

두피 뇌파의 전류밀도 분포를 통한 쌍극자 전압원의 3차원적 위치 추적

○구 성훈*, 김 선일**, 이 두수*

* 한양 대학교 공과대학 전자공학과, **한양 대학교 의과대학 계량의학교실

Electric Dipole Tracing

by means of the Scalp Current Density Distribution

Seung Hoon Goo*, Sun Il Kim**, Doo Soo Lee*

*Dept. of Electronic Eng., Hanyang University, **College of Medicine, Hanyang University

1. Introduction

인간의 유발성 전위(evoked scalp potential)와 뇌 피질 속의 Source 사이의 관계를 규명하는 일은 뇌파 연구에 있어서 오랫동안 큰 과제였다. 이 문제에 대한 몇몇의 결과들은 여러 신경의학 부분에서 얻어지는 실험적인 결과와의 관계에 있어서 매우 중대한 영향을 미쳤다.

많은 학자들이 source localization 문제에 여러가지 다른 방식으로 접근했다. 많은 접근 방식이 논의가 되었지만 실제 적용된 것은 몇몇에 불과하다. 여러 다양한 이유때문에 대부분의 노력들은 source의 dipole model에 초점이 맞추어졌다. 몇몇 학자들은 dipole이 어떤 특정 두 피전위에 대해 적용하기 좋은 것이라고 여겼고, 실제 측정데이터와 dipole potential 간의 유사성에 기초를 둔 이런 modeling 연구에 많은 결과를 남겼다.

2. Source Localization

머리가 반경이 R이고 도전율이 σ 인 homogenous 구면체라고 가정할 때 z축상에 있는 (p_x, p_y, p_z)의 moment로 가진 dipole에 의해 발생되는 $r=R$ 지점의 potential은 다음과 같이 주어진다.

$$V = \frac{P_z}{4\pi \sigma R^2} \left[\frac{\frac{1-f^2}{(1+f^2-2f\mu)^{3/2}} - 1}{\frac{P_x \cos \phi + P_y \sin \phi}{4\pi \sigma R^2 \sin \theta} \left[\frac{3f-3f^2\mu+f^3-\mu}{(1+f^2-2f\mu)^{3/2}} + \mu \right]} \right]$$

그리고 뇌의 반경이 r_1 이고 꿀의 외곽 반경이 r_2 두피의 반경이 r_3 인 경우, 이 Inhomogenous sphere의 두피에서 측정되는 전압은 다음과 같다.

$$V(r_3, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n M_0 K_{nm} P_{nm}(\mu) \cos(m\phi)$$

위의 식 중 Homogenous sphere에 관한 식을 Non-linear system matrix를 사용해서 풀었다. 일정 위치에서 전위가 주어지면 그 주어진 일련의 전위값들에서 우리가 필요로 하는 값들은 $f, \alpha, \beta, P_x, P_y, P_z$ 이다. 즉 non-linear, inhomogenous한 함수의 인자들을 수치 해석으로 풀어야 한다. 이것을 풀기 위한 Non-linear system matrix는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= [\bar{f}, \bar{P}_x, \bar{P}_y, \bar{\alpha}, \bar{\beta}]^T \\ d\bar{x} &= [df, dP_x, dP_y, d\alpha, d\beta]^T \\ \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial f} & \frac{\partial V_1}{\partial P_x} & \cdots & \frac{\partial V_1}{\partial \beta} \\ \frac{\partial V_2}{\partial f} & \frac{\partial V_2}{\partial P_x} & \cdots & \frac{\partial V_2}{\partial \beta} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial V_n}{\partial f} & \frac{\partial V_n}{\partial P_x} & \cdots & \frac{\partial V_n}{\partial \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} df \\ dP_x \\ dP_y \\ d\alpha \\ d\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_1(x) \\ V_2(x) \\ \vdots \\ V_n(x) \end{bmatrix} \\ V'(x) dx &= -V(x) \\ dx &= -V'(x)^{-1} V(x) \end{aligned}$$

여기서 우리가 구하고자 하는 \bar{x} 는 다음과 같이 나타난다.

$$\bar{x} = \bar{x} + \Delta x \approx x + dx = x - f'(x) f(x)$$

이전에 초기화 값으로 가지고 있던 x 에 dx 를 더한 값을 새로운 초기값으로 해서 헛식을 다시 풀다. 여기서 구한 dx 를 다시 x 에 더해서 이것을 새로운 초기값으로 해서 다시 dx 를 계산한다. 이런 식으로 해서 dx 가 우리가 원하는 값만큼 작아질때까지 이런것을 계속 반복한다. 이렇

게 해서 얻어진 x 값은 우리가 구하고자 하는 dipole의 위치와 크기, 방향등을 알려줄 것이다.

dipole의 위치를 z축상에 두고 방향성분을 (0,0,1)로 갖게 했다. 그 크기는 1로 했다. dipole의 위치가 z축상에만 존재하고 방향이 항상 위쪽으로만 향하는 크기가 1의 dipole이라면 우리가 찾아야 할 data는 f이다. 이것은 $V = F(f)$ 의 함수로 나타낼 수 있는데 이것은 Newton - Raphson Method로 f값을 구할 수 있다. 첫식을 토대로 해서 그 값을 구해보면 임의의 f값에 대해 근을 잘 찾아감을 볼 수 있다.

3. 뇌파의 Voltage 및 Current의 3차원적 도해

뇌의 전기적인 활동을 설명함에 있어서 한가지 길은 원인을 기하학적인 방법으로 측정하는 것이다. 그 측정되는 양은 두피사의 두 절간의 전위차이다. 이러한 두피전위 (Scalp Potential, SP)는 뇌 내부의 Source와 선택되어진 기준 전극에 기인한다. 이러한 종속관계를 피하고 다른 해부학적인 구조 (뇌, 꿀, 두피, 등)상의 도전을 때문에 발생하는 전위장의 도말현상을 감소시키기 위해서 두피전류밀도 (SCD)라는 개념이 도입되었다.

SCD는 전류의 두피상의 근원지와 소멸지를 알려준다. 양의 전류밀도를 가진 두피영역은 근원지에 해당되는데 여기서 전류는 꿀을 통해 두피로 흘러들어간다. 지금까지 SCD는 10-20 전극 위치 시스템이나 특정한 다중 전극 설정방식을 사용한 쌍극자 미분으로부터 신호의 수학적인 합과 차를 계산함으로 구했다. 그러나 이 방법은 전극이 있는 위치에서만 SCD를 측정할 수 있게 했고 표면 전체에서의 SCD측정은 제외되었다. 더구나 계산 방법은 평평한 두피라는 가정하에 했다.

우리는 뇌파의 3차원적인 도해를 Scalp Potential과 Scalp Current Density의 두가지 측면에서 비교 해석해 보고자 한다. 모델은 Inhomogenous 모델을 사용했다.

전형적인 머리의 구조를 살펴보면 반경이 r_1 이고 도전율이 σ_1 인 이상적인 구의 형태의 뇌가 있고 그것을 반경이 r_2 이고 도전율이 σ_2 인 꿀이 쌓여 있고 그 바깥에 반경이 r_3 이고 도전율이 뇌의 도전율과 같은 σ_3 를 가진 표피가 감싸고 있다. z축의 $r=rR$ 되는 지점에 Dipole moment (m_x, m_y, m_z)를 가진 전류점 Dipole에 존재할 때 구면 좌표계에서 두피의 임의의 점 $M(\sigma, \phi)$ 에서 형성되는 전위 $V(\sigma, \phi)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$V = (\sum C_n f^{n-1} (n m_z P_n(\cos \theta)) + (m_x \cos \phi + m_y \sin \phi) P_{n+1}(\cos \theta)) / (4\pi \sigma R^2)$$

여기서

P_n 과 P_n' 은 legendre polynomials과 관계된 Legendre functions이다.

$$* S = \sigma_s / \sigma, f_1 = r_1 / R, f_2 = r_2 / R$$

$$\begin{aligned} C_n &= (2n+1)^3 S / (n(n+1)d_n) \\ d_n &= ((n+1)S + n)(1+nS/(n+1)) \\ &\quad + (1-S)(n+(n+1)S)f^{2n+1}f_1 - f^{2n+1}f_2 \\ &\quad - n(1-S)^2(f_1/f_2) \end{aligned}$$

전류밀도식은 $P_n(\cos \theta)$ 와 $(m_x \cos \phi + m_y \sin \phi)$ $P_{n+1}(\cos \theta)$ 가 $-n(n+1)/R^2$ 의 eigenvalue를 갖는 eigenfunction이라는 사실하에 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} I &= \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)C_n f^{n-1} (n m_z P_n(\cos \theta)) \\ &\quad + (m_x \cos \phi + m_y \sin \phi) P_{n+1}(\cos \theta)) / (4\pi R^4) \end{aligned}$$

윗 식을 기초로해서 머리를 하나의 유전율을 가진 완전한 구면체(Homogeneous Model)라는 가정하에 SCD (Scalp Current Density)와 SP (Scalp potential) Mapping을 시켰다. 이 Mapping된 SCD (Scalp Current Density)와 SP (Scalp potential)을 비교해보면 SCD가 SP보다 최대 peak점의 위치를 더 잘 나타내 준다. 게다가 dipole이 길이가 있고 방향을 가진 것이고 가정할 때 이 dipole로부터 측정 점 까지의 거리를 d라고 한다면 d가 증가할 때 SP는 $1/d^3$ 만큼 감소하는데 비해 SCD는 $1/d^3$ 만큼 감소한다. 결국 SP보다는 SCD가 dipole와 측정점간의 거리에 대해 더욱 예민하게 반응한다는 것이다.

4. 실제 측정된 Scalp Potential로부터 임의의 점에서의 Scalp Potential의 해석.

실제적으로 Scalp Potential은 우리가 주는 것이 아니라 측정에서 얻어지는 것이다. Electrode의 위치를 동일하게 하더라도 머리의 구조가 사람마다 다르고 건강상태, 연령, 현재 주어지고 있는 자극 등등 그 electrode에서 측정되어지는 SP는 동일인에 대해서도 많은 변화를 일으킨다. 또한 우리가 SP Mapping에서 실제 얻고자 하는 것은 SCD Mapping이고 이 SCD Mapping으로부터 Dipole의 위치를 파악하는 것이다. 그런데 우리가 알고 있는 DATA의 수는 불과 몇개로 한정되어 있으므로 여기에서 머리 전 영역의 Potential을 알기 위해서는 Interpolation이 필요하다. 특히 변수가 하나만 변하는 것이 아니라 여러개의 독립 변수에 의한 것이기 때문에 Multiple Interpolation이 필요하다.

우리는 실험에서 24개의 점에 대한 Data를 주고 그 점에 대해 Interpolation을 시켰다. 여기서 변수로 작용하는 것은 θ 와 ϕ 이므로 2차원 Interpolation이 되는 것이다.

우선 Data가 주어지는 점을 그림과 같이 정한다음 각 점에서의 Potential을 앞에서 수식으로 구한 값으로 주었다. 그리고 앞에서 구한 구면의 모든 integer 좌표값에 대해서 Interpolation한 값을 모두 구했다. 이 값을 Analyzer상에서 3차원으로 표시한 결과 수식으로 구해서 Mapping 시킨

것과 거의 유사하게 나타났다.

5. 결론 및 향후 계획

오랫동안 뇌파의 Source localization은 많은 사람들이 관심을 가졌었고 그 결과 많은 결실이 있었다. 특히 Computer 상의 3차원 Image Processing의 발달로 뇌파의 3차원 도해는 예전에는 단순한 파형의 모습에서 추정해야만 했던 뇌의 여러 가지 현상들을 직접 눈으로 볼 수 있도록 만들었다. 이 그래픽 틀의 발전은 사고하는 뇌의 기본 구조를 실시간에 가깝게 측정할 수 있도록 만들었다.

이 보고서에서 우리는 뇌파의 Source Localization과 SP와 SCD의 3차원 Mapping에 대해 논했다. 그러나 여기서도 아직 더 해결하고 개선해야 할 과제가 남아있다. Source Localization에서는 Inverse Problem의 해석에서 Initial Value의 선택이 중요한 문제로 남아있다. 여기에는 Fuzzy이론을 도입할 예정이다. Dipole의 많은 위치의 변화에서 각 위치변화시의 함수값의 분포를 Computer가 학습하도록 하는 것이다. 그래서 임의의 Potential 분포를 입력시켰을 때 가장 근접한 근似的 분포를 알아내는 것이다.

SP와 SCD의 3차원 도해에서는 이 해석이 머리를 완전한 구면체로 가정하고 한 것이기 때문에 실제 인간의 머리 형태에서는 어떻게 되는가 하는 것이다. 완전 구면이 아닌 머리를 수학적으로 어떻게 표시할것인가 하는 것과 한정된 Data를 가지고 임의의 점에서의 함수값을 구할 Multidimensional Interpolation해석이 남아있는 과제이다.

7. 참고 문헌

- [1] PETER T. SNADER, "Generic Curvature Features from 3-D Images", IEEE TRANSACTIONS, MAN, AND CYBERNETICS, VOL 19, NO. 6, NOVEMBER/DECEMBER 1989
- [2] JAN W.H. MEIJS AND MARIA J. PETERS, "The EEG and MEG, Using a Model of Eccentric Spheres to Describe the Head", IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING, VOL. BME-34, NO.12, DECEMBER
- [3] ROBERT N. KAVANAGH, TERRANCE M. DARCEY, DIETRICH LEHMANN, AND DEREK H. FENDER, "Evaluation of Methods for Three-Dimensional Localization of Electrical Sources in the Human Brain", IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING, VOL. BME-25, NO.5, SEPTEMBER 1978
- [4] CLIFFORD V. NELSON, AND BRAIN C. HODGKIN, "Determination of Magnitudes, Directions, and Locations of Two Independent Dipoles in a Circular Conducting Region from Boundary Potential Measurements", IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING, VOL. BME-28, NO.12, DECEMBER 1981

[5] FRANCOIS PERRIN, OLIVER BERTRAND, AND JACQUES PERNIER, "Scalp Current Density Mapping: Value and Estimation from Potential Data", IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING, VOL. BME-34, NO. 4, APRIL 1987