

# 혼합 유한요소법을 사용한 H평면의 도파관 접합 해석

○정진교\*, 천창율\*, 정현교\*, 한송엽\*\*

\* 강원대학교 전기공학과, \*\* 서울대학교 전기공학과

Analysis of Waveguide Junction in H-Plane

Using Finite Element-Boundary Element Method

Jin-Kyo Jung\*, Changyul Cheon\*, Hyun-Kyo Jung\* and Song-Yop Hahn\*\*

\* Dept. of Electrical Engineering Kangwon National University

\*\* Dept. of Electrical Engineering Seoul National University

Abstract - An H-Plane waveguide component with arbitrary shape is analyzed using finite element technique(FEM) cooperated with boundary element method(BEM). For the application of BEM in the waveguide structure, a hybrid ray-mode representation of the waveguide Green's function is used. This technique is applied to the waveguide step load and the computed results are compared with the earlier theoretical results

## 1. 서론

도파관접합은 전자파 소자나 회로에 광범위하게 사용되어져 왔으며 이에 대한 연구도 꾸준히 진행되어져 왔다. Davies에 의하여 대칭구조의 순환기에 대한 이론적 결과[1]가 제시 되었지만, 비대칭구조의 해석에 대한 문제점이 거론되었다. 그이후 비대칭구조의 해석에 Point-Matching[2] 방법이 이용되어졌다. Webb와 Porihar[3] 그리고 Lee 와 Cendes[4] 는 유한요소법을 이용하여 H-평면 도파관 접합에 대하여 연구를 하였다. 한편 Kagami와 Fukai[5] 그리고 Koshiha와 Suzuki[6]는 경계요소법을 이용하여 H-평면 도파관 접합에 대하여 연구를 하였다. 유한요소법은 비선형 이방성매질을 포함하는 임의의 불연속 구조에 이용되어 진다. 이 방법은 유한요소방정식을 풀기위하여 많은 컴퓨터 메모리와 오랜 계산 시간을 필요로 한다. 경계요소법은 적분방정식을 기초로 하는 "경계법"의 하나이다. 이는 "영역법"의 하나인 유한요소법에 비하여 행렬의 차수가 감소됨으로써 컴퓨터의 메모리를 경제적으로 이용할 수 있다. 경계요소법을 적용할 때에는 Green 함수를 필요로 한다. 도파관 내에서의 Green 함수를 표현하는데는 일반적으로 3가지 방법[7]이 있다. 레이 표현식의 경우에는 관측점과 전원사이의 거리가 비교적 가까운 경우에 효율적이다. 스펙트럴적분 표현식의 경우에는 레이 표현식의 경우와 유사한 성질을 가진다. 하지만 큰 영

향을 미치는 주된 레이를 분리하는데 있어서 난점이 있다. 모드 표현식의 경우에는 비교적 많은 모드들이 요구되어지므로 전원과 관측점사이의 거리가 비교적 먼 경우에 효율적이다. 이들 어느 하나도 광범위 하게 적용되어 질 수 없으므로 레이 표현식과 모드 표현식의 이점을 최적화하여 표현한 혼합-레이-모드 표현식[8]이 가장 효율적으로 사용되어 질 수 있다.

본 논문에서는 H-평면 도파관의 불연속 문제에 대한 수치 해석방법을 제시하였다. 불연속이라는 것은 임의의 모양을 가질 수 도있고, 내부에 임의의 유전물질을 포함할 수도 있다. 해석방법은 경계요소법과 유한요소법을 결합한 혼합유한요소법을 적용 하였다. 도파관에서의 그린함수는 전원과 관측점사이의 거리에 대하여 수치해석상 효율적인 것으로 알려진 혼합-레이-모드표현식을 이용하였다.

## 2. 혼합 유한요소 정식화

그림1에 제시된 것과 같은 불연속 구조를 이루는 H-평면 도파관의 성분에 대하여 생각해 보자. 그림 1에서 제시된 바와 같이 경계  $\Gamma$  는 불연속 구조를 형성하는 해석영역  $\Omega$  와 도파관 영역을 나타내는  $\Omega_w$ 와 경계를 이루는 면이다. 경계  $\Gamma$  은 완전도체의 도파관 경계벽을 나타낸다.  $y$ 축 방향으로는 기하학적 변화가 없다고 가정하고, 단지 TE 모드만을 고려한다. 전원이 없을때,  $\Omega_w$ 영역에서 전계의  $y$ 성분  $E_y$ 에 대한 Helmholtz방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] E_y + k^2 E_y = 0 \quad (1)$$

여기서는  $\exp(j\omega t)$ 의 시간 관계식을 적용하였다. 그림 1에서 일반적인 유한요소법을 적용시키면, 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial E_y}{\partial z} - k^2 W E_y \right] d\Omega - \int_{\Gamma} W \frac{\partial E_y}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_c} W \frac{\partial E_y}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (2)$$

여기서 W는 가중함수로서 알고 있는 값이 된다. 경계  $\Gamma_c$  에서  $W=0$ 을 적용하면 식(2)의 마지막 항은 사라지게 된다.

도파관 영역에서는 다음과 같은 적분 방정식을 얻을 수 있다.

$$E_y' - \int_{\Gamma} \left[ G \frac{\partial E_y}{\partial n_b} + E_y \frac{\partial G}{\partial n_b} \right] d\Gamma = \begin{cases} 0 & \text{경계 } \Omega \\ \frac{1}{2} E_y & \text{경계 } \Gamma \\ E_y & \text{경계 } \Omega_w \end{cases} \quad (3)$$

여기서 G는 도파관에서의 그린함수이고,  $E_y$ 는 입사하는 전계이다. 식(3)에서 외향수직단위 벡터  $\hat{n}_b$ 는 그림2에서 나타난 바와 같이  $\Omega$ 영역에 대해서는 안으로 향하는 방향이고  $\hat{n}$ 에 대해서는 반대방향을 나타낸다.

도파관 그린함수의 혼합-레이-모드 표현식은

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{l=1}^4 \left[ \sum_{n=0}^{N-1} g_{nl}(\vec{r}, \vec{r}') + R_{nl} \right] + \sum_m g_m \quad (4)$$

로서 표현된다. 식(4)에서의  $g_{nl}$ ,  $R_{nl}$ ,  $g_m$ 은 다음과 같다.

$$g_{nl}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{-j}{4} A_{nl} H_0^{(1)} \left( k \sqrt{(x-x')^2 + (z-z')^2} \right)$$

$$R_{nl}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi j} \int_{SDP} \frac{A_{nl}}{K'(1 + \exp(-j2k'd))}$$

$$g_m(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{-j}{\xi d} \sin(k'z) \sin(k'z') \exp(-j\xi|x-x'|) \Big|_{\xi=\xi_m}$$

여기서

$$Z_{nl} = \begin{cases} |z - z'| + 2nd & l = 1 \\ z + z' + 2nd & l = 2 \\ -(z - z') + 2(n+1)d & l = 3 \\ -|z - z'| + 2(n+1)d & l = 4 \end{cases} \quad (5)$$

이며,  $k' = \sqrt{k^2 - \xi^2}$  이고  $A_{nl}$ 은  $l=1,3$  일때는 1,  $l=2,4$  일때는 -1이다. 식(4)에서 모드  $g_m$ 은 점근적 최대감쇄변화경로에 대한 실수축상의 점근선 경로로부터  $R_{nl}$ 의 왜곡이 발

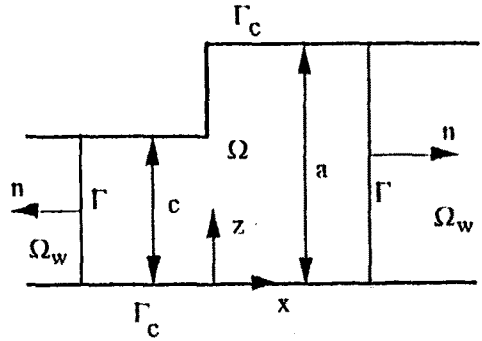


Fig. 1 Geometry of the problem

생하는 경로에 의하여 형성 된다.

식(2)와 (3)으로부터 선형대수 방정식을 얻기 위하여 해석영역  $\Omega$ 와 경계  $\Gamma$ 를 유한요소화 하는 것이다. 결과적으로 선형 대수방정식을 역변환 과정을 통하여 풀면 해석영역  $\Omega$ 에서의 전계, 경계  $\Gamma$ 에서의 전계 및 이 전계에 대한 수직변화량이 얻어지게 된다. 그리고 경계  $\Gamma$ 에서 자체의 z성분은

$$H_z = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial}{\partial x} E_y$$

계산되므로, 경계  $\Gamma$ 를 통하여 x 방향으로 흐르는 전력은 ( $E_y H_z$ )로서 쉽게 계산될 수 있다.

### 3. 사례 연구

그림 (2)는 WR90계열의 도파관 계단부하에서의 반사계수를 서로 다른 주파수대역 즉 9.5, 10, 10.5GHz에서 계산한 것이다. 'a'의 길이가 0.85cm일때 반사계수는 세 주파수 대역에서 -20dB이하의 값을 갖음을 볼 수 있다.

그림 (3)과 (4)는 도파관의 계단 접합부에서의 서셉턴스를 계산한 것이다. 모드정합 방법에 의한 근사적인 결과와 논문에서 제시한 혼합 유한요소법의 결과를 비교하였는바 도파관의 차단주파수 이상에서는 잘 일치하고 있음을 보여준다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 도파관 접합부분 해석을 위하여 혼합 레이-모드 표현식의 도파관그린함수를 이용한 혼합 유한요소법을 제안 하였다. 또한 해석법의 타당성을 다른 해석방법에 의한 결과와 비교하여 검증 하였다. 이러한 기술은 결합기나 순환기와 같은 다른 형의 도파관접합 소자에도 응용될 수 있을 것으로 생각한다.

5. 참고문헌

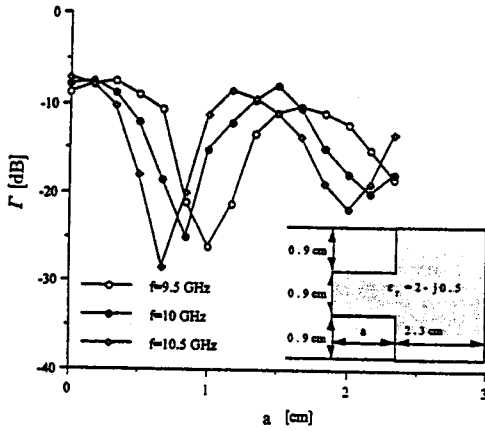


Fig. 2 Reflection coefficient of step matched load in dB

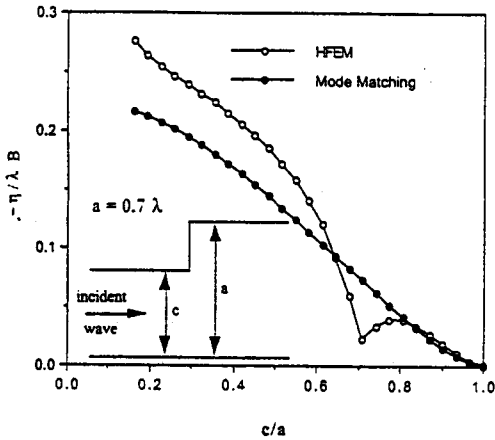


Fig. 3 Susceptance of an inductive aperture

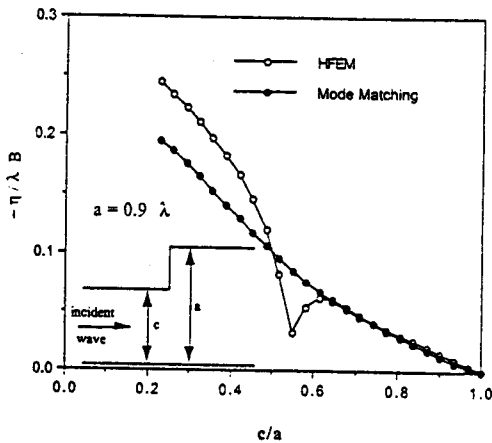


Fig. 4 Susceptance of an inductive aperture

- [1] J. B. Davies, "An Analysis of The M-Port Symmetrical H-Plane Waveguide Junction with Central Ferrite Post," IRE Trans. Microwave Theory Tech., vol. TT-10, pp. 96-604, Nov. 1962.
- [2] M. E. El-Shandwily, A. A. Kamal, and E. A. F. Abdallah, "General Field Theory Treatment of H-Plane Waveguide Junction Circulator," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MIT-21, pp. 392-408, June 1973.
- [3] J. P. Webb and S. Poihar, "Finite Element Analysis of H-Plane Rectangular Waveguide Problems," Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 133, pt. H. no. 2, pp. 91-94, Apr. 1986.
- [4] J. Lee. and Z. J. Cendes, "An Adaptive Spectral Response Modeling Procedure for Multipost Microwave Circuits," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MIT-35, pp. 1240-1247, Dec. 1987.
- [5] S. Kagami and I. Fukai, "Application of Boundary-Element Method to Electromagnetic Field Problems," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-32, pp. 455-461, Apr. 1984.
- [6] M. Koshiba and M. Suzuki, "Application of Boundary-Element Method to Waveguide Discontinuities," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-34, pp. 301-307, Feb. 1986.
- [7] I. T. Lu and R. L. Olesen, "Analysis of Transmission Line Structures Using a New Image-Mode Green's Function," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 38 no. 6, pp. 782-784, June 1990.
- [8] I. T. Lu and H. K. Jung and C. M. Tsai, "Hybrid Combinations of Global and Local Operators for Solving Helmholtz and Poisson Equations," J. Comp. Physics, vol. 103, no. 2, Dec. 1992.