Dual-channel directional couplers
동작특성 해석을 위한 BPM의 적용

강 경 우 , 강 형 부
한양대학교 전기공학과

Application of the Beam Propagation Method to the analysis of Dual-channel directional couplers

Kyung Woo Kang , Hyung Boo Kang
Dept.of eletrical eng.,HANGYANG UIVERSITY

Abstract

We have numerically analyzed by using the Beam Propagation Method the Dual-channel directional couplers, which peforms a number of useful fuctions in thin-films devices, including power division, modulation, switching, frequency selection, and polarization selection. We also use the effective index method to reduce one dimension.

I. 서론

반도체 레이저의 개발로 인해서 가속화된 Integrated Optics분야의 중요한 구성요소로서, power division, modulation, switcing, frequency selection과 polarization selection등의 기능을 수행하는 Directional couplers의 동작특성을 해석하기 위하여 BPM(beam propagation method)[1][2]과 Effective index method[3]를 이용한다.

BPM은 beam의 전파를 전파(propagation) 측방향으로 조그마한 스텝으로 나누어 그 스텝의 입력면과 출력면에서의 계(fields)와 관련된 계산을 하고, 그러한 계산을 각 스텝에 대해 반복적으로 실행해나가는 방법이다. Effective index method는 3차원적인 waveguide구조를 한차원 줄이기 위하여 사용하였다.

II. B P M

2차원적인 beam propagaton method의 기본적인 수식은 다음과 같다.

$$W(x,\ z+\Delta z) = \exp\left\{-j\frac{\Delta z}{2}\left[\frac{\nabla_t^2}{(\nabla_t^2 + k_o^2 n_o^2)^{\frac{1}{2}} + k_o n_o}\right]\right\}$$

$$\times \exp\{-j\Delta z\, X(x,z)\}$$

$$\times \exp\left\{-j\frac{\Delta z}{2}\left[\frac{\nabla_t^2}{(\nabla_t^2 + k_o^2 n_o^2)^{\frac{1}{2}} + k_o n_o}\right]\right\} W(x,z)$$

$$+ O(\Delta z^3) \qquad (1)$$

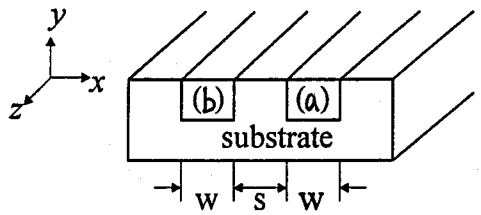
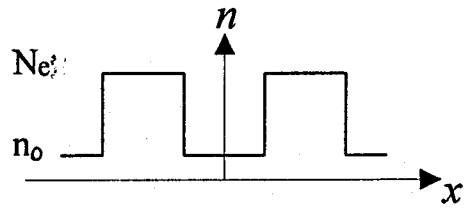


그림1. Dual-channel directional couplers



$$Neff(x,z) = n_0 + \Delta n(x,z)$$

그림2. 굴절율 분포

여기서

$$X(x,z) = k_o \Delta n(x,z)$$

$$k_o = \frac{w}{c}$$

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

이다.

처음과 끝의 지수항은, 비임이 substrate의 굴절율 n_o의 일정한 분포를 갖는 medium을 전파(propagation)하는 것을 나타낸 것이다. 이것은 다음과 같은 파동방정식을 만족시킨다.

$$\nabla^2 E + k_o^2 n_o^2(x,z) E = 0$$

가운데의 지수항은 guide layer과 substrate layer와의 굴절율 분포차로 인해서 생기는 phase shift를 나타낸다.

III. 해석 대상 및 해석 방법

Dual-channel directional couplers의 개략적인 구조는 그림1에 나타내었다.

굴절율 분포 n(x,y,z)는 effective index method를 이용하여 x,z의 함수인 $N_{eff}(x,z)$로 대치할 수 있다. 결과적인 굴절율 분포는 그림2와 같다.

개개의 waveguide의 fields는 다음과 같다.

$$a(x,z,t) = A(z)\,\mathcal{E}_y^{(m)}(x)\,\exp\{\,i[\,wt - (\beta_a + M_a)z]\,\}$$

$$b(x,z,t) = B(z)\,\mathcal{E}_y^{(1)}(x)\,\exp\{\,i[\,wt - (\beta_b + M_b)z]\,\}$$

여기서 M_a, M_b는 인접한 waveguide의 존재를 고려한 위상의 보정분이다.

$$\vec{E(z)} \equiv \begin{vmatrix} B(z)\,e^{-i\beta_b' z} \\ A(z)\,e^{-i\beta_a' z} \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} E_1(z) \\ E_2(z) \end{vmatrix}$$

$$\beta_{a,b}' \equiv \beta_{a,b} + M_{a,b}$$

fields amplitudes A(z), B(z)는 coupled-mode equation[4]

$$\frac{dA}{dz} = \kappa B e^{-i\delta z}$$

$$\frac{dB}{dz} = -\kappa^* A e^{i\delta z} \qquad (2)$$

$$2\delta = (\beta_b - \beta_a) + (M_a - M_b)$$

을 만족시킨다. 결국 (2)식은 다음과 같다.

$$\frac{d\vec{E}}{dz} = \bar{c}\,\vec{E} \qquad (3)$$

여기서 $\bar{c}$ matrix는

$$\bar{c} = \begin{vmatrix} -i\beta_b' & -\kappa^* \\ \kappa & -i\beta_a' \end{vmatrix}$$

이다.

(3)식의 해를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$E(z) = E(0)\,e^{i\gamma z} \qquad (4)$$

(3)식과 (4)식을 결합시키면

$$\bar{c}\,\vec{E} = i\gamma\vec{E} \qquad (5)$$

이 얻어진다.

matrix 의 eigenvalue $i\gamma$를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\gamma_{1,2} = -\frac{\beta_a' + \beta_b'}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\beta_a' - \beta_b')^2 + 4\kappa^2}$$

$$= -\bar{\beta} \pm S$$

$$\bar{\beta} = -\frac{\beta_a' + \beta_b'}{2}\,, \quad S = \frac{1}{2}\sqrt{(\beta_a' - \beta_b')^2 + 4\kappa^2}$$

얻어진 $\gamma_{1,2}$ 의 값을 (5)식에 대입하면, 대응되는 eigenvector가 얻어진다.

$$\vec{E_1}(z) = \begin{vmatrix} i\dfrac{\kappa^*}{\delta + s} \\ 1 \end{vmatrix} e^{-i(\bar{\beta} - s)z}$$

$$\vec{E_2}(z) = \begin{vmatrix} i\dfrac{\kappa^*}{\delta - s} \\ 1 \end{vmatrix} e^{-i(\bar{\beta} + s)z}$$

해석대상으로는 각 waveguide가 동일하고, 폭 w과 간격 s을 각각 3 μm로 하였다. 비임의 파장λ는 1μm이다. waveguide의 가이딩층의 굴절율 n_1은 3.605이고, substrate의 굴절율 n_2는 3.6이다. 이것은 GaAs에 해당하고, 가이딩층은 300keV proton bombardment에 의해 형성된 것이다.

하나의 channel waveguide의 굴절율을 effective index method로 구하면, N_{eff} = 3.60279라는 값을 얻게 된다.

각각의 waveguide가 똑같은 위상속도를 가진다면 다음과 같은 eigenmode들을 얻게 된다.

$$\vec{E_1}(z) = \begin{vmatrix} i\dfrac{\kappa^*}{|\kappa|} \\ 1 \end{vmatrix} e^{-i(\beta - |\kappa|)z}$$

$$\vec{E_2}(z) = \begin{vmatrix} -i\dfrac{\kappa^*}{|\kappa|} \\ 1 \end{vmatrix} e^{-i(\beta + |\kappa|)z}$$

$$\beta \equiv \beta_1 = \beta_2$$

Coupling coefficient κ는 아래식에 의해 주어진다.

$$\kappa = \frac{\omega\varepsilon_0}{4}\int_{-\infty}^{\infty}[\,N_e^2(x) - n^2_{(a,b)}(x)\,]\,\mathcal{E}_y^{(a)}\,\mathcal{E}_y^{(b)}\,dx$$

결론적으로 얻어지는 (1)식에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$E_{1,2}(\,x, z+\Delta z) = \exp\left\{-j\frac{\Delta z}{2}\left[\frac{\nabla_t^2}{(\nabla_t^2 + k_0^2 n_0^2)^{\frac{1}{2}} + k_0 n_0}\right]\right\}$$

$$\times \exp\{-j\Delta z(\,X(x,z) \pm \kappa\,)\}$$

$$\times \exp\left\{-j\frac{\Delta z}{2}\left[\frac{\nabla_t^2}{(\nabla_t^2 + k_0^2 n_0^2)^{\frac{1}{2}} + k_0 n_0}\right]\right\} E_{1,2}(x,z)$$

$$+ O(\Delta z^3) \qquad (6)$$

(6)식에서 field amplitude E는 Laplacian oporator ∇_t^2를 포함한 지수항과 곱해지기전에 먼저 Fourier transform되어진다. 그 곱셈후에 가운데의 지수항과 곱해지기 전에 inverse-Fourier transform을 행한다. 마지막으로 한번 더 이과정을 반복함으로써 z의 위치에서 Δz만큼 떨어진 z+Δz의 위치에서의 전계성분을 계산해 나갈 수 있다.

Fourier transform은 실질적으로 FFT(fast Fourier transform) algorithm으로 계산되어지므로 개인용 소형 컴퓨터에서도 비교적 빠른 시간내에 계산을 수행해 나갈 수 있다.

IV. 결과 및 결론

그림3은 (b)waveguide에 비임이 입사되었을 때의 입력 fields의 분포를 나타낸 것이다. 해석대상의 coupling coefficient κ는, 그림3의 fields분포로부터 계산하면 대략 5.556cm^{-1}를 얻게 된다.

그림4, 그림5, 그림6은 위의 κ로 계산한 전파(propagation)축거리에 따른 3.7mm까지의 optical power distribution을 나타낸 것이다. 그림4, 그림5, 그림6의 비교는 표1에 나타내었다.

그림4의 경우 grid의 끝단(edge)에서의 반사로 인해 power분포가 정확치 못함을 볼 수 있는 데, 이런 문제점은 grid의 끝단에 absorber를 놓음으로 해결할 수 있다. 본 수치해석에서는 absorber를 놓는 대신에 grid의 폭을 크게 하여 그림5와 그림6의 결과를 얻었다. 그림6은 -19.2 ~ 19.2 μm 사이만의 Optical power distribution을 나타내었는 데, 그림5보다도 더욱 정확하다는 것을 볼 수 있었다.

coupling coefficient κ에 따른 100% coupling의 경우 세가지 모두 대략 3 mm를 나타내는 데 이것들은 coupled-mode theory의 값과 거의 일치함을 볼 수 있었다. 두 값의 차이는 fields분포의 정확치 못한 계산과 BPM의 스텝사이즈 Δz의 크기에 따른 오차로 볼 수 있다. 스텝사이즈 Δz를 작게 하고 fields분포의 정확한 계산이 뒤따른다면 오차를 상당히 줄일 수 있다고 본다.

본 수치해석에서는 3차원의 dual-channel coulpers를 effective index method를 이용하여 2차원적으로 계산하였는데, 얻어진 결과들로 미루어 보아 3차원의 dual-channel directional couplers의 optical switching과 power division을 상당히 정확히 해석할 수 있다는 것을 볼 수 있었다.

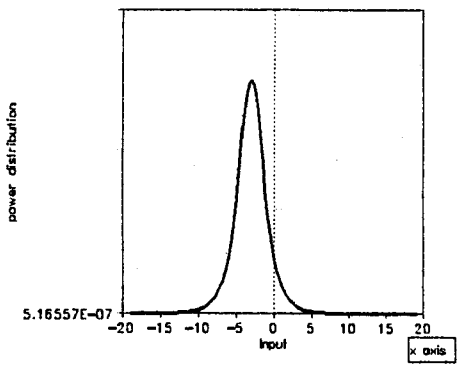


그림3. 입력 optical power 분포

표 1

	N	Δz [μm]	x의 해석 범위 [μm]
그림 4	128	1.0	-8~8
그림 5	128	1.0	-19.2~19.2
그림 6	512	1.0	-76.8~76.8

N = L / Δx
L은 grid의 경계사이의 길이이다.

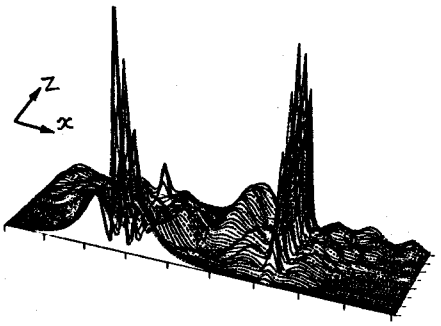


그림4. L=16[μm]일 때의 비임의 전파에 따른 optical power 분포

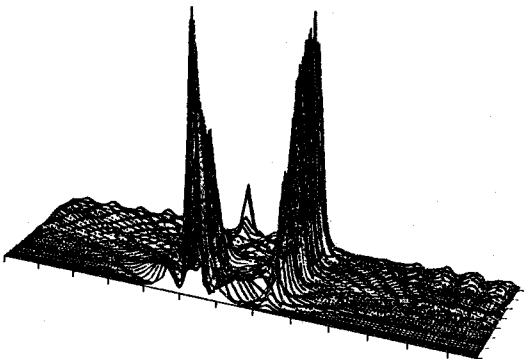


그림5. L=38.4[μm]일 때의 비임의 전파에 따른 optical power 분포

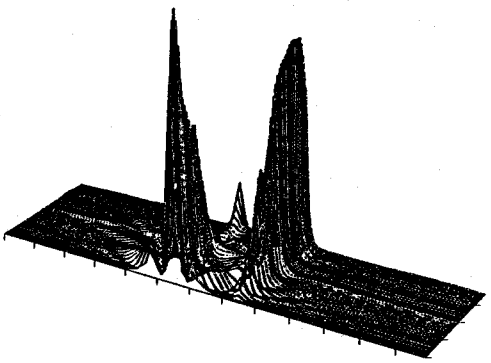


그림6. L=153.6[μm]일 때의 비임의 전파에 따른 optical power 분포

참고 문헌

1. M.D.Feit and J.A.Fleck,Jr., Appl.Opt.,Vol.14,No.24 3990 1978
2. L.Bersiner and U.Hemplmann and E.Strake, J.Opt.Soc.Am.,Vol.8,No.2,422 1991
3. G.B.Hocker and W.K.Burn, Appl.Opt.,Vol.16,No.1,113 1977
4. Amnon Yariv, Optical electronics 4th edition,1991