고려하기로 한다.

2번 발전기의 여자계통정수들 중에서 τ_F를 미소변화시켰을 때 λ₁₁의 미소변화를 구하는 경우 우선 (∂A/∂τ_F)라는 편미분행렬을 알아야 한다. 그림2에서 τ_F라는 항이 들어가는 A'행렬의 원소는 23x23 즉 529개의 원소들중에서 다음의 3개

표 1. WSCC 3발전기 9모선 계통의 고유치

	$\lambda = -\alpha \pm j\beta$	
7	-.120114	1.824028E-2
8	-3.165697E-3	-3.706838E-2
9	-3.165697E-3	3.706838E-2
10	-1.365218E-3	-2.365275E-2
11	1.365218E-3	2.365275E-2
12	-1.923930E-2	-7.051914E-3
13	-1.923930E-2	7.051914E-3

밖에는 없다.

$$\begin{aligned} A(12,10) &= -\omega_r K_F (S'E + K_E) / \tau_E \tau_F \\ A(12,12) &= -1 / \tau_F \\ A(12,13) &= \omega_r K_F / \tau_E \tau_F \end{aligned} \quad (18)$$

편미분행렬 $(\partial A / \partial \tau_F)$ 를 B라고 표기하기로 하면 B행렬은 다음 세개 원소들만 제외하고는 모두 영이다. 세개 원소를 대수적으로 표현했기 때문에 편미분을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} B(12,10) &= \omega_r K_F (S'E + K_E) / (\tau_E \tau_F^2) \\ B(12,12) &= 1 / \tau_F^2 \\ B(12,13) &= -\omega_r K_F / (\tau_E \tau_F^2) \end{aligned} \quad (19)$$

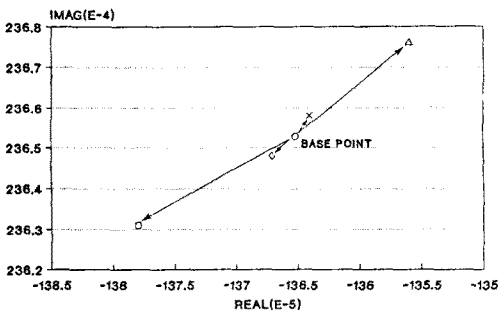
편미분행렬 B와 행렬 A의 고유치 X와 행렬곱 연산을 하여야 한다. 즉 BX를 구해야 한다. WSCC 계통의 예에서는 B행렬은 23×23 행렬, X는 23×1 행렬이므로 계산결과는 23×1 이 된다. B행렬중에서 (12,10), (12,12), (12,13)위치의 원소만 제외하고는 모두 영이므로 BX를 계산하여 BX를 Y라고 할때 Y(12)만 제외하고는 모두 영이다. 즉 23×1 벡터인 Y에서 2번째 행의 Y(12)만 제외하고는 모두 영이다.

$$Y(12) = B(12,10)X(10) + B(12,12)X(12) + B(12,13)X(13)$$

즉 BX를 3개의 곱, 2개의 합 계산을 하면 23×1 Y벡터의 유일한 비영요소를 계산할 수 있다. 그다음 계산단계는 Y벡터와 고유치 Vi 벡터를 스칼라곱을 하여야 한다. 즉 $Y^i V_i$ 를 구해야 한다. 위에서 Y벡터는 2번째 행만 제외하고는 모두 영이라는 사실을 알고 있으므로 다음과 같이 두개의 수지만을 곱하면 된다.

$$Y^i V_i = Y(12) V_i(12) \quad (20)$$

참고문헌[4]에 제시된 앞에서 예를 든 WSCC3발전기 9모선 계통의 고유치감도를 계산해보기로 한다. 전기기계적진동에 관련된 고유치중에서 가장 감쇄가 적은 고유치를 주된고유치로 선정하여 다음과 같은 케이스에 대하여 조사하였다.



- △ : τ_F 의 미소변화시
- × : τ_{F3} 의 미소변화시
- : K_{F2} 의 미소변화시
- ◇ : K_{F3} 의 미소변화시

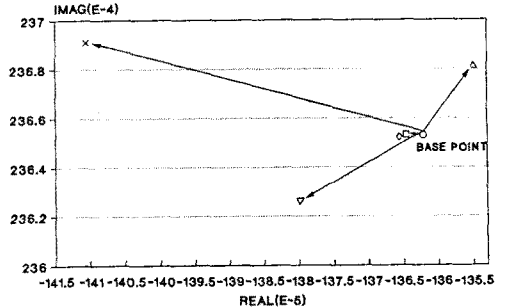
그림 4. 2번 및 3번 발전기의 τ_F 및 K_F 가 미치는 영향

①계통에 큰영향을 끼치는 제어계통의 선정

WSCC 3발전기 9모선 계통에서 2번 발전기 및 3번 발전기의 제어기정수들 중에서 변화가능한 정수들에 대한 주된 고유치의 변화 즉 고유치감도계수를 구한다. 그림4에서 2번 발전기 및 3번 발전기의 τ_F 및 K_F 를 각각 5% 증가시킨 경우 고유치의 변화를 복소평면에 표시하였다. 2번 발전기의 여자계통정수들의 고유치감도계수가 3번 발전기의 고유치감도계수보다 큰것을 알수있다. 즉 2번 발전기의 정수를 조절하는 것이 주된 고유치에 더 큰 영향을 미친다는 것을 알수있다.

②미소변화의 효과가 가장 큰 계통정수

미소변화가 가능한 제어기정수들을 각각 5%씩 변화시킨 경우의 주된고유치의 변화를 그림5에 나타냈다. PSS정수의 τ_{q1} 을 미소변화한 경우가 주된고유치의 변화에 가장 큰 영향을 미침을 관찰할 수 있다.



- △ : τ_F 의 미소변화시
- ▽ : K_F 의 미소변화시
- : τ_q 의 미소변화시
- × : τ_{q1} 의 미소변화시
- ◇ : τ_{q1} 의 미소변화시

그림 5. 계통정수 각각에 대한 고유치변화

5. 결론

전력계통내의 부하는 일정임피던스외에 일정MVA, 일정전류 및 역률부하등으로 표시할수 있으며 각 경우의 계통상태행렬 구조상의 변화를 고찰하였다.

여러개의 동작점에 대한 행렬을 각각 구성할 경우 A'행렬의 부분행렬중에서 A'11 및 A'13와의 관계, 그리고 A'21과 A'23와의 관계를 이용하면 이들 부분행렬 원소들을 모두 결정할 수 있다. 즉 A'11 및 A'21에서 일단 계산된 결과를 연결시켜서 간단한 행렬곱연산에 의하여 A'13 및 A'23을 결정할수 있다는 것이다. 제어기정수들의 미소변화에 대한 지배적 고유치의 변화를 구하는 경우는 고유치감도계수를 이용하여 근사계산을 하고 있는데 A'행렬의 대수적 표현에서 특정 제어기정수들이 개입되어 있는 원소들을 대수적으로 알 수 있으므로 특정 제어기정수에 대한 편미분행렬 $(\partial A / \partial \alpha)$ 을 극히 간단하게 결정할수 있으며 따라서 고유치감도계산도 대형계통에 대해서도 극히 간단하게 된다.

6. 참고문헌

- [1] 권세혁, 노규민, "다기계통의 제어기정수에 대한 고유치감도계산", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, 1993.
- [2] R. T. Byerly, D. E. Sherman, and B. J. Bennon, "Phase II: Frequency Domain Analysis of Low Frequency Oscillations in Large Electric Power Systems", Vol. 1, 2, 3, 4 and 5 Research Project 744-1, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California April, 1982.
- [3] J. E. Van Ness, J. M. Boyle, and F. P. Imad, "Sensitivities of Large Multiple-Loop Control Systems", IEEE Trans. on Auto. Cont. Vol. AC-10, pp. 308-315.
- [4] P. M. Anderson and A. A. Fouad, "Power System Control and Stability", Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
- [5] M. A. Pai, K. R. Padiyar and P. S. Shetty, "Sensitivity Based Selection of Control Parameters for Multimachine Power Systems", IEEE PES Winter Meeting, New York, February 3-8, 1980.