

多方向 不規則 波浪에 의한 케이블과 浮體 시스템의 反應

Response of Cable-Buoy Systems to Directional Random Waves

全 祥 秀*

1. 서론

수치모델(e.g., Cardone et al., 1976)로 다방향 스펙트라를 예측하여 폭풍에 의한 스펙트라의 다방향성을 제시하여 왔다. 멕시코 만에서 얻어진 현장 관측치에 근거하여 연구자들이(Niedzwecki and Whatley, 1991) 다방향 스펙트라를 cosine power, exponential and exponential series families 로 구성된 다방향 방향분산 함수를 제시함에 따라 삼차원적 해양 수치모델을 수립할 수 있으며 이 함수의 다양한 분산 parameter에 의한 다방향 불규칙 파랑의 물입자 흐름을 예측함에 따라 실제적인 계류 시스템의 반응을 검사 하였다. 또한 케이블에 작용한 수동역학적 파력을 평가하기 위해 항력(drag force)과 관성력(inertia force)을 고려한 Morison 공식을 사용하였으며 계류시스템의 케이블 반응을 입증하기 위해 케이블의 변위에 따른 케이블의 속도 및 궤도, 장력등을 포함하여 다방향 파랑의 수치해석이 부체에 대한 tether 점과 anchor 점에서 수행되었다. 또한 상이한 항력계수와 다양한 파고와 파랑의 parameter에 따라 구조물의 반응에 커다란 영향을 미치고 있음을 보여준다.

2. 케이블과 부체 시스템의 지배 방정식

고정된 파봉에서의 수평으로 작용하는 파력을 평가하기 위한 Morison 공식은 다음과 같이 표기된다.

$$F = C_I A_I \frac{\partial u}{\partial t} + C_D A_D |u| u \quad (1)$$

$$A_I = \rho \pi D^2 / 4$$

$$A_D = \rho D / 2$$

F = 파봉에 작용하는 단위길이당의 수동역학적 힘

ρ = 유체밀도

D = 파봉직경

C_I = 관성력계수

C_D = 항력계수

* 오레곤 주립대학교 토목공학과(Department of Civil Eng., Oregon State University, OR 97330, U.S.A.)

구조물에 작용하는 물입자의 상대속도 및 가속도에 의해 기인되어 정확한 파력을 예측하기 위한 수정된 Morison 공식(Sarpkaya and Issacson, 1981)은 관성력 계수 대신 부가 질량계수(added mass coefficient)를 사용하여 다음과 같이 기술된다.

$$F_i = \frac{1}{2} \rho D C_d^n |\vec{u}^n - \frac{\partial \vec{x}^n}{\partial t}| (u_i^n - \frac{\partial x_i^n}{\partial t}) + \frac{1}{2} \rho D \pi C_d^t |\vec{u}^t - \frac{\partial \vec{x}^t}{\partial t}| (u_i^t - \frac{\partial x_i^t}{\partial t}) + \frac{\pi D^2}{4} \rho (C_a + 1) \frac{\partial u_i^n}{\partial t} - \frac{\pi D^2}{4} \rho C_a \frac{\partial^2 x_i^n}{\partial t^2} \quad (2)$$

C_a : 부가 질량계수

F_i : 케이블 마디의 단위호 길이당의 수동역학적 힘의 i th 성분

u_i^n : 축에 직각방향인 파랑의 속도성분

u_i^t : 축에 접선방향인 파랑의 속도성분

$\partial u_i^n / \partial t$: 축에 직각방향인 파랑의 가속도성분

$\partial x_i^n / \partial t$: 축에 직각방향인 케이블의 속도성분

$\partial x_i^t / \partial t$: 축에 접선방향인 케이블의 속도성분

$\partial^2 x_i^n / \partial t^2$: 축에 직각방향인 케이블의 가속도성분

케이블 마디(Cable segment)

케이블 마디를 따라서 임의의 재료점인 미소의 길이 ds 에 작용하는 동역학적 힘의 평형방정식은 다음과 같다(Ablow and Schechter, 1983).

$$\frac{\partial}{\partial S} \vec{T} + \frac{1}{(1+\epsilon)} \vec{W}_b + \vec{F} + \frac{1}{(1+\epsilon)} \vec{I} = 0, \quad (3)$$

S = 인장된 케이블의 호 길이

\vec{T} = 장력

\vec{W}_b = 인장되지 않은 케이블의 단위길이당 부하중

\vec{F} = 단위 인장길이당 수동역학적 loads

\vec{I} = the d'Alembert force,

ϵ = the strain

경계체(Boundary body)

경계체(Boundary body)를 구면체로 가정하고 파랑에 의한 수동역학적 힘을 계산하기 위해 Morison 공식이 사용되었다. 경계체에 대한 평형방정식은(Chiou, 1989) 다음과 같다.

$$-(M + \rho C_A V) \frac{\partial^2 X_i}{\partial t^2} + (C_A + 1) \rho V \frac{\partial u_i}{\partial t} + \beta q_i + P_i(t) + P_{oi} + W \delta_{i1} - K(X_i - X_i^s) \pm T_i = 0, \quad i=1,2,3 \quad (4)$$

- M = 중간체의 총질량
 W = 중간체의 수중중량
 V = 중간체의 체적
 C_A = 부가질량계수(모든 방향에서 같음)
 $q_i = u_i + v_i + X_i$; i th 상대속도 성분
 $q = (q_k q_k)^{1/2}$, $k = 1, 2, 3$
 $\beta = 0.5 \rho A_0 C_D$
 A_0 = 중간체의 항력지역(모든 방향에서 같음)
 C_D = 중간체의 항력계수(모든 방향에서 같음)
 K = 중간체에 부착된 스프링의 stiffness constant
 X_i^s = 스프링이 늘어지지 않았을때의 좌표
 $P_i(t)$ = 시간에 따라 변하는 집중하중
 P_{oi} = 일정한 집중하중

제안된 다방향 바다모델

Bretschneider 스펙트럼은 유의파고와 풍속대신 최대 주파수에 의해 얻어진다. 이 스펙트럼은 다음과 같이 기술된다(Sarpkaya and Issacson, 1981).

$$S(f) = \frac{5H_s^2}{16f_0} \frac{1}{(f/f_0)^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-4} \right] \quad (5)$$

여기서 H_s 는 유의파고, f_0 는 주파수 스펙트럼의 최고 주파수이다. Jonswap 스펙트럼은 Joint North Sea Wave Project에서 유도 되었으며 더욱 더 날카로운 peak를 갖는 스펙트럼을 얻고 fetch의 한계성 영향을 고려하여 Pierson-Moskowitz 스펙트럼을 수정한 것이다.

$$S(f) = \frac{a g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-4} \right] \gamma^a \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 a &= \exp \left[-(f-f_0)^2 / 2\sigma^2 f_0^2 \right] \\
 \sigma &= 0.07 \text{ for } f \leq f_0 \\
 \sigma &= 0.09 \text{ for } f > f_0
 \end{aligned}$$

σ_a 와 σ_b 는 스펙트라의 최소점에서의 왼쪽과 오른쪽의 넓이에 각각 해당된다. a 는 Phillips' constant에 상응하는 값이며 유의파고에 의해 얻어진다 ($a = H_s^2 / 16\sigma^2$). γ 는 Pierson-Moskowitz 스펙트럼에 상응하는 스펙트럼에 대한 최대 스펙트럼 강도비이며 3.3의 평균값을 갖는다.

방향분산과 단방향 스펙트럼의 주파수에 따라 변하는 term을 서로 곱한 형태속에서 다방향 스펙트럼을 표현하는 것이 일반적이다.

$$S(f, \theta) = S(f)H(f, \theta) d\theta \quad (7)$$

여기서,

$$\int_{-\pi}^{\pi} H(f, \theta) d\theta = 1 \quad (8)$$

공식 (8)은 에너지가 방향분산 함수에 의해 추가되지 않으며 각도 $(-\pi, +\pi)$ 의 지정된 범위 안에서 단방향 스펙트럼의 에너지를 분산시키는 구조이다. 방향분산 parameter(s)와 주방향(θ_0)은 주파수에 의해 결정되며 발표된 데이터를 통해 얻어진다 (Niedzwecki and Whatley, 1991).

$$s(f) = 0.0547f^{-2.23}$$

$$\theta_0(f) = 143.1f^{-0.305}$$

Forristall(Modified-cosine) 모델($H_1(f, \theta)$)은 cosine-power 방향분산 함수의 수정된 Longuet-Higgins 형으로서 현장 관측치에 의해 얻어진 parameters로 구성된 방향분산 함수이다.

$$H_1(f, \theta) = \frac{\Gamma [s(f)+1]}{2\sqrt{\pi} \Gamma [s(f)+\frac{1}{2}]} \cos^{2s(f)} \frac{1}{2} [\theta - \theta_0(f)] \quad (9)$$

그리고 gamma 함수는 적분에 의해 정의된다.

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

Wrapped-around Gaussian 모델($H_2(f, \theta)$)은 정규분포에 근거한 exponential 형태로써 표현된 방향분산 함수이다.

$$H_2(f, \theta) = \frac{1}{2\text{erf}[\frac{\pi}{2\sigma(f)}]^{-1}} \sum_{-k}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma(f)} e^{-1/2 \left[\frac{\theta - \theta_0(f) - 2\pi k}{\sigma(f)} \right]^2} \quad (10)$$

σ 는 방향분산 표준편차이며 K 는 series expansion 의 term수를 나타낸다. erf(x)는 표준 오차함수(standard error function)이며 오차함수(error function), $e_1(x)$,로 표기된다.

$$\begin{aligned} \text{erf}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + e_1 \left[\frac{x}{\sqrt{2}} \right] \right) \end{aligned}$$

여기서,

$$e_1(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Term $\sigma(f)$ 는 다음과 같이 정의된다(Niedzwecki and Whatley, 1991).

$$\sigma(f) = 4.95f - 0.042$$

Circular-normal 모델($H_3(f, \theta)$)은 다음과 같다.

$$H_3(f, \theta) = N(f) \left[\frac{a(f)}{2\pi} \right]^{1/2} e^{-a/2[\theta - \theta_0(f)]^2} \quad (11)$$

여기서,

$$a(f) = 0.037f^{-2.117}$$

Normalizing factor는 다음과 같다.

$$N(f) = \frac{\left[\frac{2\pi}{a(f)} \right]^{1/2}}{\int_{-\pi}^{\pi} e^{-\frac{[0 - \theta_0(f)]^2}{2}} d\theta} \quad (12)$$

공식 (12) 는 오차함수(error function)로 나타낼 수 있다.

$$N(f) = \frac{2}{\sqrt{a(f)} \left[e_1\left[\frac{(\pi - \theta_0(f))}{\sqrt{2}}\right] + e_1\left[\frac{(\pi + \theta_0(f))}{\sqrt{2}}\right] \right]} \quad (13)$$

Niedzwecki 와 Whatley(1991)는 Normalizing factor의 값이 $a(f)$ 의 어떤 값에 대하여도 1에 근사한 값이다 라고 발표 했지만 실제로 계산에 의한 값은 1보다 훨씬 큰 값을 나타냄으로써 spectral density 값이 증폭됨을 보여 본 연구에는 고려되지 않았다. 그림 2.1은 modified cosine 방향분산 함수에 근거한 다방향 파랑 스펙트럼으로서 Bretschneider 스펙트럼을 사용하고 주방향이 0°로 일정한 경우를 보인 것이다. 이 그림에서 삼차원 도면은 파랑의 주파수에 상응하는 방향분산의 매끄러운 특성을 보여주는 반면에 등고선은 다방향 파랑 스펙트럼의 형상 및 방향성을 보여주고 있다.

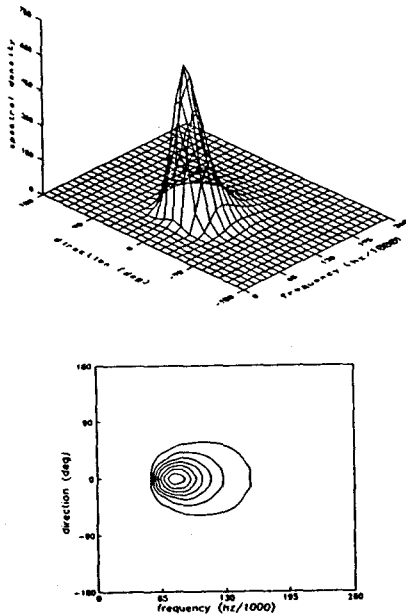


그림 2.1 Directional wave spectrum based on the modified-cosine spreading function and the Bretschneider spectrum for $\theta_0(f)=0$

그림 2.2는 tether점에서 케이블의 궤도를 보여주고 있으며 이것은 파랑의 주파수와 유사한 반응 주파수임을 나타낸다. 즉 파랑의 다방향과 수직진동에 상응한 방향성을 보여준다.

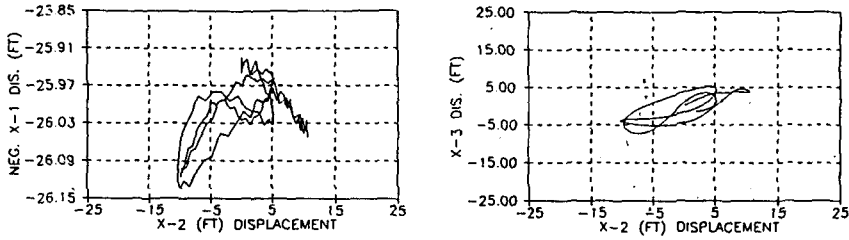


그림 2.2 Cable trajectories at the tether point

그림 2.3은 anchor와 tether에서의 장력반응을 나타낸다. 물 표면 근처에 일어나는 초기의 수평 진동과 phase delay 현상을 케이블의 장력 반응을 통해서 알 수 있을 뿐만 아니라 anchor점과 tether점에서의 서로 다른 phase를 발견할 수 있다.

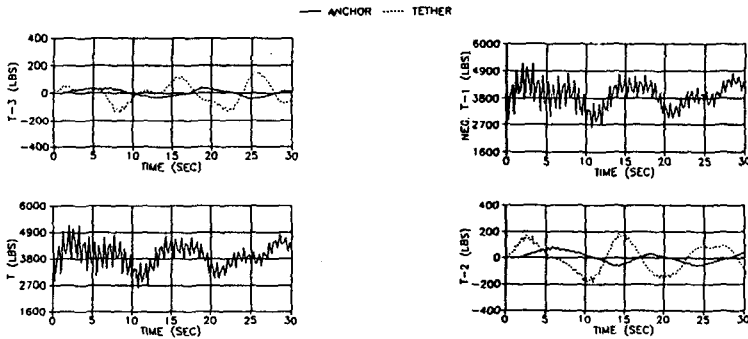


그림 2.3 Tension time histories at the tether point and at the anchor point

3. 고찰

이번 연구의 목적은 불규칙 다방향 파랑에 의한 잠항 케이블 시스템의 반응분석을 위해 계류선의 동역학적 영향을 고려하고자 하였다. 본 연구에서는 실제적인 케이블 시스템의 반응을 평가하여 케이블 시스템의 수명을 정확하게 예측할 수 있음을 제시하고 있다. 또한 다양한 모델 parameter의 주파수와 방향분산각의 결합으로 구성되는 방향분산 함수에 의해 산출된 다방향 불규칙 파랑은 케이블의 동적 반응에 커다란 영향력을 갖으므로 다방향 불규칙 파랑은 해양의 계류 시스템 설계에 반드시 고려되어야 한다.

4. 참고 문헌

Ablow, C.M., and Schechter, S., "Numerical Simulation of Undersea Cable Dynamics," *Ocean Engineering*, Vol. 10, 1983, pp. 443-457

Cardone, V.J., Pierson, W.J., and Ward, E.G., "Hindcasting the Directional Spectra of Hurricane-Generated Waves," *Journal of Petroleum Technology*, Vol. 25, 1976, pp. 385-394

Chiou, R., "Nonlinear Hydrodynamic Response of Curved Singly-Connected Cables," Ph.D. Dissertation, Oregon State University, 1989.

Chiou, R., and Leonard, J.W., "Nonlinear Hydrodynamic Response of Curved Singly-Connected Cables," *Proceedings, Computer modelling in Ocean Engineering*, at Barceloca, Spain, Oct. 1991, pp. 417-424

Forristall, G.Z., Ward, E.G., Cardone, V.J. and Borman, L.E., "The Directional Spectra Kinematics of Surface Gravity Waves in Tropical Storm Delia," *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 8, 1978, pp. 888-909

Leonard, J.W., *Behavior and Analysis of Tension Structures*, McGraw-Hill, New York, 1988.

Longuet-Higgins, M.S., Cartwright, D.E., and Smith, N.D., "Observations of the Directional Spectrum of Sea Waves Using the Motion of a Floating Buoy," in *Ocean Wave Spectra* (pp. 111-136), Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1963.

Niedzwecki, J.M., and Whatley, C.P., "A Comparative Study of Some Directional Sea Models," *Ocean Engineering*, Vol. 18, 1991, pp. 111-128.

Weber, B.L., and Barrick, D.E., "On the Nonlinear Theory for Gravity Waves on the Ocean's Surface, Part I: Derivations," *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 7, 1977, pp 3-10.