

# 컴퓨터를 이용한 유도전동기의 정상상태 해석

정연택\*, 서영수\*, 김영춘\*, 조문택\*, 이상봉\*\*

\* 명지대학교 전기공학과

## Computer-Aided Steady state Analysis of Induction Motor

Yon-Tack Jung\*, Young-Soo Seo\*, Young-Chun Kim\*, Moon-Taek Cho\*, Sang-Bong Lee\*\*

\*\* Department of Electrical Engineering, Myong-Ji University

### Abstract

Semiconductor switches are modelled as binary inductors, as a very low value of inductance during conduction, and infinite value of inductance otherwise. The system matrix is partitioned in such a manner as to permit efficient handling of switch status. The backward Euler method of integration is used for the solution of equation to ensure convergence.

The application of thyristor switching to induction motor speed control has resulted in a number of unconventional supply systems.

In this paper, an analytic method for predicting the steady-state of performance of system is presented.

### I. 서 론

전력용 반도체를 이용한 유도전동기의 가변속제어는 유도전동기 자체의 특성 때문에 전력전자 분야에서 큰 관심의 대상이 되어왔고, 그러한 유도전동기 운전 시스템에 대한 해석과 설계과정에 있어서 컴퓨터를 이용한 것이 필수적이다.

본 논문에서는 반복없이 정상상태의 해를 만드는 초기 조건을 만들어내기 위한 상태 변수를 이용하여, 적절한 초기조건을 결정하는 방정식이 간단한 행렬에 의해 얻어지도록 하였다. 또한 행렬 미분 방정식의 차수를 감소함이 없이 그 해를 찾도록 함으로써 그러한 해가 전적으로 행렬로 수행될 때 그방법이 디지털 컴퓨터 프로그램에 적절하게 적용되는 것을 고찰하고, 해를 얻기 위해 요구되는 계산시간의 변화에 대해 논했다.

### II. 본 론

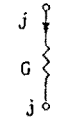
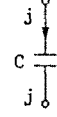
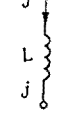

전력변환회로는 저항, 캐패시터, 인덕터와 같은 수동요소와 다이오드, 다이리스터, 전류원, 전압원과 같은 스위칭 소자 그리고 연산증폭기, 승산기와 같은 피드백 제어 요소와 반도체 스위치에 필요로 하는 게이팅 신호로 구성된다. 반도체는 2진 인덕터로 나타낸다.

소자 명세와 실험으로부터 결정된 인덕턴스의 아주 작은 값은 도통기간동안 사용되고 반도체가 저지가 될 때 무한대의 값으로 변한다. 인덕턴스는 소자가 인덕터로 모델링 되었을때 턴-오프 동안 소자에 걸리는 최대 과전압의 좋은 예측을 보여준 시뮬레이션 결과<sup>1)</sup>로써 반도체 소자의 모델을 선택했다. 이것은 반도체 소자에 걸리는 과전압에 대해 적당한 보호회로의 설계를 위해 매우 중요한 것이다.

### 2-1. 절점 공식화

절점방정식의 공식화는 저항, 캐패시터, 전압제어전류원의 경우에 처럼 이용할 수 있는 요소의 어드미턴스를 이용했다. 표 1은 저항, 캐패시터, 인덕터와 전압원의 절점 공식화를 나타냈다. 상호인덕턴스, 제어전원, 연산 증폭기, 이상 변압기 등과 같은 다른 요소들은 일반적인 형태로 쉽게 공식화할 수 있다.

표 1. 저항, 캐패시터, 인덕터, 전압원의 절점 공식화

요 소	기 호	요소 방정식
저 항		$I_j(s) = G(V_j(s) - V_{j'}(s))$
		$I_{j'}(s) = -G(V_j(s) - V_{j'}(s))$
캐패시터		$I_j(s) = sCV(s) - Cv(0)$
		$I_{j'}(s) = -(sCV(s) - Cv(0))$
인덕턴스		$(V_j(s) - V_{j'}(s)) - sLI(s) + Li(0) = 0$
		$I_j(s) = -I_{j'}(s) = I(s)$
전 압 원		$(V_j(s) - V_{j'}(s)) = E(s)$
		$I_j(s) = -I_{j'}(s) = I(s)$

### 2-2. 시스템 방정식의 분할

본 논문에서, 반도체를 나타낸 인덕터는 회로에서 다른 요소들로 분류한다. 라플라스 영역에서 절점 방정식은 식 (1)과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$[G + sCX]X = W_s \quad (1)$$

여기서 X는 S영역에서 미지 벡터를 나타내고 모든 절점 전압을 포함한다. 절점 공식화에서 나타난 모든 인덕턴스와 주파수-독립값은 행렬 G에 저장되고, 반면에 캐패시터와 인덕터 같은 반도체 인덕턴스를 포함하고, 이것은 행렬 C에 나타난 주파수 변수와 관계가 있다. C는 차원이

값고  $W_n$ 는 독립전원과 인덕터/캐패시터 초기 조건이 0이 아닌 S영역에서 전류와 전압을 포함한다.  
반도체 인덕터를 나타내는 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} G_1 & G_2 \\ G_2 & 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{n,1} \\ W_{n,n} \end{bmatrix} \quad (2)$$

행렬  $G_1$ 과  $C_1$ 은 주파수 독립이고 반도체를 제외한 회로의 모든 요소의 주파수 종속을 나타낸다.  $G_2$ 와  $G_2'$ 는 접속 행렬이고,  $D$ 는 회로에서 반도체 스위치의 수와 같은 차수의 대각행렬이다.

벡터  $X_2$ 는  $X_1$ 이 모든 다른 변수들을 포함하는 동안 스위치 인덕터 전류를 포함한다.

### 2-3. 오일러 Backward 알고리즘

시간 영역 방정식의 해에 대한 오일러 Backward 알고리즘은 수치적으로 안정하다. 식 (2)을 적당한 형태로 변환하면 식 (3)과 같다.

$$\begin{bmatrix} G_1 & G_2 \\ G_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{n,1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이것은 시간영역 방정식이 어느 순간에서 시스템 동작을 나타내지만 초기조건이 없다는 것에 유의해야한다. 그러나 수치적인 적분절차는 이전 순간에서 변수의 값을 포함한다.

오일러 Backward 알고리즘을 식 (3)을 적용시키면 식 (4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B' & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}^n + \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix}^{n+1} \quad (4)$$

여기서  $A = hG_1 + C_1$ ,  $h$ 는 적분 기간, 또한  $B = hG_2$ ,  $B' = hG_2'$ 이고  $W_1 = hW_{n,1}$ ,  $W_{n,1}$ 은  $W_{n,1}$ 의 시간영역 등가이다. 식 (4)에서, 첨자  $n$  과  $(n+1)$ 은 적분 시간간격을 나타낸다. 그림 1은 해를 구하기 위한 알고리즘의 플로우 차트를 나타냈다.

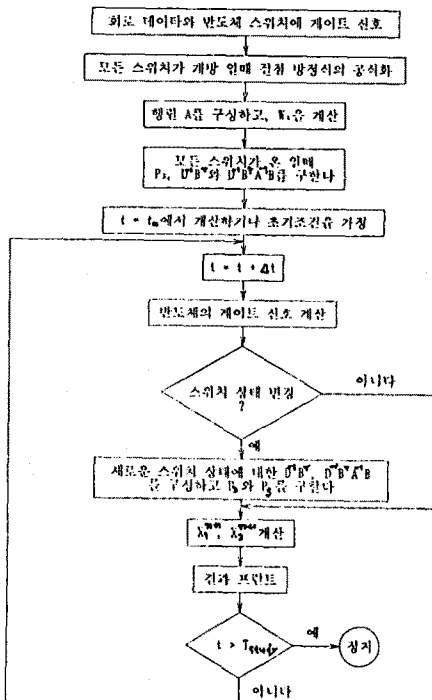


그림 1. 플로우 차트

### 2-4. 교류기의 모델링

유도기의 고정자 권선과 회전자 권선의 2가지로 구성된다. 고정자 권선에 3개의 대칭인 3상권선이 있고, 회전자 또한 3개의 대칭 3상권선을 갖는다고 할 수 있다. 기계 방정식의 수치해 식 표현은 다음과같으로 이루어진다.

- ① 고정자와 회전자 권선은 평형 3상이다.
- ② 유기자속의 공극분포는 방사적이고 정형적이다.
- ③ 기계는 원통 회전자 구조이고 포화되지 않는다.

위에서 언급한 가정하에서 3개의 고정자 상에 대한 전압 방정식은 식 (5)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{sa} &= r_s i_{sa} + \frac{d\phi_{sa}}{dt} \\ u_{sb} &= r_s i_{sb} + \frac{d\phi_{sb}}{dt} \\ u_{sc} &= r_s i_{sc} + \frac{d\phi_{sc}}{dt} \\ u_{ra} &= r_r i_{ra} + \frac{d\phi_{ra}}{dt} \\ u_{rb} &= r_r i_{rb} + \frac{d\phi_{rb}}{dt} \\ u_{rc} &= r_r i_{rc} + \frac{d\phi_{rc}}{dt} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [U_s] &= [R_s][I_s] + [L_{ss}] \frac{d[I_s]}{dt} + [L_{sr}] \frac{d[I_r]}{dt} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \theta} [L_{sr}][I_r] \frac{d\theta}{dt} \\ [U_r] &= [R_r][I_r] + [L_{rr}] \frac{d[I_r]}{dt} + [L_{rs}] \frac{d[I_s]}{dt} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \theta} [L_{rs}][I_s] \frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

이때 식 (6)은 간단하게 식 (7)로 나타낼 수 있다.

$$[U] = [R][I] + [L] \frac{d[I]}{dt} + \omega \frac{\partial [L]}{\partial \theta} [I] \quad (7)$$

여기서,

$$[R] = \begin{bmatrix} [R_s] & [0] \\ [0] & [R_r] \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}$$

따라서 상태 방정식의 일반적인 형식은 식 (8)과 같다.

$$\left[ \frac{dX}{dt} \right] = [A][X] + [B][U] \quad (8)$$

여기서,  $[X]$  = 상태 변수 벡터

$[A]$  = 상태 행렬  $A$

$[B]$  = 상태 행렬  $B$

$[U]$  = 입력 벡터

### III. 시뮬레이션 결과

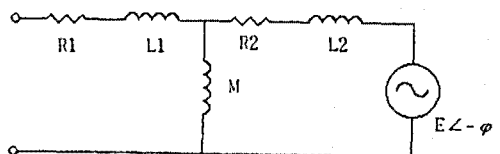


그림 2. 유도 전동기에 대한 단상 R-L-E 등가회로

3상 유도전동기는 RLE 등가회로로 가정했다. 유도전동기의 단상 등가회로는 그림 2에 나타났다. 또한 유도전동기는 1325[rpm]의 일정속도에서 동작한다고 가정했다. 이 때 이러한 등가회로에서, 부하에 나타나는 등가 저항  $R_2/s$ 는 슬립의 값을 사용해서 계산된다. 즉,

$$s = \frac{1500 - 1325}{1500} = 0.117$$

슬립의 이러한 값에서 등가 부하 저항은 136[Ω]이며, 그림 3의 시뮬레이션 결과는 그림 4에 나타났다.

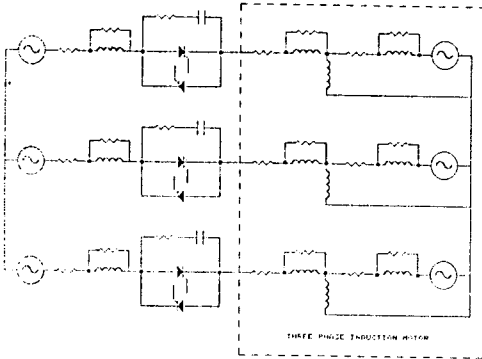


그림 3. 3상 교류 정류기로 구동되는 유도 전동기 회로

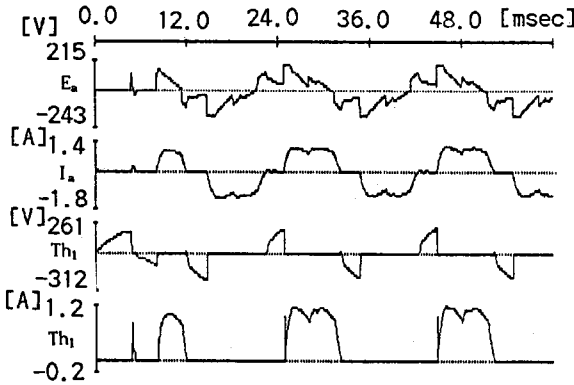


그림 4. 시뮬레이션 결과  
(a) 유도전동기 상전압  
(b) 선전류  
(c) 다이리스터에 걸리는 전압  
(d) 다이리스터에 흐르는 전류

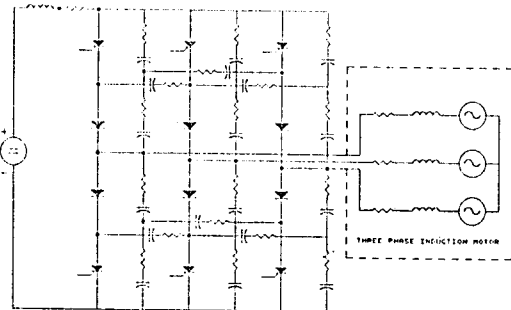


그림 5. 전류원 인버터로 구동되는 유도 전동기 회로

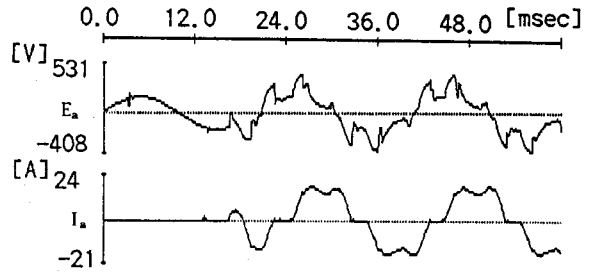


그림 6. 시뮬레이션 결과 파형  
(a) 유도 전동기 상전압  
(b) 선전류

그림 5의 전류원 인버터는 제어 정류기, 직류 링크 리액터로 구성된다. 유도 전동기에 대한 등가회로는 RLE로 모델링 했다.

등가회로의 파라미터는 2차회로에서 감소된 전압의 크기와 주파수 가속도에 비례하기 때문에 쉽게 결정된다. 시뮬레이션을 하기위해, 속도를 1460[rpm]으로 가정했다. 유도 전동기의 파라미터는 표 2에 나타났다.

표 2

파라미터	고정자	회전자
극 수	4	4
전압	220[V]	170[V]
저항/상	0.98[Ω]	0.90[Ω]
자기인덕턴스/상	0.140[H]	0.138[H]
고정자와 회전자 사이의 상호인덕턴스	0.132[H]	0.132[H]
회전자의 관성 모우먼트	0.143[kg · m <sup>2</sup> ]	

#### IV. 결 론

본 논문에서 나타난 변환기 회로에서 스위치의 모델링에 대한 방법은 스위치 상태를 계산하기위해 효율적이었다.

또한 반복없는 정상상태의 해를 만드는 초기조건을 위한 상태변수를 이용하여, 적절한 초기조건을 결정하는 방식이 간단한 행렬에 의해 얻을 수 있었다. 이러한 방법은 다이리스터 전압제어를 하는 회로의 응용시 유도 전동기 설계에 대한 해석에 적합하였으며, 해가 실제적인 실험을 잘 예측하고 있음을 보여주었으며, 그것의 수치적인 우수성이 예를 통하여 입증되었다.

#### 참고문헌

- (1) 서영수, 조문택, 이상봉, 다이리스터의 거시적 모델링에 의한 변환기의 컴퓨터 해석, 대한전기학회 학술연구발표회, 춘계, pp.1-3, 1993.
- (2) MNNEY, W.F., and BICKART, T. 'Linear network theory analysis, properties, design and synthesis'(Matrix, 1981)
- (3) GOLUB, G.H., and VAN LOAN, C.F. 'Matrix computations'(John Hopkins University Press, 1985)
- (4) MURPHY, J.M.D., and CROISETIERE, P. 'User manual for ATOSEC5 simulator', Universite du Quebec, Trois-Rivieres, Quebec, Canada, 1991