

유도기 효율향상을 위한 회전자슬롯 형상최적화

박인구^o 이항범 박일한 한송엽
서울대학교 전기공학과

Shape Design of Induction Motors for Efficiency Improvement

In-gu Kwak Hyang-beom Lee Il-han Park Song-yop Hahn
Dept. of Electrical Eng., Seoul National University, Seoul, 151-742, Korea

Abstract - The design sensitivity analysis based on the finite element method is presented for the eddy current problem with a voltage source. Since, in this problem, the complex variable is used as the state variable, new approach to the sensitivity calculation for the complex variable system is required. Its result is applied to the design of the rotor slot shape of squirrel cage induction motor. As a analysis model, only one slot pitch of rotor is analyzed by using a periodic boundary condition. The use of this minimal modelling method leads to much saving of calculation time. The design objective is to obtain the desired slip-torque characteristic. Because the shape of rotor slot has much influence on the slip torque characteristic, the design variables are taken on the interface shape between rotor core and rotor bar. The initial shape of rotor slot is the trapezoidal type with rounding corners. The obtained final shape is quite similar to the double squirrel cage type.

1. 서 론

전기기계를 설계하는 과정에서 현재까지는 주로 등가자기회로법의 설계방법이 사용되어왔다. 그러나 이 방법으로는 자속의 분포, 힘의 분포, 손실의 분포 등 기계내의 국부적인 특성들을 구하기가 힘들다. 하지만 근래의 유한요소법 등의 수치해석기법에 의한 정확한 전기적 특성해석법이 많이 발전되었다. 그리고 최근 새로운 설계기법으로서 유한요소법을 이용한 최적설계기법이 많이 연구되고 있다. 이 방법은 최적화기법과 유한요소법을 결합한 것으로서

기존의 등가자기회로법으로는 설계할 수 없었던 최적형상설계 등 전기기계의 정밀설계에 이용된다 [1][2][3].

와전류문제인 유도기의 해석에 있어서 상태변수로서 복소변수를 사용할 수 있는 데, 이런 복소변수시스템에 대한 설계민감도계산은 새로운 접근방법을 요구한다. 따라서 본 논문에서는 전압원 와전류문제에 있어서의 설계민감도식을 유도하고 그 결과식을 이용하여, 3상 평형 전압이 인가된 농형유도전동기가 원하는 슬립-토크 특성을 나타내도록 설계하여 보았다. 유도전동기에서는 회전자의 슬롯형상이 이 특성에 큰 영향을 미치므로 설계변수는 회전자코어와 회전자 도체사이의 경계상의 절점으로 잡았고 목적함수는 원하는 토크 특성을 얻도록 정의하였다. 그리고, 위의 알고리즘을 적용한 수치해석예에서는 피치경계조건을 적용하여 한 피치의 회전자만을 해석하여 계산시간을 상당히 줄일 수 있었다.

2. 본 론

2.1 전압원 모델에서의 유한요소법 적용

2차원 와전류문제에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) - j\omega \sigma A + J = 0 \quad (1)$$

여기서 A : 자기벡터포텐셜
v : 자기저항률
s : 슬립
o : 전류원의 각속도
o : 도전율
J : 전류밀도

(1)식을 유한요소법을 적용하여 이산화하면 다음

과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[K][A] = [f] \quad (2)$$

여기서 $[K]$ 은 시스템행렬이고 $[f]$ 는 전류원 벡터이다. 그리고 유도전동기의 회로방정식은 다음과 같다.

$$[V] = [R + j\omega L][I] + \frac{d}{dt}[\phi] \quad (3)$$

여기서 ϕ : 고정자권선을 쇄교하는 자속

V : 권선양단에 걸리는 전압

I : 선전류

R : 고정자권선의 저항

L : 고정자권선의 리액턴스

식(2), 식(3)는 다음과 같이 각각 다시 쓸 수 있다.

$$[S_{11}][A] + [S_{12}][I] = [0] \quad (4)$$

$$[S_{21}][A] + [S_{22}][I] = [V] \quad (5)$$

결국 식(4)와 식(5)를 결합시키면 전압원 문제를 다룰 수 있게 된다. 그 식은 다음과 같다.

$$[S][X] = [Q] \quad (6)$$

$$\text{여기서 } [S] = \begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] \end{bmatrix}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix}, [Q] = \begin{bmatrix} [0] \\ [V] \end{bmatrix}$$

2.2 전압원문제의 민감도해석

전기기계의 형상설계에 있어서 목적함수는 보통 설계변수와 상태변수의 양함수(explicit function)로 다음과 같이 표현된다.

$$F = F(p, X(p)) \quad (7)$$

여기서 p : 설계변수

X : 상태변수

그리고 설계변수에 대한 목적함수의 변화율은 수학적으로 전미분(total derivative)의 형태로 다음과 같이 표현되고 이를 민감도라 한다.

$$\frac{dF}{dp} = \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{\partial F}{\partial [X]} \frac{d[X]}{dp} \quad (8)$$

윗식의 우변 둘째항의 뒷항은 설계변수에 대한 상태변수의 미분으로서 이는 시스템방정식(6)에 미분을 취하여 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{d[X]}{dp} = -[S]^{-1} \frac{\partial}{\partial p} \{[S][X]\} \quad (9)$$

여기서 X 는 식(6)의 해이다.

윗식을 유도하는 과정에서 전압원은 설계변수에 대하여 불변이므로 설계변수에 대한 시스템방정식의 구동벡터에 대한 미분이 영(zero)이 됨을 이용하였다. 따라서 전압원문제의 민감도는 보조변수 λ 를 도입하여 다음식으로 얻어진다.

$$\frac{dF}{dp} = \frac{\partial F}{\partial p} - [\lambda]^T \frac{\partial}{\partial p} \{[S][X]\} \quad (10)$$

여기서 보조변수 λ 는 다음의 보조변수식으로부터 계산된다.

$$[S]^T[\lambda] = \left[\frac{\partial F}{\partial [X]} \right]^T \quad (11)$$

2.3 슬립-토오크 특성에 대한 민감도

3상유도전동기에서 토오크는 입력전력에 비례하므로 어떤 슬립에서 목적함수는 식(12)와 같은 입력전력을 이용하여 식(13)과 같이 정의할 수 있다.

$$P_s = \left[\sum_{i=1}^3 V_{si} I_{si} \right] \quad (12)$$

여기서 V_{si} 와 I_{si} 는 슬립 s 에서의 i 번째 상(phase)의 전압과 전류이며, *은 복소켤레(complex conjugate)를 의미한다.

$$F = \frac{1}{2} \sum_i (P_i - P_{si})^2 \quad (13)$$

여기서 P_{si} 는 슬립이 s 일때의 목적 입력전력이다.

따라서 이와 같이 정의된 목적함수의 민감도는 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{dF}{dp} = \sum_i (P_i - P_{si}) \cdot \frac{dP_{si}}{dp} \quad (14)$$

그리고 설계변수에 대한 입력전력의 미분은 식(8)을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dP_{si}}{dp} = \frac{dP_i}{d[X]} \frac{d[X]}{dp} \quad (15)$$

보조변수식에 대한 구동항은 식(11)을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{dP_i}{d[X]} = [[0]^T; [V_{s1}, V_{s2}, V_{s3}]]^T \quad (16)$$

윗식을 통하여 전압원문제에서는 상태변수의 변화는 입력전력의 변화에 영향이 없음을 알 수 있고, 입력전력에 대한 보조변수의 구동항은 원래 상태방정식(6)의 구동항과 복소켤레(complex conjugate)인

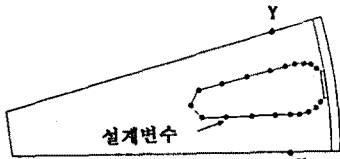
것을 알 수 있다.

2.4 수치해석 적용사례

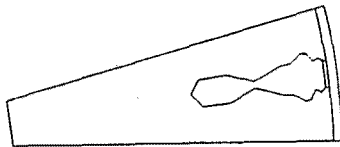
그림(1)에서 볼 수 있듯이 해석모델은 24개의 회전자슬롯을 가진 4극 유도전동기에서 한 피치 영역이다. 이 모델을 해석하기 위하여 다음과 같은 피치 경계조건을 적용하였다 [4].

$$A_r = A_x e^{-i\alpha p} \quad (17)$$

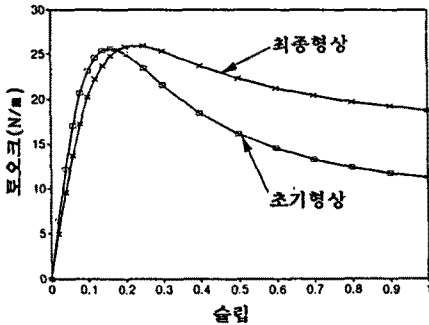
여기서 A_x 와 A_r 는 중심축으로부터 같은 거리에 있는 경계상의 두점 x, y 에서의 자기벡터포텐셜, α 는 하나의 슬롯 피치의 기계각, p 는 극쌍(pole-pair)의 수이다.



그림(1). 초기형상



그림(2). 최종형상



그림(3). 슬립-토크 특성곡선

유한요소해석에 있어서 1차 삼각형 요소를 이용하여 이산화하였고 전체 미지상태변수의 갯수는 600여 개이다. 그리고 설계목적은 기동토크를 증가시키는 회전자슬롯형상을 찾는 것이다. 그림(1)에서와 같이 설계변수는 슬롯의 좌우대칭성을 고려하여 회전자 도체와 코어사이의 경계에 10개의 절점위치로 정의된다.

최적화과정에서 7-8회의 반복계산후 그림(2)의 최종형상이 얻었고 이는 이중농형회전자슬롯의 형태와 비슷함을 알 수 있다. 그리고 이와 같이 얻어진 최

종형상에서의 슬립-토크 특성곡선을 맥스웰 스트레스 텐서(Maxwell's stress tensor)를 이용하여 구한 결과, 그림(3)과 같았다. 그림에서 볼 수 있듯이 기동토크는 약 60%정도 증가되었고 슬립이 0.04인 동작점에서는 토크가 약간 감소했다.

3. 결 론

전압원 와전류문제에 대한 유한요소법에 기초한 민감도해석이 정식화되었고 한 3상농형유도전동기의 회전자슬롯형상설계에 적용되어 그 유용성을 확인하였다. 본 수치해석모델은 비교적 간단한 시험모델이나, 본 논문에서 유도된 전압원 와전류 문제에 대한 민감도해석은 다양한 전기기계의 정밀설계에 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. S.Gitosusastro, J.L.Coulomb and J.C.Sabonnadiere, "Performance derivative calculations and optimization process," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 25, No. 4, pp.2834-2839,1989
2. E.J.Haug, K.K.Choi and V.Komkov, Design Sensitivity Analysis of structural Systems, Academic Press, New York, N.Y.,1986
3. Il-han Park, Beom-taek Lee and Song-yop Hahn, "Design Sensitivity Analysis for Nonlinear Magnetostatic Problems Using Finite Element Method," IEEE Trans.on Magnetics, Vol.28, No.2, pp. 1533-1536,1992
4. S.Williamson and M.J.Robinson, "Calculation of Cage Induction Motor Equivalent Circuit Parameters Using Finite Elements," IEE Proceedings-B, Vol. 138, No.5, pp.246-274,1991