

내삽기와 외삽기를 이용한 샘플링 주파수 변환

° 정성윤*, 정현열*, 김경태**

* 영남대학교 전자공학과 ** 한남대학교 정보통신공학과

Sampling Rate Conversion by Using Interpolator and Decimator

Sung-Yun Jung*, Hyun-Yeol Chung*, Kyung-Tae Kim**

* Dept. of Electronics Eng. Yeung Nam Univ.

** Dept. of information & communication Eng. Han Nam Univ.

I. 서론

샘플링을 변환은 주기 T로 샘플된 데이터를 원하는 다른 주기 T'로 샘플된 데이터로 변환하는 것이다.

가장 간단한 샘플링을 변환 방법은 샘플된 신호를 D/A 변환하여 아날로그 신호로 만든 후, 원하는 샘플비로 다시 A/D 변환 하면 된다. 이러한 방법은 전의 샘플링수에 관련 없이 임의로 새로운 샘플링수를 선택할 수 있는 장점이 있는 반면에 재구성사 D/A 변환기에 의한 신호 왜곡과 A/D 변환기에서의 양자화 영향 때문에 중간에 아날로그 단계를 거치지 않고 직접 디지털 영역내에서 샘플링을 변환 할 필요성이 있다.[4] 따라서 본 연구에서는 샘플링을 변환의 전 과정을 디지털 영역안에서 구현하기 위해서, Crochiere와 Rabiner가 제안한 내삽기/외삽기(interpolator/decimator)방법을 사용하여 입력과 원하는 샘플링을 변환된 출력 사이를 상관시켜 주는 관계식을 사용하여, 이것을 프로그램하는 알고리즘 과정을 제시한다.

II. 원리

디지털 영역내에서의 샘플링을 변환은 Fig. 1 과같은 선형 필터링 연산이다. 따라서 임의의 샘플링을 변환을 위해서는 선형 필터가 시변 임펄스응답, $h(n, m)$ 으로 특성화 되고 입력과 출력은 시변 시스템의 컨벌루션 합으로 관계 되어진다. 이러한 관계식은 정수비로 주파수를 증가, 감소시키는 내삽기(interpolation)와 외삽기(decimation)의 결합으로 구해진다.[4]

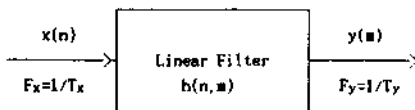


Fig.1 선형 필터링 연산으로서의 샘플링을 변환

1. Decimation

Decimation 은 샘플링수를 감소시키는 작용을 뜻한다.

정수비 M에 의해 입력 $x(n)$ 을 decimating 하는 과정이 Fig.2에 나타나있다.

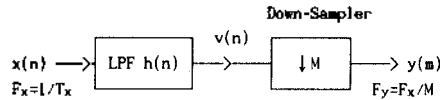


Fig.2 Illustration of the decimation process

겹침(aliasing)을 피하기 위해 디지털 필터를 둔다. 정수 M에 의한 샘플링수의 감소는 LPF $v(n)$ 의 매 M번째 샘플을 취하므로서 새롭게 변환된 수열 $y(n)$ 을 형성하여 이루어지게 된다. LPF의 임펄스 응답, $h(n)$ 의 특성은 식(2)에 나타나 있다.

$$H(w) = \begin{cases} 1 & |w| \leq \pi/M \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

필터의 출력 $v(n)$ 은 식(3)으로 주어지고, 샘플러를 통과한 출력 $y(m)$ 은 식(4)로 나타낼 수 있다.

$$v(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (3)$$

$$y(m) = v(Mm) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (4)$$

2. Interpolation

Interpolation은 샘플링수를 증가시키는 작용을 의미하고,

정수배 L에 의한 interpolating 과정이 Fig.3에 나타나 있다.

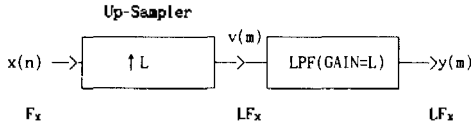


Fig.3 Illustration of the interpolation process

이 경우 입력 신호 x(n)의 샘플링율은 입력 샘플들 사이에 L-1의 zero값샘플을 등으로서 v(m)이 구해지고, 주파수는 정수 L에 의해 증가된다. v(m)은 식 (5)처럼 표현 할 수 있고 필터의 특성과 출력 y(m)은 식 (6), (7)로 나타낼 수 있다.

$$v(m) = \begin{cases} x(m/L) & m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$H(\omega_y) = \begin{cases} L & 0 \leq |\omega_y| \leq \pi/L \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$y(m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(m-kL)x(k) \quad (7)$$

3. Sampling Rate Conversion by Rational Factor M/L

이것은 본 연구에서 사용한 방법인데 일반적인 경우의 샘플링을 변환을 수행한다. L로 보간(내삽, interpolation)해서 샘플링율을 변환시키고, 변환된 출력을 M으로 외삽(decimation) 한다. 이러한 과정은 내삽과 외삽을 캐스캐이딩(cascading)하므로써 L/M의 유리비로 샘플링율을 변환 할 수 있게 된다. 이것의 개념적인 방법이 Fig. 4에 나타나 있다.

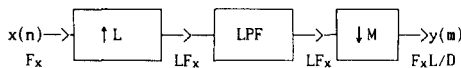
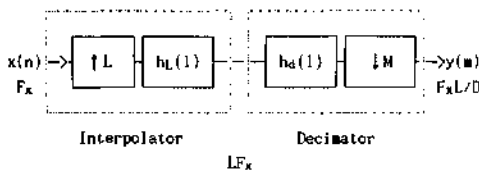


Fig.4 Sampling rate converter

상승샘플러(Up-sampler)는 각 입력 샘플들 사이에 L-1의 zero 샘플값을 삽입하므로써 정수 L에 의해 주파수 Fx는 LFx가 된다. 그리고 이 신호는 FIR LPE에 필터 되어지는데, 필터의 저지대역 차단주파수는 Fx/2 또는 LFx/(2M)중 작은 것을 선택한다. 하강샘플러(Down-Sampler)는 매 M번째 샘플을 취하므로써 정수 M에 의해 감소 되어진다. 실제 이러한 관계를 식으로 나타내면 식 (8)과 같다. [1, 2]

$$y(m) = \sum_{k=0}^{Q-1} h(kL + (mM) \otimes L) x([mM/L] - k) \quad (8)$$

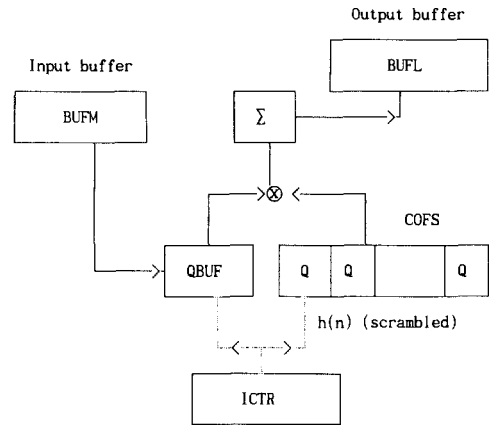
$() \otimes L$: $()$ modulo L
 $[]$: $[]$ 안의 값을 넘지않는 최대정수
 $h(n)$: FIR filter의 계수들
 $n=0, 1, 2, \dots, N-1$

필터의 길이(N)를 선택할 때 계산의 편리를 위해 L의 정수배(NsQL)로 한다. 출력 y(m)은 입력 x(n)이 식 (9)와 같은 임펄스 응답인 시변 필터를 통과함으로써 구해질 수 있다. h(k)는 샘플링율 LFx에서 동작하는 시불변 저역통과 필터의 임펄스 응답이다. 그리고 g(k, m)은 주기 L인 주기성을 띤다.

$$g(k, m) = h(kL + (mM) \otimes L) \quad (9)$$

III. 프로그램 구성과 원리

식 (8)을 구현하는 프로그램의 흐름도가 Fig.5에 나타나 있다. [5]



Index control of QBUF update and COFS selection

Fig.5 Flow diagram of program

입력 데이터 x(n)은 BUFm을 통해 공급되고, 출력 데이터 y(n)은 BUFL을 통해 얻어진다. QBUF는 내부의 상태 변수를

저장하고, COFS는 $h(n)$ 의 계수들을 scrambled 순서로 저장한다. scrambled 순서는 식 (8)의 $h(kL+(nM)\oplus L)$ 에 의해 결정되는데, 각 출력 데이터에 따라 Q개의 필터 계수가 L 주기로 반복되고 이것은 순서대로 COFS에 저장되게 된다. scrambled 순서의 설명이 Fig.6에 있다. [1] ICTR은 초기화 프로그램에 의해 생성되는 제어 메모리로서 입력 데이터와 scrambled 필터의 계수들의 계산 순서를 제어한다.

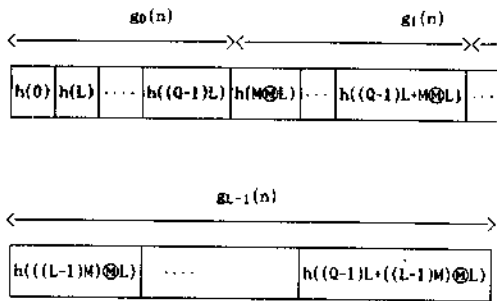


Fig.6 Illustration of scrambled order for storing the coefficients $h(n)$

(1) 입력 데이터 읽기(Reading)

유성신호 처리 반대한 양의 데이터는 한번에 모두 읽을 수가 없다. 따라서 분할해서 여러 횟수로 읽을 필요가 생긴다. 입력 데이터를 읽는 방법에 대한 설명은 Fig.7에 나타난다.

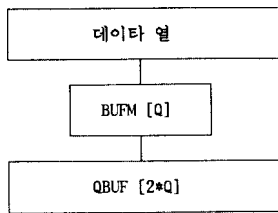


Fig. 7 Input data Reading

유성데이터 중에서 BUFM에 Q개의 데이터를 읽고, 이것을 역순으로 재배열하여 QBUF에 저장한다. 첫번째 읽을 때 QBUF의 뒤의 반은 0으로 초기화 한다. 두번째 읽을 때는 그전의 BUFM 데이터와 함께 역배열 한다.

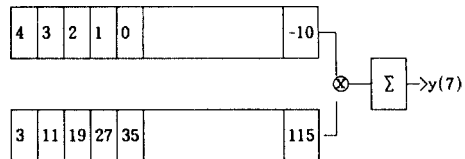
(2) 필터 계수의 순서 결정

FIR 필터의 계수는 L 주기로 같은 계수들이 반복계산 처리된다. 각 횟수에서 입력데이터의 크기(Q)만큼 L 이동한 필터 계수들을 선택하여 저장한다. 필터 계수들은 Scrambled Order로 배열하여 COFS에 저장한다.

(3) Convolution

식 (8)에서 필터의 계수와 입력데이터는 각각의 규칙에 의해서도 컨벌루션 관계에 있다. 예로, $L=8, M=5, Q=15$ 인 경우에 출력 $y(7)$ 을 구하면 아래의 같다.

$$y(7) = \sum_{k=0}^{14} h(8k+3) x(4-k)$$



IV. 실험 및 고찰

식(8)을 프로그램화 하여 10KHz 샘플링 주파수에서 16KHz로 변환하는 샘플링을 변환기의 임펄스 응답을 계산 하였다. 파라메터 설정:

$$L = 8, M = 5, Q = 15, NQ = 30, NI = 16, N = 119$$

$$NC = 120, ND = 3$$

15개의 입력 데이터가 주어질때 24개의 출력 데이터가 얻어진다.

실험에 사용한 필터의 계수는 Fig.8에 나와있고, 입력데이터와 출력응답은 Fig.9에 나타나있다.

Fig.9에서 출력응답이 11샘플 지연되어서 나타남을 알 수 있다.이것은 입력 데이터가 피크치의 필터 계수값과 만나기 까지 M 단위로 이동되어 온 스텝 수이다.

임펄스 응답을 구하는 실험에서는, M=5 이므로 입력데이터가 필터계수의 매5번째 샘플들을 한 횟수씩 이동하게된다.

이러한 출력에서의 지연을 Crochiere는 식(10)와 같이 나타내었다. [5]

$$r_g = \frac{1}{M} \left(\frac{N-1}{2} - (M-1) \right) \text{ (samples)} \quad (10)$$

실제 이러한 지연이 출력데이터에서 일어나고, 식(10)가 타당함을 /ha 라는 음성데이터의 실험에서 확인하였다. 그리고 본 논문에서 구현한 샘플링을 변환 알고리즘이 정확한 것임을 알 수 있다. Fig. 10은 /ha 에 대한 첫번째 데이터 워기 시에 구한 입력과 출력이다.

참고 문헌

1. R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, "Optimum FIR Digital Filter Implementation for Decimation, Interpolation and Narrow Band Filtering", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol ASSP-23, NO. 5, PP. 444-456, October 1975.
2. R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, "Multirate digital signal processing", Prentice-Hall Inc., 1983.
3. L. R. Rabiner and R. W. Schafer, "Discrete-Time Signal Processing", Prentice-Hall Inc., 1989.
4. J. G. Proakis and D. G. Manolakis, "Introduction to Digital Signal Processing", Macmillan Inc., 1989.
5. Digital Signal Processing Committee IEEE ASSP, "Program for Digital Signal Processing", IEEE PRESS, 1979

/* FIR Filter coefficients */

.098344	.096741	.092027	.084489	.074579
.062882	.050073	.036869	.023975	.012040
.001611	-.006898	-.013228	-.017283	-.019127
-.018966	-.017123	-.014002	-.010055	-.005738
-.001477	.002359	.005488	.007720	.008970
.009248	.008652	.007342	.005525	.003429
.001270	-.000722	-.002410	-.003668	-.004435
-.004700	-.004502	-.003916	-.003043	-.001998
-.000896	.000157	.001076	.001799	.002292
.002545	.002576	.002416	.002112	.001715
.001277	.000844	.000452	.000129	-.000112
-.000268	-.000345	-.000357	-.000319	-.000533

Fig. 8 Filter Coefficients.

Fig. 9 Impulse Response.

18
19

18

Fig. 10 / ha 에 대한 입력과 샘플링 주파수 변환된 출력.