

대형 구조물의 최적 진동제어

OPTIMAL VIBRATION CONTROL OF LARGE STRUCTURES

윤 정 방¹⁾ 김 상 범²⁾
Yun, Chung-Bang Kim, Sang-Beom

ABSTRACT

Over the past twenty years, the concept of structural control has been investigated for the application to large civil engineering structures. At the early years, passive control systems, such as tuned mass damper(TMD) and tuned liquid mass damper(TLD), have been utilized to reduce the wind induced vibrations of tall buildings, decks and pylons of long-span bridges. More recently, the active control concept has been applied to reducing the structural vibration and increasing the human comfortness in tall buildings during strong wind. In this study, the effectiveness of the active tuned mass damper(ATMD) has been investigated for reducing vibration of large structures during strong earthquake. Stochastic optimal control theory has been employed. Example analyses are carried out through analytical simulation studies.

1. 서 론

최근 들어 대형구조물의 진동제어에 대한 관심은 실험실 수준의 연구단계를 넘어서, 고층건물, 장대교량 등의 실제 구조물에 적용되는 단계로 높아지고 있다. 대형구조물의 진동제어기술은 구조해석기술의 발전과 고강도 구조재료의 개발로 인하여 구조물이 점점 더 대형화됨에 따라 바람, 지진, 파랑 등 동하중에 대한 이들 구조물의 취약성이 점점 더 커지는 것을 극복하기 위한 수단으로 연구·개발되어 왔다. 초기에는 동조 질량형 감쇠장치(Tuned Mass Damper : TMD)와 같은 수동제어 수단이 주로 사용되었는데[1,2,3], 입력하중의 주파수 특성이 넓게 분포되었을 경우에 이의 효율성이 저하되므로, 최근에는 TMD에 능동제어력을 가하는 능동 동조 질량형감쇠장치(Active Tuned Mass Damper : ATMD)가 많이 연구되고 있다 [1,2,3].

본 연구에서는 지진하중을 받는 구조물을 대상으로 ATMD의 효율성에 대하여 연구하였다. 추계론적 최적제어기법에 대하여 연구하였으며, 예제해석은 수치모의실험기법으로 만들어낸 입력지진과 구조물거동의 기록을 사용하여 수행되었다.

-
- 1) 한국과학기술원 토목공학과 교수
 - 2) 한국과학기술원 토목공학과 석사과정

2. 지진에 대한 구조응답의 모형화

지진발생시 구조물의 동적거동을 제어할 목적으로 여러개의 능동 동조질량형 감쇠장치 (Active Tuned Mass Damper : ATMD)를 설치했을때(그림 1 참조), 이 구조계의 운동방정식은 아래와 같이 얻어진다.

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = -M\{1\}\ddot{z}_p + DU \quad (1)$$

여기서 Y = ATMD를 포함한 구조계의 절점변위벡터; \ddot{z}_p = 지반 가속도; U = 제어력벡터 (control force); M, C, K = 질량, 감쇠 및 강성 행렬; 그리고 D = ATMD를 통하여 가해지는 제어력벡터에 관한 계수행렬이다.

식 (1)을 상태방정식으로 변형하면, 아래와 같은 1차 미분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{X}_p = A_p X_p + B_p U + G_p \ddot{z}_p \quad (2)$$

여기서

$$X_p = \begin{Bmatrix} Y \\ \dot{Y} \end{Bmatrix}, \quad A_p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{Bmatrix} 0 \\ D \end{Bmatrix}, \quad G_p = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

지반운동에 대한 추계론적 특성은 많은 경우에 Kanai-Tajimi Spectrum[4]으로 모형화하는데, 이는 가상의 지하 암반층(base rock) 운동 $w(t)$ 을 white noise 확률과정으로 가정 한 후, 지표면 운동 $z_p(t)$ 을 이에의한 응답거동으로 모형화한 것이다. 이때에, 지표면 운동 과 지하 암반층 운동과의 관계는 아래와 같다.

$$\dot{Z} = A_z Z + G_z w \quad (3)$$

여기서

$$Z = \begin{Bmatrix} z_p \\ \dot{z}_p \end{Bmatrix}, \quad A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix}, \quad G_z = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

그리고 ω_g 와 ξ_g 는 지반의 자유진동과 감쇠 특성에 관련된 상수이다.

식(2)와 식(3)을 조합하면, 구조물과 지표면의 운동을 상태변수로 취한 상태방정식을 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{X} = A X + B U + G w \quad (4)$$

여기서

$$X = \begin{Bmatrix} X_p \\ Z \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} A_p & G[0,1]A_z \\ 0 & A_z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{Bmatrix} B_p \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad G = \begin{Bmatrix} G_p \\ G_z \end{Bmatrix}$$

3. 추계론적 최적제어

3.1 목적함수의 최소화

식(4)로 나타내진 구조계에서 제어력 벡터 $U(t)$ 는 아래와 같은 상태변수와 제어력에 관한 목적함수를 최소화하는 방법으로 산정할 수 있다.

$$\min J(X, U) = E \left\{ \int_{t_0}^{t_f} [X^T(t) Q X(t) + U(t)^T R U(t)] dt \right\} \quad (5)$$

여기서 Q 는 준정치행렬(Semi-Positive Definite)인 가중행렬이고, R 은 정치행렬인 가중행렬이며, t_0 는 지진이 발생한 시점, t_f 는 지진에 의한 구조물의 응답이 끝난 시점이다. 식(5)의 최소화문제는 상태방정식의 제한조건식을 포함시켜서, 다음과 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$\min \bar{J} = E \left\{ \int_{t_0}^{t_f} [X^T(t)QX(t) + U(t)^TRU(t) + \lambda^T(t) \{AX(t) + BU(t) + Gw(t) - \dot{X}(t)\}] dt \right\} \quad (6)$$

위에서, $\lambda(t)$ 는 Lagrangian multiplier 벡터이다.

식(6)에 변분법(Calculus of Variation)을 사용하여 $\delta \bar{J} = 0$ 의 조건을 적용하면, 아래와 같은 $X(t)$, $\lambda(t)$ 와 $U(t)$ 에 대한 식을 얻게된다[5,6,7].

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) + Gw(t) \quad (7)$$

$$\dot{\lambda}(t) = -2QX(t) - A^T\lambda(t) \quad (8)$$

$$U(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}B^T\lambda(t) \quad (9)$$

식(7)-(8)의 경계조건은 $X(t_0) = X(t_f) = 0$, $\lambda(t_f) = 0$ 이어서, 해석구간의 시발점(t_0)과 종료점(t_f)에 대하여 경계조건식이 주어지는 복잡한 문제임을 알 수 있다.

3.2 최적 폐-개회로 제어

식(9)에 의하면, 제어력 $U(t)$ 는 Lagrangian multiplier 벡터 $\lambda(t)$ 에 상수행렬을 곱한 값임을 알 수 있으며, $\lambda(t)$ 는 구조거동인 상태변수 $X(t)$ 에 관련된 폐회로 제어성분(Closed-Loop Control)과 이에 무관한 개회로 제어성분(Open-Loop Control)으로 나누어 아래와 같이 모형화 할 수 있다[5,6,7].

$$\lambda(t) = P(t)X(t) + q(t) \quad (10)$$

따라서, 최적제어력은 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$U(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}B^TP(t)X(t) - \frac{1}{2}R^{-1}B^Tq(t), \quad U(t_f) = 0 \quad (11)$$

여기서 $P(t)$ 와 $q(t)$ 는 미지의 계수행렬과 계수벡터이다.

식(10)과 식(11)을 식(7)-(9)에 대입하면, 아래와 같은 식을 얻을 수 있으며,

$$\begin{aligned} \{ \dot{P}(t) + P(t)A - \frac{1}{2}P(t)BR^{-1}B^TP(t) + A^TP(t) + 2Q \} X(t) \\ + \dot{q}(t) - [\frac{1}{2}PBR^{-1}B^T - A^T] q(t) + PGw(t) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)가 임의의 시점에서의 $X(t)$ 에 대하여 만족되어야 하는 조건으로부터, 아래와 같은 두 개의 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{P}(t) + P(t)A - \frac{1}{2}P(t)BR^{-1}B^TP(t) + A^TP(t) + 2Q = 0, \quad P(t_f) = 0 \quad (13)$$

$$\dot{q}(t) - [\frac{1}{2}PBR^{-1}B^T - A^T] q(t) + PGw(t) = 0, \quad q(t_f) = 0 \quad (14)$$

식(13)은 미지행렬 $P(t)$ 에 대한 Riccati 방정식이다.

실제 구조물에서 제어의 종료점(t_f)을 충분히 길게 취하면, $P(t)$ 는 실제로 제어가 행해지는 초기 구간에서 거의 일정한 값을 가진다[11]. 따라서, $P(t)$ 를 상수행렬로 가정하여,

다음과 같은 식의 해로부터 구할 수 있으며,

$$PA - \frac{1}{2}PBR^{-1}B^TP + A^TP + 2Q = 0 \quad (15)$$

또한, $q(t)$ 는 식(14)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$q(t) = q(t_f)e^{-\frac{1}{2}PBR^{-1}B^T-A^T}(t-t_f)} - \int_{t_f}^t e^{-\frac{1}{2}PBR^{-1}B^T-A^T}(t-\tau)} PGw(\tau)d\tau \quad (16)$$

식(16)에서 보면, $q(t)$ 를 구하기 위하여 미래의 구간 (t, t_f) 에 대한 적분의 수행이 필요하다. 이를 위하여는 미래의 외력 $w(t)$ 를 알아야 하므로, 지진입력의 경우에는 $q(t)$ 를 산정하기가 불가능하다. 그러나, 제 2 절에서 가정한 바와 같이 $w(t)$ 가 white noise Gaussian인 추계론적 입력일 경우에는 식(16)의 두번째 적분 결과의 기대값이 0이 되므로, $q(t) = 0$ 이라고 가정할 수 있다[3]. 따라서 식 (11)의 제어력은 아래와 같이 간단히 된다.

$$U(t) = -\frac{1}{2}R^{-1}B^TPX(t) \quad (17)$$

식(4)에서 정의된 바와 같이 상태변수벡터 $X(t)$ 가 구조물의 거동 $X_p(t)$ 과 지표면의 거동 $Z(t)$ 의 항으로 구성되어 있으므로, 식(17)은 아래와 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$U(t) = F_1X_p(t) + F_2Z(t) \quad (18)$$

여기서 F_1 과 F_2 는 상수행렬이다.

식(18)로부터, 지진에 의한 지표면의 운동을 식(3)의 Kanai-Tajimi 모형과 같이 white noise 입력에 대한 응답거동으로 모형화할 경우, 제어력은 측정된 구조물의 거동 $X_p(t)$ 에 관련된 항(Closed-Loop Control)과 지표면의 입력거동 $Z(t)$ 의 항(Open-Loop Control)으로 구성됨을 알 수 있다. 따라서, 식(18)로 얻은 결과는 최적 폐-개회로제어(Optimal Closed-Open-Loop Control)이다.

4. 예제해석 및 토의

예제해석은 그림 1에서 보인 수평지진하중을 받는 5층의 가상건축구조물에 대하여 수행하였다. 한개의 ATMD가 최상층에 설치되었다고 가정하였고, 구조물은 전단건물모형(Shear Building Model)으로 이상화하였다. 그림 2에서는 ATMD를 사용한 최적 폐-개회로 제어의 흐름도를 보였으며, 표 1에는 구조물과 ATMD의 제원 및 기본자유진동수를 보이었다.

E1 Centro 지진 기록(1940)과 Taft 지진 기록(1952)의 2가지 지진입력에 대하여 해석을 수행하였다. 그림 3은 E1 Centro 지진입력에 대하여, TMD나 ATMD가 설치되지 않은 구조물, TMD만 설치된 구조물, ATMD가 설치된 구조물의 최상층 수평거동이다. TMD와 ATMD의 효과를 보이기 위해, 각 지진입력에 대한 구조물의 최상층 변위, 저면 전단력 및 저면 휨모멘트의 최대값을 표 2에 비교하였다.

그림 3과 표 2에서 보듯이, 제어장치를 설치하지 않은 구조물의 경우에 비하여, TMD를 설치한 경우에 최대응답이 약 1/2로 감소하며, ATMD를 설치한 경우에는 약 1/3 정도로 감소됨을 알 수 있다. 또한 그림 3의 주파수 응답 곡선을 보면, TMD를 설치한 경우 구조물의 첫 번째 진동 모드만이 제어됨에 비해, ATMD를 설치한 경우에는 여러 모우드가 제어됨을 알 수 있다.

References

- [1] J. N. Yang, "Optimal Control Algorithms for Earthquake-Excited Building Structures", International Symposium on Structural Control, 1985
- [2] T. Kobori, "Active Vibration Control for Architectural Structure," Proc. of Int'l Symposium on Active Control of Sound and Vibration, Tokyo, Japan, 1991
- [3] Y. Yamada, "Optimal Dynamic Control Techniques on Earthquake Response of Flexural Structures," Korea-Japan Joint Seminar on Structural Optimization, 1992
- [4] K. Kanai, "Semi-Empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground," Bulletin of the Earthquake Research Institute, Univ. of Tohyo, Vol. 35, June 1957
- [5] H. Kwakernaak and R. Sivan, "Linear Optimal Control Systems", New York, Wiley-International, 1972
- [6] H. H. E. Leipholz and M. Abdel-Rohman, "Control of Structures," Martinus Nijhoff, 1986
- [7] T. T. Soong, "Active Structural Control in Civil Engineering," Engineering Structures, Vol. 10, April, 1988.

표 1 구조모형 및 ATMD의 제원

Story Height (L)	4 m
Story Mass (M)	100 ton
Moment of Inertia of Column (I)	0.001 m ⁴
Young's Modulus (E)	206. GPa
ξ_1, ξ_2	0.003, 0.057
ω_1, ω_2 (Hz)	0.890, 2.598
M _{ATMD}	44.0 ton
K _{ATMD}	13.76 MN/m
C _{ATMD}	246 kN sec/m

표 2 제어효과에 따른 최대거동

Earthquake	without Control	with TMD	with ATMD
El Centro (1940)			
Top Displ. (cm)	24.83	11.12	8.20
Base Shear (kN)	3111.	1298.	850.
Base Moment (kN m)	1556.	649.	425.
Taft (1952)			
Top Displ. (cm)	11.86	5.91	4.55
Base Shear (kN)	1435.	670.	437.
Base Moment (kN m)	717.	335.	218.

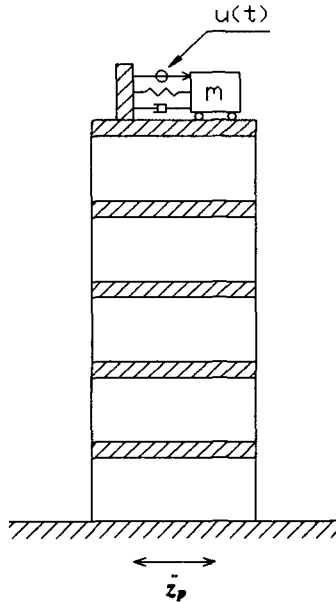


그림 1 구조물의 모형

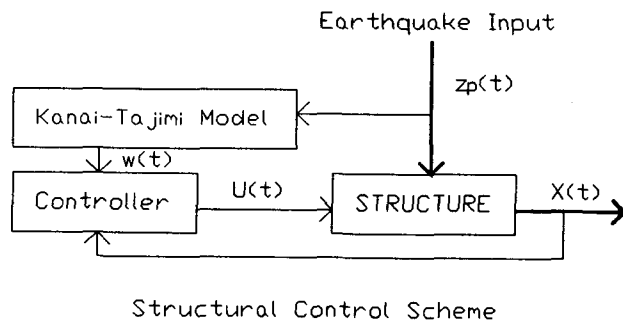
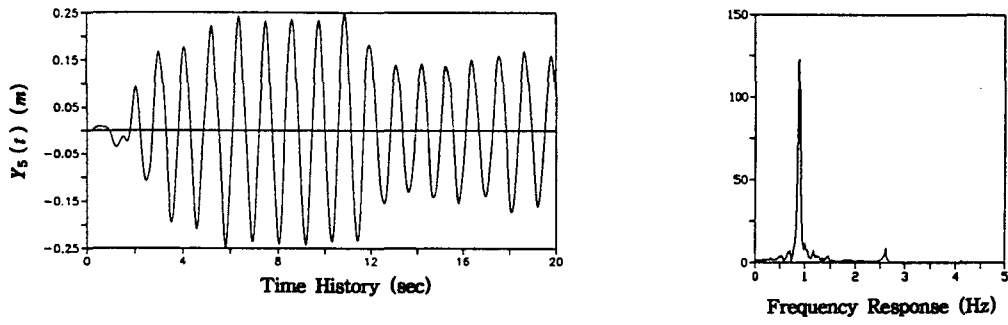
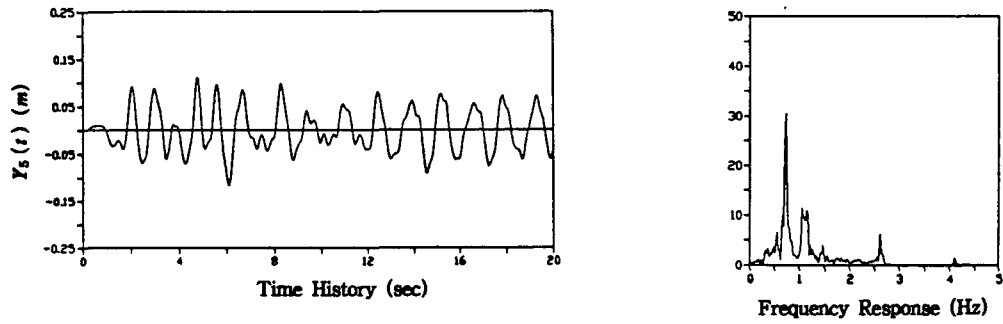


그림 2 구조제어 흐름도

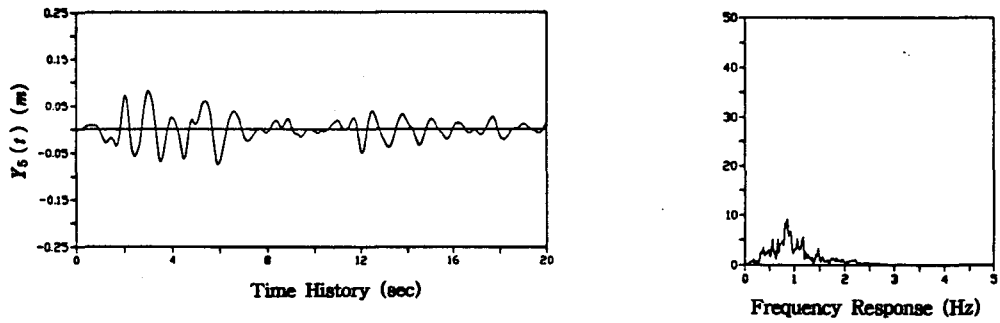
(a) Top Displacement without Control



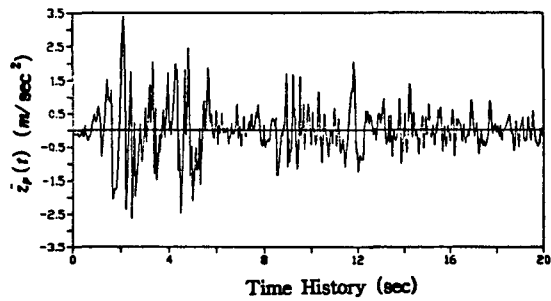
(b) Top Displacement with TMD



(c) Top Displacement with ATMD



(d) El Centro Earthquake



(e) Control Force for Case with ATMD

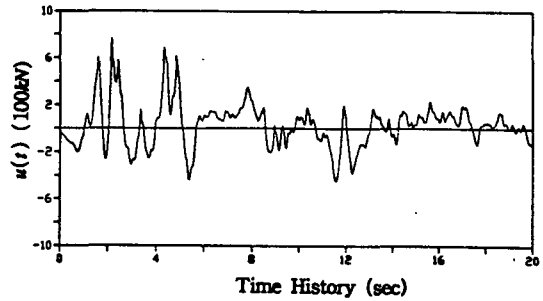


그림 3 제어방법에 따른 구조물 거동의 시간이력 및 주파수 응답