

자성유체 형상변화를 고려한 밀봉시스템의 해석

김 동훈^o, 박 관수, 한 송엽
서울대학교 전기공학과

Analysis of the Magnetic Fluid Seals considering the Surface Configuration

Dong-Hun Kim^o, Gwan-Soo Park, Song-Yop Hahn

Dept. of Electrical Eng., Seoul National University, Seoul 151-742, KOREA

Abstract

This paper presents the numerical algorithm that can obtain the surface configuration of the magnetic fluid seals. The magnetic field is computed by nonlinear finite element method considering the saturation of magnetic fluid and pole piece. The surface equilibrium condition in ferrohydrodynamics are used in algorithm. The influence of the surface configuration on the sealed pressure due to the magnetic, centrifugal and gravitational forces is analyzed and compared with other experimental results.

1. 서론

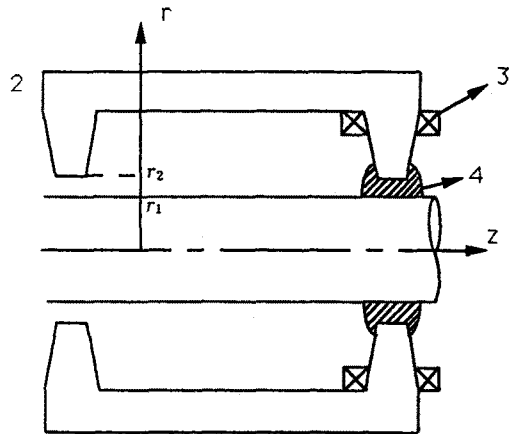
액체상태인 자성유체를 이용한 밀봉시스템은 인가되는 자계의 세기, 원심력, 중력 그리고 양단에 걸리는 압력 차에 의해 그 형상이 변화한다. 이러한 자성유체 형상변화는 해석하려는 기기의 특성에 큰 영향을 미치게 되므로 자성유체를 응용한 기기를 해석하기 위해서는 자성유체의 형상과 기기의 특성을 모두 고려할 수 있는 수치해석기법이 필요하다.

기존에 발표된 논문 [1-3]에서는 이러한 문제를 해석하기 위해 유체의 형상을 고려하지 않고 1차원적 모델링을 사용하거나 자계의 세기만을 계산한 등자계선(equi-H line)을 바탕으로 등압선(isobar)을 이용한 간략화된 2차원적 해석이 부분적으로 행해져 왔다.

본 논문에서는 밀봉시스템에 주어지는 외부조건 - 자계의 세기, 원심력, 중력, 압력 - 을 고려하여 유체 내부에서 성립하는 Navier-Stokes 방정식과 유체의 경계면 즉 표면에서 성립하는 압력조합식을 사용하여 유한요소법을 이용한 반복계산을 통해 자성유체의 형상과 밀봉시스템의 특성을 해석할 수 있는 수치알고리즘을 제시하였다. 그리고 이를 실제 회전기기의 밀봉시스템에 적용하여 주어지는 외부조건에 의한 자성유체 형상변화와 이에 따른 밀봉시스템의 특성변화를 해석하여 계산결과가 실험치 [3] 과 잘 일치함을 확인하였다.

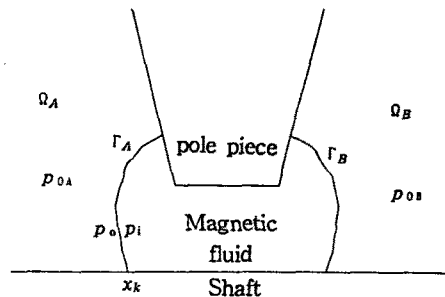
2. 해석 모델 및 해석 방법

해석에 사용한 자성유체 밀봉시스템의 구조는 그림 1.(a) 와 같다. 그림 1.(b) 는 자성유체가 있는 부분을 확대한 그림이다.



1: 축 2: Flux-return 링 3: 전자석 4: 자성유체

(a) 해석 모델



(b) 자성유체가 있는 부분

그림 1 자성유체 밀봉시스템의 기본구조

자성유체는 비압축성이고 축의 회전방향을 따라 흐르

는 종류이다. 또한 유속은 정상상태라 가정한다. 유속 $v(r)$ 은 r 의 함수이며 경계조건으로는 $v(r_2)=0$ 이다. 가정으로부터 Navier-Stokes 방정식을 원통좌표계에 대해 풀면,

$$p_i = \int M dH + \psi(r) - \rho g h + c \quad (1)$$

p_i : 자성유체 내부 압력 M : 자성유체의 자화
 H : 자계의 세기 $\psi(r)$: 유속에 의한 에너지
 ρ : 자성유체 밀도 g : 중력 가속도
 h : 축 중심으로부터 높이
 c : 경계조건에 의해 결정되는 상수

여기서

$$\psi(r) = \rho r_1^4 \omega^2 \left(\frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \right) \left(\frac{1}{2} r^2 + 2 r_2^2 \ln \left(\frac{r_2}{r} \right) - \frac{1}{2} \frac{r_2^2}{r^2} \right)$$

ω : 축의 각속도

이 된다.

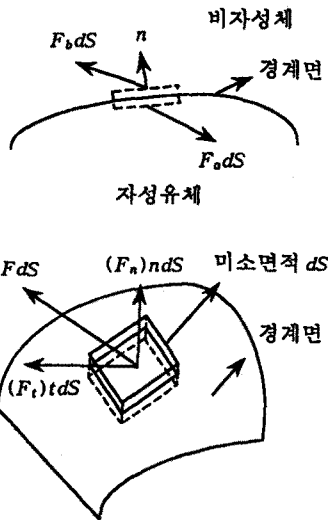


그림 2 자성유체와 비자성체의 경계면에 작용하는 힘

그리고 그림 2 에서와 같이 유체의 경계면을 사이로 미소면적 ds 에 가해지는 응력 F 를 응력텐서 σ 를 사용하여 표시하면 다음과 같다.

$$F_i = \sigma_{ij} n_j$$

$$(\sigma_{ij} = - \left[p + \int_0^H \frac{\partial}{\partial v} (vM) dH + \frac{\mu_0}{2} H^2 \right] \delta_{ij} + H_i B_j)$$

v : 비체적 μ_0 : 공기중 투자율

B : 자속밀도

여기서 $n = (n_1, n_2, n_3)$ 은 경계면상의 법선벡터이다. F 를 법선방향의 성분과 접선방향의 성분으로 분해하면

$$F = F_n n + F_t t$$

와 같이 된다. 여기서 t 는 법선방향 벡터이다. 자성유

체 경계면상에 작용하는 응력 F 는 $F_o = F_b$ 이므로 접선 방향의 응력조합식 $F_{at} = F_{bt}$ 와 법선방향의 응력조합식 $F_{an} = F_{bn}$ 으로부터 다음과 같은 압력조합식을 얻을 수 있다.

$$p_o = p_i + \int M dH + \frac{1}{2\mu_0} M_n^2 \quad (2)$$

p_o : 자성유체 밖의 압력

M_n : 경계면상의 자화의 수직성분

3. 알고리즘

자성유체 경계면상에서는 주어진 외부조건에 따라 식 (1), (2)를 모두 만족해야 하므로 식 (1)을 식 (2)에 대입하면

$$c = p_o - 2 \int M dH - \psi(r) + \rho g h - \frac{1}{2\mu_0} M_n^2 \quad (3)$$

을 구할 수 있다. 유체의 경계면이 형성되는 회전축의 위치에 따라 c 값은 결정되고 이러한 c 의 값은 경계면 상에서는 항상 같아야 한다. 그러므로 식 (3)으로부터 여러가지 외부조건 즉 압력, 원심력, 중력 그리고 자계의 세기에 따라 유체의 부피가 주어지면 그에 해당하는 유체의 형상을 구할 수 있다. 이를 위해서는 다음의 알고리즘에 따라 반복계산이 수행되어야 한다.

- step 1: 유체부피 V_o 와 외부압력 p_{oA}, p_{oB} 를 입력시킨다.
- step 2: 유한요소법(F.E.M)을 사용하여 영역 Ω_A 와 Ω_B 안에서의 자계의 세기 H^i 를 계산한다.
- step 3: 각각 p_{oA} 와 p_{oB} 을 사용하여 식 (3)에 의해 영역 Ω_A 와 Ω_B 안에서의 c 값을 계산한다.
- step 4: 영역 Ω_A 안에서 유체의 경계면상의 좌표값을 임의의 x_k 로 취하여 c 를 계산한다.
- step 5: c 값이 같은 선을 따라 유체의 경계면을 나타내는 Γ_A 와 Γ_B 를 결정한다.
- step 6: Γ_A 와 Γ_B 에 의해 결정된 유체부피 V_k 를 계산한다.
- step 7: 만약 $\|V_k - V_o\|$ 이 충분히 적지 않으면 x_k 값을 조정하고 step 4로 되돌아간다.
- step 8: 만약 $\|H^i - H^{i-1}\|$ 이 충분히 적지 않으면 step 2로 되돌아간다.

4. 적용사례

그림 1.(b) 는 회전하는 자성유체 밀봉(seal)의 한 부분을 나타낸다. 밀봉시스템에서의 폴 피스(pole piece)의 틈(gap), 폭(width) 그리고 각도는 각각 0.4 [mm], 0.5 [mm], 15° 이다. 회전축의 지름은 100 [mm] 로 하여 해

석하였다. 그림 3 은 축이 정지하고 있을 때 내압차 ($\Delta p = p_{0a} - p_{0s}$)가 증가함에 따른 유체표면의 이동을 보여 준다. 그림 4 는 내압차 $\Delta p = 0$ [kPa] 일때와 $\Delta p = 10$ [kPa] 일때 축의 회전수가 증가함에 따라 자성유체 형상에 기여하는 원심력의 효과를 나타낸다. 그림 5 는 축의 회전수가 증가함에 따라 폴 피스의 포화를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우 자성유체 밀봉이 견딜 수 있는 내압차 Δp 가 줄어들음을 보여준다. 따라서 자화전류가 증가함에 의한 정확한 계산을 위해서는 폴 피스의 포화를 고려하여야 한다. 그림 6 은 본 논문의 계산결과가 실험치 [3] 과 잘 일치함을 보여준다.

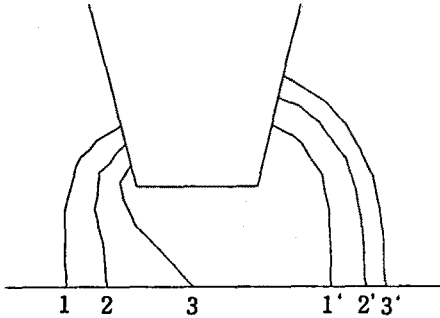
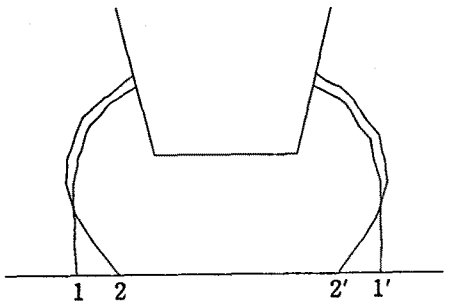
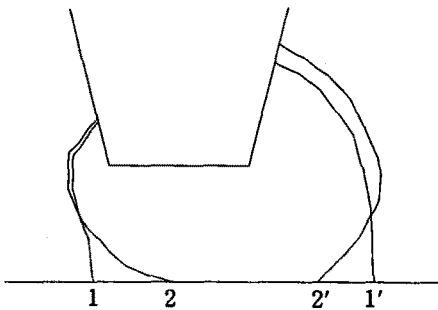


그림 3 압력차의 증가에 의한 유체표면의 이동 (1-1'; $\Delta p = 0$, 2-2'; $\Delta p = 8$, 3-3'; $\Delta p = 16$ [kPa])



(a) $\Delta p = 0$ [kPa] 의 경우



(b) $\Delta p = 10$ [kPa] 의 경우

그림 4 원심력에 의한 유체표면의 변화 (1-1'; $v = 0$, 2-2'; $v = 600$ [rpm])

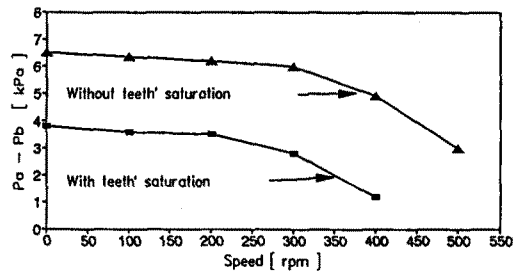


그림 5 축의 회전에 대한 최대 내압차

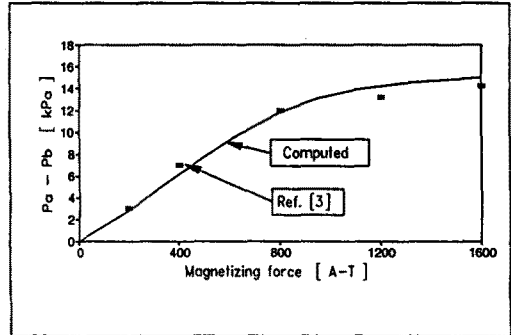


그림 6 자화전류에 대한 최대 내압차

5. 결론

본 논문에서 제시한 방법은 기존의 1 차원적 근사법이 나 자계의 세기만을 고려한 방법들과는 달리 밀봉시스템에 가해지는 압력, 중력, 자계의 세기, 원심력 등이 모두 고려된 자성유체의 2 차원적 형상을 직접 구함으로써 자성유체를 응용한 밀봉시스템을 보다 정밀하게 해석할 수 있다. 실제 폴 피스의 틈, 폭, 각도가 각각 0.4 [mm], 0.5 [mm], 15° 인 회전기기의 밀봉시스템에 본 해석방법을 적용한 결과 계산결과가 실험데이터 [3] 과 잘 일치함을 확인하였다. 따라서 본 논문에서 제시한 방법은 자성유체를 이용한 여러가지 장치의 디자인과 해석에 매우 유용하게 사용될 수 있다.

(참고문헌)

- [1] V.E. Fertman et al., "Numerical study of the hydrodynamics at high-speed magnetic fluid seals," J. Magnetism Magn. Mater, pp. 133-136, vol. 29, 1983.
- [2] M. S. Sarma et al., "Magnetic field analysis of ferrofluidic seals for optimum design," J. Appl. Phys., vol. 55, no. 6, pp 2595-2597, Mar. 1984.
- [3] Taketomi susami and Chikasumi sousin, Magnetic fluid, Nikkan Kogyo Simbunsha, 1987
- [4] Zou Jibin and Lu Yongping, "Numerical calculations for ferrofluid seals," IEEE Trans. on Mag., vol. 28, No. 6, pp 3367-3371. Nov. 1992.