

## 철근콘크리트 원통 SHELL TANK 에 관한 최적설계

### The Optimum Design of Reinforced Concrete Cylindrical Shell Tanks.

최 열 \*                      강 문 명 \*\*                      Victor. A. Pulmano \*\*\*  
Choi, Yeal                      Kang Moon - Myung

---

#### ABSTRACT

The present paper deals with the optimum design of reinforced concrete cylindrical shell tanks in according to ACI 318-89 code. The purpose of this investigation is to find the optimum values of the steel ratio and the effective thickness of reinforced concrete cylindrical shell tanks. The analysis is carried out using a simple computer programming, SMAP(segmented matrix analysis package). The optimization is carried out using GINO programming. Optimum results for cylindrical shell tanks with uniform, stepwise and piecewise linealy varying thicknesses are presented.

---

## 1. 서 론

本 研究에서는 정적 수압을 받는 원통 Shell에 대한 골조공사비를 최소화하기 위한 최적 설계로써, 目的函數式은 단위 체적의 콘크리트 비용에 대한 철근 및 거푸집 비용의 比로 나타낸 골조공사비 比로 세웠으며, 제약조건식은 ACI 318-89 code 규정에 따른 극한 휨강도, 극한 전단강도, 극한 Hoop강도, 최소철근비와 최소두께등을 고려하였고, 設計變數로는 Shell tank의 두께와 최소철근비를 취한다. (4)

- 
- \* 경북대학교 건축공학과 박사과정
  - \*\* 경북대학교 건축공학과 교수
  - \*\*\* 경북 대학교 건축공학과 초빙교수,  
호주 New South Wales 대학 토목공학과 교수

그리고 最適化는 비선형 GINO 프로그램기법을 사용한다. 일반적으로 원통 Shell 구조물은 Wall 두께 및 철근비가 팔조공사비에 큰 영향을 준다. 따라서, 本 研究에서는 Uniform thickness, Stepwise 와 Piecewise thickness 등 3 형태의 원통 Shell 에 대하여 最適化를 실시하였고, 그 結果에 대하여 比較考察한다.

## 2. 원통 SHELL 의 응력 해석

### 2-1. 理論的 고찰

그림.1 과 같이 軸對稱 하중을 받는 원통형 Shell은 Hetényi 의 BEF(Beam on elastic foundation) 이론에 근거하여 有限 要素法(finite element method)을 이용하여 해석되어질 수 있다. (1)-(4)

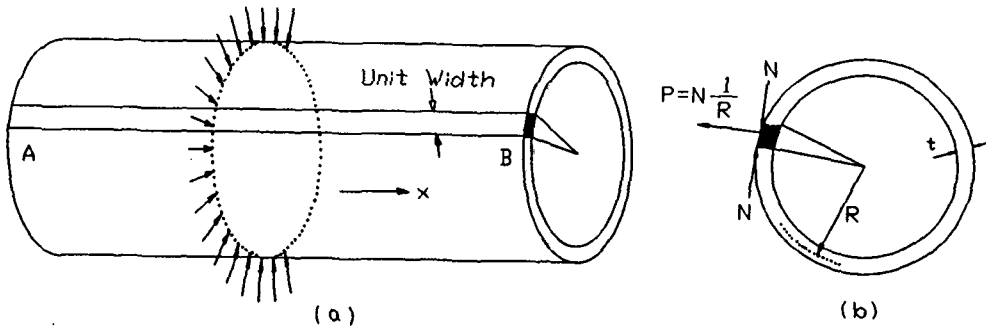


그림.1 축대칭하중을 받는 원통 shell

荷重의 대칭성으로 축에 수직인 모든 斷面들은 원형(circular)이 되면, 반경 R 은 각각의 단면에서  $\Delta R = y$  로 변하며, 반지름 방향(radial) 변위 y 는 원통 Shell 의 세로 요소(longitudinal element) 에 대한 처짐(deflection) 으로 간주할 수 있다. 그러므로 荷重은 세로 요소에 대하여 휨응력을 일으키게 된다. 對稱性으로 인해, 그림.1 (a) 에 보여진 단위폭을 갖는 요소 A-B에 대한 변형을 살펴본다. 반지름 방향 변위 y 는 원통 Shell의 원주 방향 압축력(circumferential compression)  $y/R$  을 수반하며, 이것은 요소 A-B 의 단위 길이에 대하여 압축 Hoop 응력을 발생시킨다. 따라서, Hoop 應力 N 은 다음과 같다.

$$N = (E \cdot t)y/R \quad \dots\dots\dots(1)$$

여기서, R : 원통 Shell 의 반경, t : 원통 Shell 의 두께, E : 콘크리트의 탄성계수 또한, 반지름 방향에서의 Hoop응력 N 의 합력 P 는 다음과 같다.

$$P = N(1/R) = (E \cdot t)y/R^2 \dots\dots\dots(2)$$

이 합력 P 도 처짐에 비례하며, 여기서  $E \cdot t/R^2$  를 “비례계수(proportionality factor)” 라 한다.

그러므로 축대칭하중을 받는 원통 Shell 의 세로 요소는 다음 (3)식과 같은 탄성기초계수  $k_s$  를 갖는 탄성기초위의 보로써 생각할 수 있다. (1)(2)

$$k_s = (E \cdot t)/R^2 \dots\dots\dots(3)$$

이 탄성기초계수  $k_s$  는 Shell의 단면치수와 재료에 의존한다. 그리고, 등가 강성행렬 (equivalent stiffness matrices) 들은 최소위치에너지 (minimum potential energy)에 근거하여 유한 요소법에 의해 구한다. 또한, 변위를 구하기 위해서는 강성법을 사용한다.

이 방법에서, 구조물의 강성행렬은 각각의 요소 강성행렬을 중첩(superposition)하여 구하며, 강성법의 기본 方程式은 아래와 같다.

$$\{ P \} = [ K ] \cdot \{ U \} \dots\dots\dots(4)$$

여기서,  $\{ P \}$  = 절점하중 vector,  $[ K ]$  = 강성행렬,  $\{ U \}$  = 절점변위 vector

## 2-2. 해석 과정

위의 考察에 대하여 SMAP 프로그램을 이용하여 원통 Shell을 解析하였으며, 解析 순서는 다음과 같다. (4)

- (1). 힘-변위의 관계를 구한다.
- (2). 절점변위에 대하여 절점-힘 평형방정식을 유도하고, 미지의 절점변위에 대한 최종 방정식의 해를 유도한다.
- (3). (2)에서 얻은 변위를 (1)의 힘-변위 관계에 대입하여 部材力을 계산한다.

## 3. 최적화

### 3.1 목적 함수식

비용함수는 철근, 콘크리트 및 거푸집에 대한 비용으로 정의되며, 여기에는 재료비 및 제작비가 포함된다. 철근콘크리트 원통 Shell 물탱크의 벽체에 대한 단위면적당의 비용을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$C = \sum_{i=1}^3 (V_c(i) \cdot C_c + V_s(i) \cdot C_s + A_f(i) \cdot C_f) \dots\dots\dots(5)$$

여기에서,  $A_f$  : 물탱크의 벽체의 단위면적당 거푸집 면적,  $C_c$  : 단위면적당 물탱크의 비용  
 $C_s$  : 단위면적당 콘크리트의 비용,  $C_r$  : 단위면적당 철근의 비용  
 $C_f$  : 단위면적당 거푸집의 비용,  
 $V_c$  : 원통 셸 벽체의 단위면적당 콘크리트의 체적  
 $V_s$  : 원통 셸 벽체의 단위면적당 철근의 체적  
공식의 一般化를 위하여 (5) 식을  $C_c$  로 나누면 다음과 같다.

$$C = \sum_{i=1}^3 \{(V_c(i) + (V_s(i) \cdot G_1) + (A_f(i) \cdot G_2))\} C_c \dots\dots\dots (6)$$

여기에서,  $G_1 = C_s / C_c$ ,  $G_2 = C_f / C_c$

(6) 식에서  $C_c$  는 상수이므로  $C$  의 값을 최소화한다는 것은 결국 다음의 식을 最小化하는 것과 같다.

$$Z = \sum_{i=1}^3 Z(i) = \sum_{i=1}^3 \{(V_c(i) + V_s(i) \cdot G_1 + A_f(i) \cdot G_2)\} \dots\dots\dots (7)$$

그러므로 (7) 식이 철근콘크리트 원통 Shell 물탱크의 단위면적당 골조공사비 係數값으로써 目的函數式이다. 그리고 (5)식 -(7)식에서  $i=1,2,3$ 은 원통 Shell의 구간을 뜻한다.

### 3.2 제약 조건

철근콘크리트 원통 Shell 물탱크의 制約條件式은 ACI 318-89 code에 따른 극한 휨 강도, 극한 전단강도, 극한 Hoop강도, 최소두께 및 최소철근비 등에 관한 설계제약식으로 아래와 같다.

$$M_u(i) - M_n(i) \geq 0 \quad (i=1,2,3) \dots\dots\dots (8)$$

$$V_u(i) - V_n(i) \geq 0 \quad (i=1,2,3) \dots\dots\dots (9)$$

$$H_u(i) - H_n(i) \geq 0 \quad (i=1,2,3) \dots\dots\dots (10)$$

$$d(i) \geq d_{min}(i) \quad (i=1,2,3) \dots\dots\dots (11)$$

$$P_1(i) \geq P_{1min}(i) \quad (i=1,2,3) \dots\dots\dots (12)$$

$$P_2(i) \geq P_{2min}(i) \quad (i=1,2,3) \dots\dots\dots (13)$$

여기에서,  $M_u(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 극한 저항 모멘트

$M_n(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 극한 설계 모멘트

$V_u(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 극한 저항 전단력

$V_n(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 극한 설계 전단력

$H_u(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 극한 저항 Hoop 력

$H_n(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 극한 설계 Hoop 력

$d_{min}(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 최소 두께

$P_{1min}(i), P_{2min}(i)$  : 원통형 Shell 벽체의 최소 수직철근비 및 Hoop 철근비.

#### 4. 설계 예

本 研究에서의 設計例로써, 축대칭 하중을 받는 철근콘크리트 원통 Shell 물탱크를 고려하며, 원통 Shell 물탱크벽은 그림 2 와 같이 상단은 자유단(free edge), 하단은 고정(fixed edge)으로 가정한다. 그리고 원통 Shell 물탱크의 크기 및 재료의 특성은 다음과 같다.

- 물탱크의 높이 :  $H = 10$  (m)
- 물탱크의 반경 :  $R = 20$  (m)
- 포아송비 :  $\mu = 0.17$
- 탄성계수 :  $E = 2.1 \times 10^6$  (kg/cm<sup>2</sup>)
- 물의중량 :  $1t/m^3$
- 콘크리트의 압축응력 : 210 - 240 (kg/cm<sup>2</sup>)
- 철근의 항복응력 : 2,400 - 3,000 (kg/cm<sup>2</sup>)

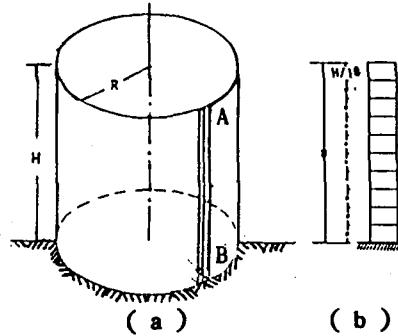


그림.2 탄성기초위의 철근콘크리트 원통 Shell 물탱크

그림.2 (a) 와 같이 원통 Shell 물탱크에서 單位幅을 갖는 높이 H에 대하여 10등분하고, 주어진 極限荷重을 각 요소의 절점하중으로 하고, SMAP 프로그램을 이용해서 응력해석을 하였다. 應力解析의 결과를 비선형 最適化 GINO 프로그램을 이용하여 각 구간별로 最適두께와 最適철근비를 구하였으며, 그 結果를 표.1 에 나타내었다. 표.1 에서 얻은 最適두께에 대하여 그림 3과 같은 3 가지의 경우에 대한 最適골조공사비 계수값을 比較檢討 하였다. 표.2 는 각 경우에 대한 最適골조공사비 계수값을 나타내며, Uniform thickness 설계(caseI)보다 Piecewise thickness 설계(caseIII)가 더 경제적인 設計가 됨을 보여 주었다.

또한, 그림.4,5 에서는 材料強度  $F_c$  와  $F_y$ 의 값이 클수록 더욱더 경제적인 設計가 됨을 보여줌으로써 설계시 材料強度의 영향을 고려해야함을 보여주었다.

표.1 원통 shell tank의 最適설계 결과

F <sub>c</sub> kg/cm <sup>2</sup>	F <sub>y</sub> kg/cm <sup>2</sup>	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	Section ①				Section ②				Section ③				Z/3
				Ph(n)	Pv(n)	D(cm)	Z(1)	Ph(n)	Pv(n)	D(cm)	Z(2)	Ph(n)	Pv(n)	D(cm)	Z(3)	
210	2,400	50	0	0.0199	0.0024	49.79	492.16	0.04750	0.00246	24.43	509.04	0.0589	0.0015	15.0	375.75	458.98
			10	0.0199	0.0024	49.79	512.16	0.04750	0.00246	24.43	529.04	0.0589	0.0015	15.0	395.75	478.98
	3,000	0	0.0177	0.0024	44.81	404.16	0.04226	0.00244	21.98	412.86	0.0589	0.0015	15.0	306.36	374.46	
		10	0.0023	0.0044	37.71	424.16	0.03720	0.00244	26.65	432.86	0.0589	0.0015	15.0	326.36	394.46	
210	2,400	50	0	0.0199	0.0024	49.79	492.16	0.04750	0.00246	24.43	509.04	0.0471	0.0015	15.0	306.37	458.98
			10	0.0199	0.0024	49.79	512.16	0.04750	0.00246	24.43	529.04	0.0471	0.0015	15.0	326.37	478.98
	2,400	0	0.0199	0.0024	49.64	492.06	0.04769	0.00247	24.35	508.99	0.0471	0.0015	15.0	363.64	458.92	
		10	0.0199	0.0024	49.64	512.06	0.04769	0.00247	24.35	528.99	0.0471	0.0015	15.0	383.64	478.92	

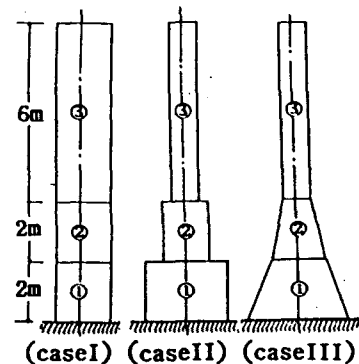


그림.3 원통Shell tank의 最適두께모델

표2. 각 모델 형태에 대한 최적화결과치

Fc kg/cm <sup>2</sup>	Fy kg/cm <sup>2</sup>	G <sub>1</sub> (Cs/Cc)	G <sub>2</sub> (Cf/Cc)	case(I)	case(II)	case(III)
210	2400	50	0	465066.29	425339.17	416293.31
			10	485066.29	445339.17	436293.31
	3000	50	0	381266.58	346872.54	328328.08
			10	401266.58	366872.54	348328.08

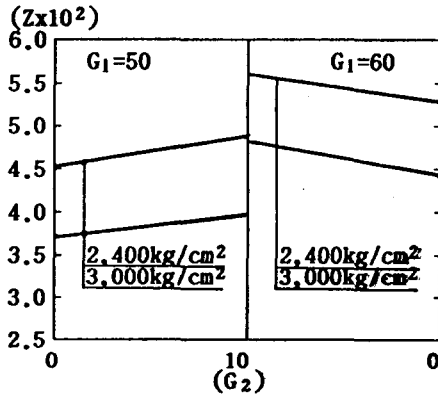


그림.4 Fc=210kg/cm<sup>2</sup>일때 Fy와 골조공사비의 관계

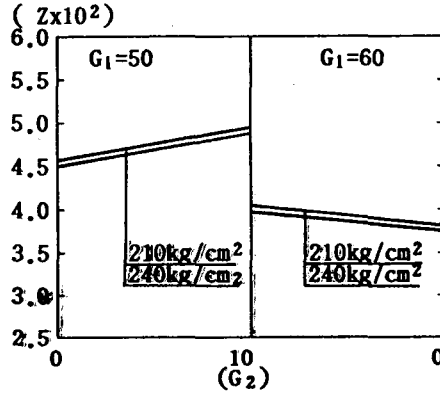


그림.5 Fy=2,400kg/cm<sup>2</sup>일때 Fc와 골조공사비의 관계

## 5. 결론

본 연구의最適化기법의 타당성과 경제성을 比較 分析한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 재료의 강도 Fc, Fy의 값이 클수록 經濟인 설계가 됨을 알 수 있었다.
- (2) 원통Shell의 최적단면과 최적철근비는 주로 휨과 Hoop력에 의해 좌우됨을 알 수 있었다.
- (3) 표.2에서 보는바와 같이 원통 Shell tank의 최적설계는 원통 Shell 벽체를 Stepwise(caseII) 및 Piecewise(caseIII)의 경우가 Uniform(caseI)보다 더 경제적이며, Piecewise(caseIII)의 경우가 Uniform(caseI)경우보다 골조공사비가 약 10% -15%정도 경제 적임을 고찰할 수 있었다.

## 6. 참고 문헌

- (1) Hetényi, M., "Beams on Elastic Foundation", Ann Arbor, The University of Michigan Press, 1961.
- (2) Flügge, W., "Stresses in Shells, Julius Springer, Berlin 1960.
- (3) Timoshenko, S. and Woinowsky-krieger, S. "Theory of Plates and Shells," McGraw-Hill Publishing Co., New York, 1960.
- (4) Tin-Loi, F. Pulmano, V.A. and Thambiratnam, D., "BEF Analogy for Axisymmetrically Loaded Cylindrical Shells", Computers and Structures, Vol.34, No.2, 1990.
- (5) ACI Committe 318-89, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary", American Concrete Institute, 1989.