

기계적 경계조건에 대한 원통형 압전 변환기의 방사임피던스 및 지향특성변화

윤종락*, 박규철*, 김대환**, 서희선**, 김천덕*
 (*부산수산대학교, **국방과학연구소)

Radiation Impedance and Directional characteristics of Piezoelectric Cylinder Transducer for Various Mechanical Boundary Conditions.

* Yoon, Jongrak, * Park, Kyu Chil, ** Kim, Dae Whan
 ** Seo, Hee Sun, * Kim, Chun Duck

* National Fisheries Univ. of Pusan, ** Agency for Defense Development

요약

개영역(open boundary)내의 변환기에 대한 음장 특성은 경계 조건이 좌표계와 정합되는 특수한 경우 헤름홀츠 방정식들이므로 그렇지 않은 복잡한 형태의 음장에 대해서는 경계적분법이나 근사해법으로 얻어진다. 그러나 최근 이러한 문제들은 발달된 컴퓨터의 계산능력으로 유한요소법이나 경계요소법을 이용한 수치해법으로 해결되고 있다.

본 연구에서는 경계조건 변화에 따른 원통형 압전변환기의 방사임피던스 및 지향특성을 유한요소법 및 하이브리드형 무한요소법을 이용하여 구하고 기존의 해석적 결과와 비교하여 수중음 변환기 제작의 설계에 대한 기초자료를 제공하고자 한다.

1. 서론

압전 진동자의 진동에 의해 매질중으로 음이 방사할때 진동면에는 음압이 유기되고 음압은 진동자에 반작용력으로 작용하여 진동은 억제된다. 따라서 진동자가 진공중과 같은 속도로써 움직이기 위해서는 추가의 힘이 소요되어 전기단자에서 본 압전자의 임피던스는 압전진동자 고유의 전기·기계 임피던스 외에 진동면의 속도에 대한 음압의 비로 정의되는 방사임피던스가 추가된다.

개영역내에 진동자가 있는 경우 방사임피던스는 헤름홀츠 방정식으로 표시되는 파동방정식을 방사경계면에서 주어진 속도분포함수의 바탕에서 풀이하는 문제이다. 그러나 유한길이의 원통형 압전자가 개영역내에 있을 경우, 진동면과 음향매질과의 경계조건이 일정한 좌표값의 경계면을 이루지 못할 경우 고유함수의 완전집합으로 해를 표시할수 없고 근사적인 해 만이 가능하다. 따라서 해석적으로 가능한 완전해는 진동경계면이 좌표계에 일치하는 경우로 제한된다 [1].

그러나 이러한 문제는 미분방정식과 경계조건으로 부터 유도되는 헤름홀츠 적분방정식에 의해 완전해를 구할수 있다 [2].

상기의 방법들은 경계면에서 진동속도의 수직성분 분포함수가 주어졌을 경우 압전변환기의 경우 압전효과에 의한 응력은 다차원이므로 진동면의 진동속도를 정확히 예측할수 없으므로 실제의 방사임피던스를 구하기 위해서는 전기·기계 결합계의 해석에 의한 진동면의 진동속도 분포해석과 음향매질로의 음파방사 이론해석에 의한 방사임피던스 계산 결과가 결합되어야 한다. 이와 같은 과정에 근거한 수중음 압전변환기의 대표적인 설계기법이 등가회로 모델 [3]에

의한 것으로 이 경우 원통형압전자는 경방향 분극에 의한 원주모드에 의한 응력만이 진동에 기여하는 것으로 가정하고 원주방향 경계면의 속도분포 크기는 일정하다고 가정하여 무한 강벽에 구축된 유한 원통 방사면에 대한 이론적인 방사임피던스 결과를 적용하였다.

본 연구에서는 유한길이의 원통형 압전진동자에 수밀 및 절연을 목적으로 부가된 폴리우레탄 울창힌도우가 방사임피던스 및 지향특성에 미치는 영향을 규명하기 위해 Kagawa [4, 5]가 제시한 유한요소법과 하이브리드형 무한요소법 알고리즘을 적용하여 수치 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

2. 방사임피던스 및 유한요소법과 하이브리드형 무한요소법을 이용한 방사임피던스 해석 알고리즘

2.1 방사임피던스

그림 1 과같이 면적 A인 진동면에서 임의의 위치에 대한 음압 및 진동면의 진동속도 수직성분을 각각 P_A , V_A 라 하면 방사면 전체의 방사임피던스 Z_r [9]은

$$Z_r = \int_A \frac{P_A}{V_A} dA = r_r + jx_r \quad (1)$$

로 주어진다. (1)식에서 V_A 는 진동면의 위치함수이므로 방사임피던스를 구하는 것은 쉬운문제가 아니다. 또한 일반적으로 P_A 와 V_A 의 위상은 상이함으로 Z_r 은 복소수로 표시되어 (1)식의 세번째 관계로 주어진다. 가장 간단한 예로 평면파 음원인 경우 P_A 와 V_A 의 관계는 $P_A = \rho c V_A$ (여기서 ρ : 매질밀도, c : 음속)이므로 $Z_r = \rho c A$ 로 저항성분만으로 된다. 또한 평면파음원의 경우 단위면적당의 방사임피던스 즉 방사임피던스 밀도는 ρc 이고 ρc 로

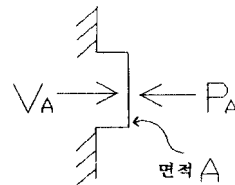


Figure 1. Model of radiation impedance analysis

규준화 하면 1로 되어 임의의 진동면의 방사임피던스는 $\rho c A$ 로 규준화 되어 평면파의 1에 대한 값과 비교된다. 그

림 2-(a)는 유한원통형 진동자의 진동면이 V_0 의 속도로 진동하고 무한강벽으로 구속된 경우로 Nimura [1]에 의하면 $\rho c A$ 로 규준화된 방사임피던스 특성은 그림 2-(b), (c)와 같다.

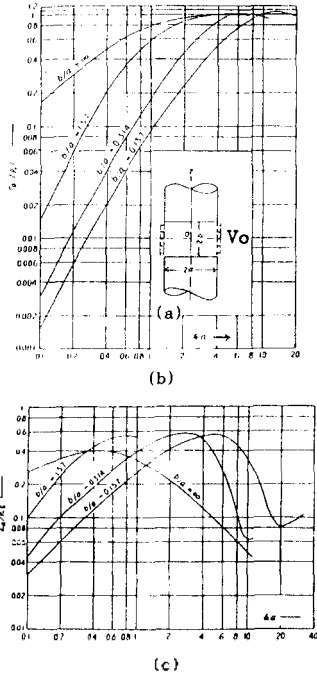


Figure 2. Radiation impedance characteristics of a cylinder type radiator

- (a) A cylinder radiator with a infinite rigid baffle and a constant amplitude velocity
- (b) Normalized radiation resistance
- (c) Normalized radiation reactance

원통형 압전진동자는 압전효과에 의한 응력이 다차원[6]이므로 원주방향의 진동면 진동속도는 V_0 로 일정하지 않을 것이고 또한 축방향으로의 진동도 수반되므로 그림 2-(b), (c)와는 상이한 방사임피던스특성을 가질 것이다.

2.2 유한요소법과 하이브리드형 무한요소법을 이용한 방사임피던스 해석 알고리즘

기정역내의 진동자에 대한 해석영역은 그림 3과 같은 영역으로 분리되고 그림에서 가상경계는 음장문제에서 통상 farfield로 가정할수 있는 거리 이상으로 하고 가상경계 이내에서는 유한요소법을, 가상경계 외부영역에서는 경계요소법을 적용하고 가상경계영역에서 경계조건을 상호접합하여 음장의 특성을 구한다. 그러나 경계요소법은 계계수행렬의 밴드폭 증가에 따라 계산량이 증가하는 결점이 있다. 하이브리드형 무한요소는 계행렬의 밴드폭 증가없이 충분한 정확도의 음장특성을 얻는다 [5]고 알려져 있으며 기본원리는 인접요소 경계에서 플라스 연속조건에 변분원리를 적용시키는 유한요소법과는 달리 요소경계의 물연속을 허용하면서 이에 따른 여분의 에너지를 전 영역에 더하여 이 에너지를 유한요소법에서 유도되는 법칙수에 추가하여 하이브리드형 법칙수를 만들어 계계수행렬을 구성하는 것이다.

전기·기계·음향 결합계에 대한 해석모델 [4]을 소개

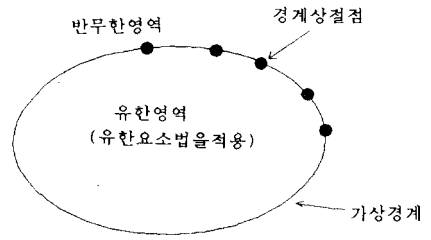


Figure 3. Separation of a medium with an imaginary boundary into a finite region and an infinite region

$$\begin{aligned}
 & ([K] + j[R] - \omega^2[M]) \{d\} \\
 & + [\Theta] \{\phi\} = \{\hat{f}\} r \quad (2) \\
 & [\Theta]^T \{d\} - ([G] + j[R_s]) \{\phi\} = \{Q\} p \quad (3)
 \end{aligned}$$

여기서, $\{d\}$: 절점변위 벡터 $[R]$: 기계계 손실행렬
 $\{\phi\}$: 절점 변위 벡터 $[R_s]$: 전기계 손실행렬
 $[K]$: 기계계 강성행렬 $\{Q\}$: 전극 전하벡터
 $[M]$: 기계계 질량행렬 $[G]$: 장전행렬
 $[\Theta]$: 전기기계 결합행렬 $\{\hat{f}\} r$: 외력벡터

$$([K_L] - \omega^2[M_L]) \cdot \{P\} = -\rho_L \omega^2 \{\xi\} \quad (4)$$

여기서, $[K_L]$: 음향계의 강성행렬
 $[M_L]$: 음향계의 질량행렬
 $\{P\}$: 절점 음압 벡터
 $\{\xi\}$: 절점변위 벡터
 ρ_L : 유체밀도

식 (2), (3)는 전기·기계계에 대한 유한요소해석 모델이고 식 (4)은 음향계의 유한요소해석 모델이다. 전기·기계계와 음향계의 결합은 식(2)의 외력 벡터 $\{\hat{f}\} r$ 가 경계면에서 음압과 다음 관계가 있기 때문이다.

$$\{\hat{f}\} r = -[W] \{P\}, \quad \{\xi\} = [W]^T \{d\} \quad (5)$$

여기서 $[W]$ 는 배분행렬로 음향계와 진동계가 진동경계면에서 음향계 절점변위와 각 절점음압이 진동계의 각 절점에 비분되는 형태를 나타내는 행렬이다. 음향계의 유한요소 모델 식 (4)가 개 영역에 적용되기 위해서는 그림 3에서 설명한 바와 같이, 가상의 경계면에서 무한영역을 본 가상경계면의 어드미턴스가 구해져야 하고 이를 구하는 알고리즘이 하이브리드형 무한요소법이다.

3. 원통형 압전자 해석모델 및 결과

본 연구에서 대상으로 한 원통형 압전자는 PZT-4로 외경 50.8mm, 내경 40.4mm, 높이 25.4mm 이다. 그림 4는 해석 대상으로한 모델로 그림 4-(a)는 무한 강벽에 구속된 형태로 강벽과 압전자간에 0.01mm의 간격을 두어 수치해석상의 무한 강벽조건을 만족하도록 하였다. 그림 4-(b)~(d)는 압전자 외측에 두께 4mm의 폴리우레탄(영율: 0.25×10^{10} , 포아송비: 0.4, 밀도: 1020 Kg/m³) 원도우를 부가한 형태로 그림 4-(b)는 무한길이의 폴리우레탄, 그림 4-(c)는 (d)와 달리 축방향 상하에 0.01mm의 간격을 두어 축방향 응력이 폴리우레탄에 전달되지 못하도록 차단한 형태로 실제의 변형기 설계에서 코브렌 등의 재질이 사용되는 것과 유사한

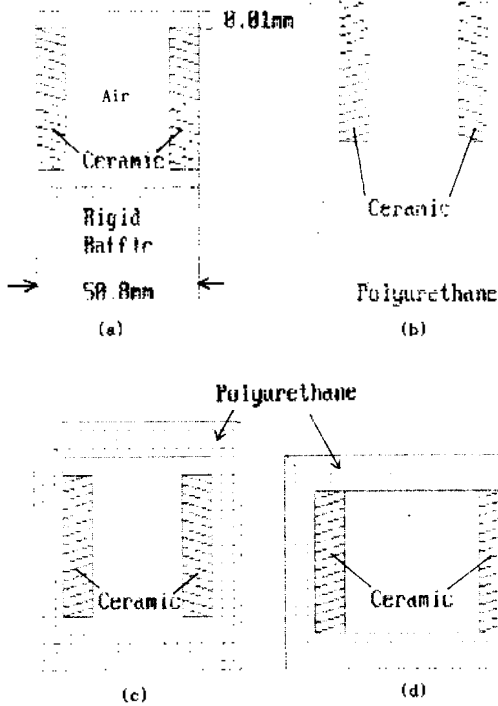


Figure 4. Models of various mechanical boundary conditions of piezoelectric cylinder transducer
 (a) With an infinite rigid baffle
 (b) With an infinite polyurethane window
 (c) With a closed polyurethane window and an axial strain isolated
 (d) With a closed polyurethane window

것이다.

수치해석에서 적용한 가상경계는 원통형 진동자가 물과 접한 면으로부터 축방향으로 75mm, 경방향으로는 37.5mm로 하여 farfield 조건을 만족하도록 하였다.

그림 5-(a), (b)는 그림 4-(a)에 대한 모드 특성 및 기준화된 방사임피던스 특성으로 그림은 모델 단면의 1/4을 보인 것이다. 모드특성에서 보이는 바와 같이 방사면의 속도분포가 일정하지 않지만 방사임피던스는 그림 2의 이론적 해석 결과와 잘 일치한다.

그림 6-(a)~(c)는 그림 4-(b)에 대한 모드특성, 기준화 방사임피던스 및 지향특성으로 압전자의 경측면부 폴리우레탄의 진동면에서 계산된 기준화 방사임피던스는 전체적으로

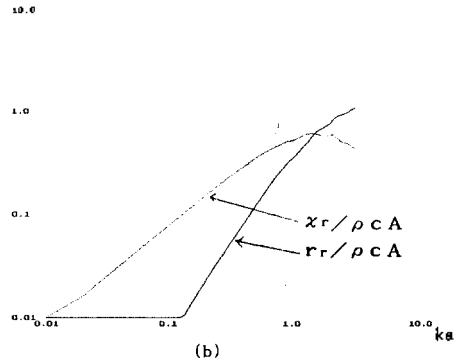
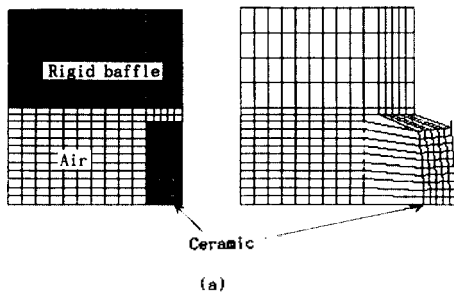


Figure 5. Results for a model of Fig.4-(a)
 (a) a mode shape
 (b) a normalized radiation impedance

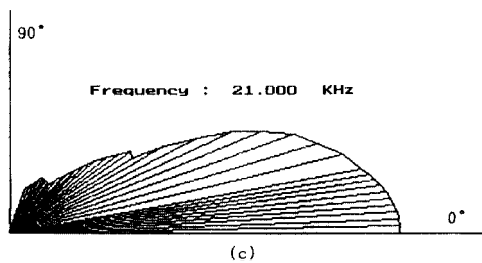
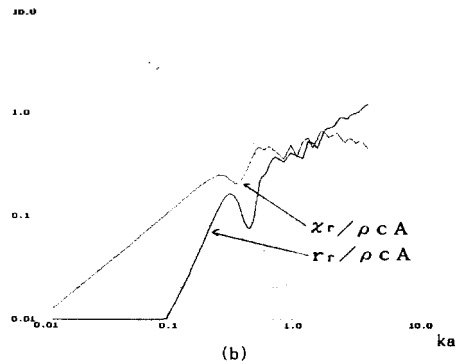
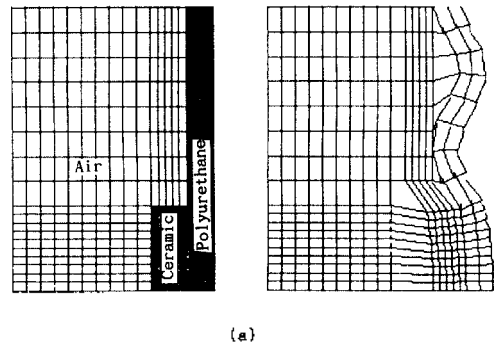


Figure 6. Results for a model of Fig.4-(b)
 (a) a mode shape
 (b) a normalized radiation impedance
 (c) a directional characteristics

이론적인 결과와 일치하나 $ka = 0.2 \sim 0.4$ 의 특정주파수에 극대치가 나타난다. 이는 모드특성에서 보는 바와 같이 압전자 축축면 음압은 폴리우레탄의 고유 진동모드와도 관계됨을 보이는 것이다.

그림 7-(a)~(c) 및 그림 8-(a)~(c) 는 각각 그림 4-(c), (d) 모델의 결과로 계 특성이 서로 다를 경우를 보이고 있는 압전자 축방향 응력이 방사특성에 영향이 있음을 보인다. 또한 두 경우는 모드특성 및 지향특성이 보이는 바와 같이 multipole 음원특성을 갖는다.

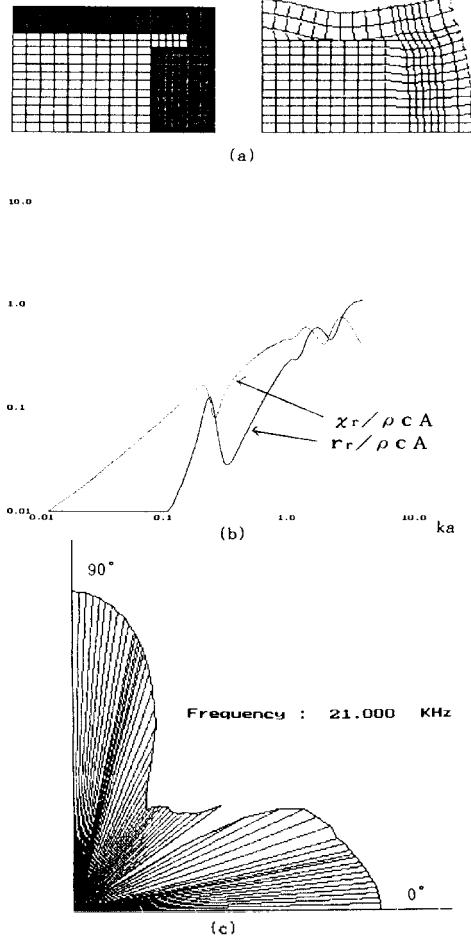
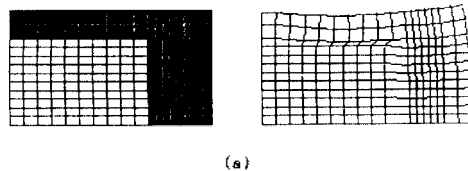


Figure 7. Results for a model of Fig. 4-(c)
 (a) a mode shape
 (b) a normalized radiation impedance
 (c) a directional characteristics



(a)

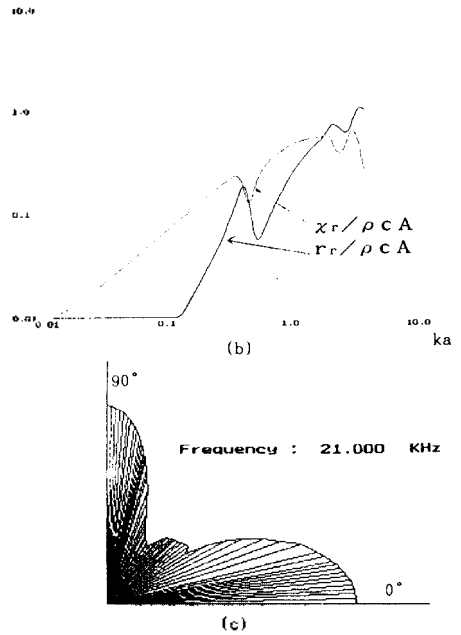


Figure 8. Results for a model of Fig. 4-(d)
 (a) a mode shape
 (b) a normalized radiation impedance
 (c) a directional characteristics

4. 결 론

등가회로모델을 이용한 수중용 압전변환기 제작에는 방사 임피던스 자료가 필수적이다. 현실적으로 방사임피던스의 정확한 측정은 어려우므로 변환기제작자는 음향차단계통의 기계적 경계조건을 부가하여 이론적으로 예측가능한 경계조건을 설정하여 이론치를 사용하고자 한다. 그러나 최근에는 유한요소법, 경계요소법등을 이용하여 임의 진동면에 대한 방사임피던스 특성을 예측하여 설계자료로 삼고 있고 이러한 추세에 본 연구에서는 유한요소법과 하이브리드형 무한요소법을 적용하여 음향원도수가 무기한 원통형 압전자의 규준화 방사임피던스 방사면의 모드특성, 지향특성 등을 구하였다.

방사임피던스는 무한 강벽으로 구속된 이상적인 경우, 수치 해석 결과는 이론 해석 결과와 잘 일치하나 폴리우레탄 원도수가 무기한 그림 6~8의 결과는 특정 주파수 대역에서 상대적으로 큰 차이를 보이고 압전진동자의 에너지는 폴리우레탄 원도수의 고유진동모드로 여기되어 음파의 방사면은 압전자의 정측면에 국한되지 않고 확장됨을 알 수 있으며 이러한 특성은 음향원도수가 전체 방사임피던스특성 및 지향특성에도 관계된다고 결론지을 수 있다. 추후 연구과제는 음향원도수가 무기한 원통형 진동자에 대한 경방향, 축방향, 원주방향 진동모드의 결합효과 및 음향매질과의 결합효과에 의한 임계주파수에 대한 종합적인 해석으로 규준화 방사임피던스에서 나타나는 극대치들의 규명에 관한 연구를 할 것이다.

참고문헌

1. T. Niuma and Y. Watanabe, "Sound Radiation from

- Zonal Radiators", Sci. Rep. Ritu. B-(Elect.Comm.) Vol.5 No.3, 4, 1953
2. H.A. Schenck, "Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems", JASA, Vol. 44 No.1, 1968
 3. M.V. Crombrugge and W. Thompson, Jr., "Optimization of the Transmitting characteristics of a Tonpilz-type Transducer by Proper choice of Impedance Matching Layers", JASA, Vol.77 No.2, 1985
 4. T. Tsuchiya, Y. Kagawa and T. Yamabuchi, "Finite Element Analysis of Focusing Transducers and their Response", 日本電子情報通信学会論文誌, Vol.J74-A No.7, 1991
 5. 加川幸雄 "開領域問題を 위한 有限/境界要素法" サイエンス社, 1983
 6. A.C. Tims, "Effects of Multidimensional Stress on Radially Polarized Piezoelectric Ceramic Tubes", JASA, Vol.70 No.1, 1981
 7. R.R. Smith, J.T.Hunt and D.Barach, "Finite Element Analysis of Acoustically Radiating Structures with Applications to Sonar Transducers", JASA, Vol.54 No.5, 1973
 8. S.S. Jang, "Sonar Transducer Analysis and Optimization Using the Finite Element Method", Ph.D.Dissertation, Univ.of Birmingham, 1991
 9. 加川幸雄 "開領域問題を 위한 有限/境界要素法" サイエンス社, 1983
 9. L.E. Kinsler, A.R.Frey, A.B.Coppens and J.V.Sanders, "Fundamentals of Acoustics", 3rd Edition, John Wiley & Sons, 1982