

# 외팔형 복합재료 및 혼합적층 삼각판의 자유진동 해석

## Free Vibration Analysis of Cantilevered Composite and Hybrid Composite Triangular Plates

오 최 명 환\*  
Myoung-Hwan Choi

이 영 신\*\*  
Young-Shin Lee

### 1. 서 론

재료 고유의 성질을 최적화하는 방향으로 재료의 사용을 요구하고 있는 공학설계에서 복합재료의 사용이 급속도로 증가하고 있다. 특히 섬유보강 복합재료는 중량에 비해서 강도나 강성이 매우 우수하기 때문에 많은 구조물에 사용되고 있다. 따라서 복합재료의 진동특성을 파악할 필요성이 있다. 복합재료의 구조적 요소 가운데 외팔형 삼각판은 항공기 날개, 유도미사일의 날개등에 채용되고 있기 때문에 복합재료의 장점과 진동특성을 완전히 이용한다면 좀더 나은 구조물을 설계할 수 있을 것이다.

복합재료가 널리 사용되기 이전에는 주로 등방성 재료에 대해서 연구가 수행되었다.[1-4] 1969년 Leissa[1]는 여러가지 규칙적인 기하학적 형상에 대한 등방성 재료의 진동특성을 제시하였고, Gustafson 등[2]은 실험을 통하여 다양한 중횡비와 후퇴각을 갖는 외팔형 삼각판의 고유진동수와 노달라인(nodal line)을 제시하였다. Mirza[3]는 유한요소법을 사용하여 등방성의 삼각판을 해석하였고, Bhat[4]는 직교다항식과 Rayleigh-Ritz법을 채용하여 삼각판의 진동 해석을 하였다. 복합재료의 삼각판에 대하여, Malhotra 등[5]은 3절점 삼각판 유한요소를 사용하여 진동과 감쇠거동의 효과를 연구하였고, Liew 등[6]은 Rayleigh-Ritz법에서 Gram-Schmit 직교성을 이용하여 개발된 직교판함수를 사용하여 판의 고유진동수를 구하였다. Kim과 Dickinson[7]은 기하학적 경계조건만을 만족하는 직교다항식으로 적분의 규칙성과 순환관계를 이용하여 강성행렬을 구하고 Rayleigh-Ritz법으로 직교이방성 삼각판의 자유진동해석을 수행하였다. 이 영신 등[8]은 단순급수합수를 이용하여 직교이방성 복합재료 삼각판의 고유진동수와 모우드형상을 제시하였다. 그러나 복합재료는 진동특성을 변화시키는 다양한 매개변수(직교이방성, 적층각, 적층순서)를 가지고 제작되기 때문에 복합재료 외팔형 삼각판에 대한 믿을 만한 정보는 부족한 상태이다. 특히 혼합적층 외팔형 삼각판에 대한 진동해석 결과는 거의 없다.

본 연구에서는 복합재료와 혼합적층 외팔형 삼각판의 동적거동을 실험을 통하여 파악하였다. 또한 실험 결과들의 비교를 위해서 FEM 해석을 수행하였다. 실험과 FEM의 결과들은 고유진동수(Hz)로 제시하였고, 또한 참고문헌과의 비교를 위해서 무차원 진동수매개변수로 나타내었다. 그리고 외팔형 삼각판의 노달라인을 나타내었다.

### 2. 실험

#### 2-1. 시 편

실험을 통하여 CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastics : 탄소섬유강화 플라스틱), GFRP(Glass Fiber Reinforced Plastics : 유리섬유강화 플라스틱) 그리고 알루미늄과 복합재료의 혼합적층(hybrid) 삼각판의 자유진동 거동이 연구되었다.

등방성재료인 알루미늄의 탄성계수를 결정하기 위해서 비임시편을 1개 제작하였고, 복합재료의 탄성계수를 구하기 위해서  $[0]_{20}$ 와  $[90]_{20}$  방향의 CFRP 비임과 GFRP 비임 각각 2개씩의 굽힘시험편을 제작하였다.

등방성 재료의 실험을 위한 시편은 평균두께 2.9mm의 131cm × 91cm 알루미늄판으로부터 30.4 cm × 25.4 cm의 크기로 잘랐다. 실제 측정하고자하는 판의 크기는 25.4 cm × 25.4 cm 이고, x축 방향 크기인 30.4 cm 중 5 cm는 지그에 고정되는 부분으로 사용되었다.

본 실험에서 사용된 복합재료 시편은 한국 화이버에서 제작하였으며, CFRP 판과 GFRP 판, 그리고 Aluminum과 복합재료의 혼합적층판등이 제작되었다. 복합재료 시편은 T300 탄소섬유 프리프레그(Carbon Fiber prepreg)와 E-유리섬유 프리프레그(E-Glass Fiber prepreg)를 사용하여 필요한 적층각과 적층수에 맞추어 적층을 한후에 7kg/cm<sup>2</sup>의 압력에서 125 °C로 90 분간가해 제작하였다. 또한 고정단 경계조건을 만족시키기 위해서 고정될 부위의 양쪽에 1.1 mm의 알루미늄으로 보강을 한 후에 체결을 위한 구멍을 뚫었다.

이들 삼각판에 대한 좌표계와 형상은 Figure 1과 같으며, 실험된 복합재료의 적층각과 적층수, 그리고 전체두께등 기하학적 형상은 Table 1에 나타내었다.

#### 2-2. 탄성계수의 결정

실험을 위해 제작된 알루미늄판 및 복합재료 판의

\* 충남대학교 기계설계공학과 대학원

\*\* 충남대학교 기계설계공학과 교수, 정회원

탄성계수들을 결정하기 위해서 3점 굽힘시험(three point flexural test)을 수행하였다. 이 굽힘시험으로부터 탄성계수값을 결정하기 위해서 (1)식과 같은 중앙에 집중하중을 받는 비임의 최대처짐식이 사용되었다.

$$\delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI} \quad (1)$$

여기서  $\delta_{max}$ 는 중앙점에서의 최대처짐이다. 이 식을 탄성계수의 식으로 다시쓰면 (2)식이 된다.

$$E = \frac{PL^3}{48\delta I} \quad (2)$$

여기서 E는 알루미늄과 같은 등방성계수인 경우에는 E이고, 복합재료인 경우에는 주방향 탄성계수  $E_1$  또는  $E_2$ 이다.

### 2-3. 실험 장치

실험을 위해서 Figure 2와 같은 지그(jig)를 제작하였다. 지그는 400mm × 400mm × 20mm의 무거운 바닥판과 300mm × 50mm × 70mm의 블록 네개, 그리고 300mm × 50mm × 20mm의 덩개판 네개로 구성되었다. 각각의 블록 밑부분은 8개의  $\phi$  8.5 mm 나사가 내어져 있어 바닥판에 고정될 수 있도록 되어있고, 블록의 윗 부분은 시편을 사이에 넣고 덩개판으로 덮은 후 조일 수 있도록 18개의  $\phi$  6.5 mm 나사가 내어져 있다. 또한 시편의 평균 무게가 0.265 kg인 반면에 지그 전체의 무게는 70 kg이다.

Figure 3은 실험장치에 대한 개략도를 보여주고 있다. 실험을 위해서 사용된 진동실험장치로서 주파수 분석기인 FFT(Fast Fourier Transform)와 충격해머(impact hammer) 그리고 가속도계(accelerometer)를 사용하였다. 또한 시편에 가속도계를 부착하기 위해서 왁스(Wax)를 사용하였고, 실험의 결과들을 플로팅하기 위해서는 color plotter를 사용하였다.

### 2-4. 실험 방법

실험상의 고유진동수는 충격가진에 대응하는 판의 자유진동을 결정하기 위해서 FFT 주파수 분석기를 사용하여 결정하였다. 이 방법에서는 충격가진이 입력 신호로 들어가고, 가속도계의 판 가속도가 응답신호로 들어가 주파수 분석기의 전달함수의 피크(peak) 응답이 일어나는 곳에서 고유진동수를 구한다. 이들 각각의 주파수는 외팔형 삼각판의 고유진동수에 대응한다.

데이터 측정시의 원하는 가지점을 정확히 가지하지 못한 경우의 불규칙한 신호로 인한 오차를 줄이기 위해서 16회의 평균화를 행하여 전달함수를 구하였다. 등방성판과 CFRP판은 1 Hz - 1000 Hz의 범위에서 5차까지의 고유진동수를 구하였고, GFRP판에 대해서는 1 Hz - 500 Hz 범위에서 5차까지의 고유진동수를 구하였다.

본 연구에서 노달라인(nodal line)은 유한요소법에서의 요소 분할과 마찬가지로 판을 등간격의 45 점으로 분할하고 각 절점(node)의 변위를 구함으로써 결정

하였다. 이때 판의 중앙면을 기준으로 변위가 Zero인 점들이 노달라인이 되는데 이들 라인은 프로그램을 하여 플로팅하였다.

## 3. FEM 해석

실험한 결과들의 비교를 위한 유한요소 해석이 외팔형 삼각판의 고유진동수와 모우드 형상을 계산하기 위해서 수행되었다. 본 연구에서 사용된 유한요소 해석은 구조해석에서 널리 사용되고 있는 상용 package ANSYS를 사용하였다.

유한요소 해석의 정확한 수렴특성을 시험하기 위해서 등방성의 알루미늄판이 해석되었다. 알루미늄 재료의 삼각판에 대해서는 4 node 3-D space 6 DOF quadrilateral shell element를 사용하였다. 모델링은 실제의 형상과 크기에 따라 8 × 8의 메쉬 형성(mesh generation)을 하였는데, 이 경우 사용된 전체 자유도(degree of freedom : DOF)는 226 자유도이었다.

CFRP 판과 GFRP 판, 그리고 혼합적층 판에 대해서는 8 node 3-D space 6 DOF layered shell element를 사용하여 해석을 수행하였다. 복합재료 판과 혼합적층 판의 모델링은 알루미늄판의 경우와 마찬가지로 8 × 8의 사각 메쉬를 사용하여 메쉬 형성을 하였다. 이 복합재료 판과 혼합적층판 해석시의 전체 자유도(DOF)는 718 자유도이었다.

## 4. 결과 및 토의

본 연구에서는 Table 1과 같은 형상과 Table 2에 따른 재료물성을 갖는 적층체의 실험을 통한 진동거동 파악에 중점을 두었다. 실험된 모든판은 직각삼각형(a/b=1)으로 일단고정(x=0), 2단 자유인 외팔형 경계조건이 충분히 만족되도록 하였다. 판들의 두께는 약간씩 달라 결과들의 비교를 위해서 무차원 진동수매개변수를 도입하였으며, 고유진동수는 판의 크기, 밀도 그리고 강성에 의해서 무차원화되었다. 직교이방성 삼각판의 고유진동수는 무차원 진동수매개변수  $\lambda$ 의 향으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\lambda = (\omega a^2 / 2\pi) \sqrt{(\rho t / \sqrt{D_{11} D_{22}})} \quad (3)$$

여기서 D는 굽힘강성으로  $D_{11} = E_1 t^3 / 12(1 - \nu_{12} \nu_{21})$ 이고,  $D_{22} = E_2 t^3 / 12(1 - \nu_{12} \nu_{21})$ 이다. 등방성 재료인 경우에 재료의 물성치는

$$\begin{aligned} \nu_{12} = \nu_{21} = \nu = 0.3 \\ D_{11} = D_{22} = D = E t^3 / 12(1 - \nu)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이 표시되며, 무차원 진동수매개변수는

$$\lambda = (\omega a^2 / 2\pi) \sqrt{(\rho t / D)} \quad (5)$$

로 표시된다.

실험과 유한요소 해석에 의한 고유진동수를 Table 3-6에 제시하였고, 실험에 의해서 구해진 노달라인을 Fig.4-6에 나타내었다.

실험결과들의 수렴특성을 파악하기 위해서 등방성 재료( $E_1/E_2 = 1$ )인 알루미늄판이 실험되었다. 2.9 mm 두께의 외팔형 삼각판에 대한 실험 결과와 FEM 해석 결과를 Table 3 에 나타내었다. 결과들은 고유진동수(Hz)로 제시하였고, 무차원 진동수매개변수  $\lambda$  로 환산하여 나타내었으며, 여러 참고문헌의 결과와 잘 일치하였다.

Table 4 는  $E_1/E_2 = 15.48$  인 외팔형 CFRP 삼각판에 대한 고유진동수와 무차원 진동수매개변수를 보여주고 있다. 대체적으로 실험의 결과들은 FEM 해석의 결과들보다 낮았으며, 실제 고유진동수에 있어서 결과들은 잘 일치하고 있다. 섬유방향의 영향에 있어서 섬유방향이 0°에서 45°로 적층각이 증가할때 기본진동수(fundamental frequency)의 무차원 진동수매개변수가 크게 감소하였고, 실제 고유진동수도 크게 낮아짐을 알 수 있었다.

Table 5 는  $E_1/E_2=4.825$ 로 비교적 약한 직교이방성을 갖는 GFRP삼각판에 대한 결과들이다. Table 에서 알 수 있듯이 CFRP 판에 비해 적층각의 영향이 작다. 그리고 등방성판과 0° 적층판들의 기본진동수를 볼때 직교이방성 매개변수에 따른 값의 변화는  $E_1/E_2$  가 증가함에 따라 무차원 진동수매개변수도 증가함을 알 수 있다. 또한 단일 적층일때는  $E_1/E_2$  에 따라 값의 차이가 크지만, 0°/90°와 45°/-45° 적층일 경우에는  $E_1/E_2$  변화에 따른 값의 차이는 거의 없었다.

Table 6 은  $[AL/(0^\circ c)_1]_n/AL$  과  $[AL/(0^\circ GI)_1]_n/AL$  그리고  $[(0^\circ c)/(0^\circ GI)_1]_n$  혼합적층 삼각판의 고유진동수와 무차원 진동수매개변수를 나타내었다. 결과들을 비교해보면 세 경우 모두 실제 고유진동수에는 차이가 있으나 무차원 진동수매개변수는 등방성재료와 비슷한 값을 보이고 있다.

본 연구에서 노달라인은 실험을 통하여 구하였다. 모든판의 모우드형상에 있어서 1차 모우드형상은 쉽게 예측할 수 있는 것처럼 1차 굽힘모우드(bending mode)를 갖기 때문에 노달라인이 나타나지 않는다. 본 연구에서는 2차에서 5차까지의 모우드형상에 대응하는 노달라인을 Fig.4-7 을 통해서 제시하였다. 등방성재료인 알루미늄판에 대한 노달라인은 Leissa[1] 와 Gustafson[2]이 제시한 결과들과 잘 일치하고 있다. Fig.5-6 의 0° 단일방향 적층에 대한 거동에서는 섬유방향의 영향을 알 수 있었다. 그리고 Fig.7 의 혼합적층 판의 거동에서는 등방성 재료인 알루미늄의 영향이 크기 때문에 혼합적층판이 직교이방성이 감소하면서 등방성판과 유사한 거동을 보이고 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 다양한 외팔형 복합재료 삼각판의 고유진동수, 무차원 진동수매개변수 그리고 모우드형상에 대응하는 노달라인을 제시하였다. 실험과 FEM 해석을 통하여 진동 거동을 파악한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 등방성 재료, 0° 단일방향의 GFRP 와 CFRP판의 결과들에서 직교이방성 매개변수  $E_1/E_2$  가 증가할수록 무차원 진동수매개변수  $\lambda$  도 증가함을 알 수 있었다. 또한 angle-ply 적층판의 경우 단일방향의 경우 보다 직교이방성이 크게 줄어들었다.
2. 실험을 통해서 얻은 노달라인은 실험의 정확성을 확인 시켰고, 복합재료의 경우 섬유방향의 영향을 뚜렷하게 보여주고 있다.
3. 혼합적층 삼각판의 거동은 등방성 삼각판과 유사한 거동을 하고 있음을 알았다. 이것은 혼합적층을 함으로서 구조물의 이방성을 줄일 수 있다는 것을 말한다.

## References

1. A.W. Leissa, 1969, "Vibration of Plates", NASA SP-160
2. P.N. Gustafson, W.F. Stokey and C.F. Zorowsky, 1953, "An Experimental Study of Natural Vibrations of Cantilevered Triangular Plates ", Journal of the Aerospace Sciences, Vol.20, pp.331-337
3. S. Mirza and M. Bijlani, 1983, "Vibration of Triangular Plates ", AIAA Journal, Vol.21, No.10, pp.1472-1475
4. R.M. Bhat, 1987, "Flexural Vibration of Rectangular Plates Using Characteristic Orthogonal Polynomials in Two Variables ", J. of Sound and Vibration, Vol.114, No.1, pp.65-71
5. S.K. Malhotra, N. Ganesan and M.A. Veluswami, 1989, "Vibration and Damping Analysis of Orthotropic Triangular Plates ", Journal of Sound and Vibration, Vol.130, No.3, pp.379-386
6. K.M. Liew, K.Y. Kim and S.T. Chow, 1989, "Study on Flexural Vibration of Triangular Composite Plates Influenced by Fibre Orientation", Composite Structures, Vol.13, pp.123-132
7. C.S. Kim and S.M. Dickinson, 1990, "The Free Flexural Vibration of Right Triangular Isotropic and Orthotropic Plates ", Journal of Sound and Vibration, Vol.141, No.2, pp.291-311

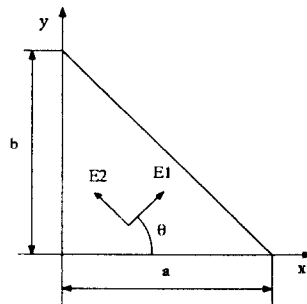


Fig. 1 Geometry and coordinate system

8. 이영신, 정대근, 나문수, 1992, "탄소섬유 합수물 이용한 직교이방성 복합재료 삼각판의 자유진동 해석", 대한기계학회논문집, Vol.16, No.5, pp.849-863

Table 1. Dimensions of plate specimens

Desig.	Stacking sequence	thickness(mm)	
		CFRP	GFRP
A	[0°]₂₀	2.8	2.6
B	[0°/90°]₁₀	2.8	2.6
C	[+45°]₂₀	2.4	2.4
D	[+45°/-45°]₁₀	2.7	2.4
E	aluminum	2.9	
F	[AL/(0°c)₁₀/AL]	4.0	
G	[AL/(0°GL)₁₀/AL]	3.4	
H	[(0°c)/(0°GL)₁₀]	2.6	

Table 2. Material properties of plates

Mat.	a, b [cm]	ρ [kg/m³]	E₁ [GPa]	E₂ [GPa]	G₁₂ [GPa]	ν₁₂
AL	25.4	2770	72.4	72.4	28.0	0.30
CFRP	25.4	1480	106.2	6.86	3.57	0.33
GFRP	25.4	1780	34.64	7.18	3.82	0.26

Table 3. Natural frequency and non-dimensional frequency parameter (λ) of isotropic cantilever triangular plate (a=b=25.4 cm, t=2.9 mm)

Material	Reference	Mode Number				
		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>
Isotropic	Experiment	67.50	250.00	357.50	592.50	842.50
		(0.97)*	(3.59)	(5.14)	(8.52)	(12.11)
	FEM	68.33	260.27	366.80	638.10	871.87
		(0.98)	(3.74)	(5.27)	(9.17)	(12.53)
	Gustafson[2]	(0.92)	(3.64)	(5.09)	(8.70)	
		(0.98)	(3.67)	(5.30)	(8.90)	
	Kim[7]	(0.98)	(3.73)	(5.20)	(8.94)	(12.18)
		(0.94)	(3.66)	(4.81)	(8.56)	(11.60)
	Lee[8]					

\* Nondimensional frequency parameter

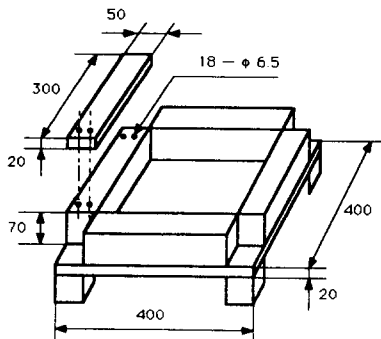


Fig.2 A jig form used for experiment, dimension(mm)

Table 4. Natural frequency and non-dimensional frequency parameter (λ) of CFRP composite cantilever triangular plate (a=b=25.4 cm)

Mode Number		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	
CFRP	[0°]₂₀	Exp.	80.00	192.50	410.00	465.00	680.00
		FEM	(1.49)	(3.59)	(7.64)	(8.66)	(12.67)
	[0°/90°]₁₀	Exp.	79.14	201.94	377.10	455.83	709.84
		FEM	(1.47)	(3.76)	(7.03)	(8.49)	(13.22)
	[+45°]₂₀	Exp.	67.50	197.50	352.50	557.50	757.50
		FEM	(0.87)	(2.54)	(4.54)	(7.18)	(9.76)
	[+45°/-45°]₁₀	Exp.	69.33	225.40	355.14	619.20	827.36
		FEM	(0.89)	(2.90)	(4.57)	(7.97)	(10.66)
	[+45°]₂₀	Exp.	33.75	132.50	227.50	318.75	448.75
		FEM	(0.66)	(2.60)	(4.48)	(6.27)	(8.83)
	[45°/-45°]₁₀	Exp.	42.86	178.40	215.19	387.17	520.00
		FEM	(0.84)	(3.51)	(4.23)	(7.62)	(10.23)
[45°/-45°]₁₀	Exp.	52.50	212.00	305.00	492.50	680.00	
	FEM	(0.92)	(3.71)	(5.33)	(8.61)	(11.89)	
[45°/-45°]₁₀	Exp.	54.08	227.65	322.21	506.41	740.23	
	FEM	(0.94)	(3.98)	(5.63)	(8.89)	(12.94)	

Table 5. Natural frequency and non-dimensional frequency parameter (λ) of GFRP composite cantilever triangular plate (a=b=25.4 cm)

Mode Number		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	
GFRP	[0°]₂₀	Exp.	41.25	123.75	215.00	310.00	451.25
		FEM	(1.18)	(3.55)	(6.17)	(8.89)	(12.94)
	[0°/90°]₁₀	Exp.	43.08	132.13	208.75	315.54	477.23
		FEM	(1.24)	(3.79)	(5.79)	(9.05)	(13.69)
	[+45°]₂₀	Exp.	36.25	117.50	188.75	311.25	427.5
		FEM	(0.90)	(2.92)	(4.69)	(7.73)	(10.62)
	[+45°/-45°]₁₀	Exp.	38.09	133.82	195.83	346.42	463.59
		FEM	(0.95)	(3.32)	(4.86)	(8.61)	(11.52)
	[+45°]₂₀	Exp.	26.25	102.50	163.75	252.50	352.75
		FEM	(0.83)	(3.25)	(5.19)	(8.00)	(11.18)
	[45°/-45°]₁₀	Exp.	29.71	128.05	159.58	296.87	384.18
		FEM	(0.94)	(4.06)	(5.06)	(9.41)	(12.17)
[45°/-45°]₁₀	Exp.	30.00	112.50	162.50	277.50	366.25	
	FEM	(0.95)	(3.57)	(5.15)	(8.80)	(11.61)	
[45°/-45°]₁₀	Exp.	31.28	127.79	175.57	294.06	411.25	
	FEM	(0.99)	(4.05)	(5.56)	(9.32)	(13.03)	

Table 6. Natural frequency and non-dimensional frequency parameter (λ) of hybrid composite cantilever triangular plate (a=b=25.4 cm)

Mode Number		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>
[AL/C/AL]	Exp.	95.00	350.00	475.00	855.00	
	FEM	(0.88)	(3.24)	(4.40)	(7.92)	
[AL/C/AL]	Exp.	105.41	390.39	545.96	944.63	
	FEM	(0.98)	(3.61)	(5.05)	(8.74)	
[AL/GL/AL]	Exp.	82.50	300.00	420.00	727.50	890.00
	FEM	(0.93)	(3.39)	(4.75)	(8.22)	(11.19)
[AL/GL/AL]	Exp.	83.96	317.56	439.39	759.56	1040.00
	FEM	(0.95)	(3.59)	(4.97)	(8.59)	(11.76)
[GL/C]₁₀	Exp.	57.50	162.50	310.00	420.00	590.00
	FEM	(1.33)	(3.79)	(7.18)	(9.79)	(13.66)
[GL/C]₁₀	Exp.	59.35	162.93	283.14	377.38	588.44
	FEM	(1.37)	(3.77)	(6.56)	(8.74)	(13.40)

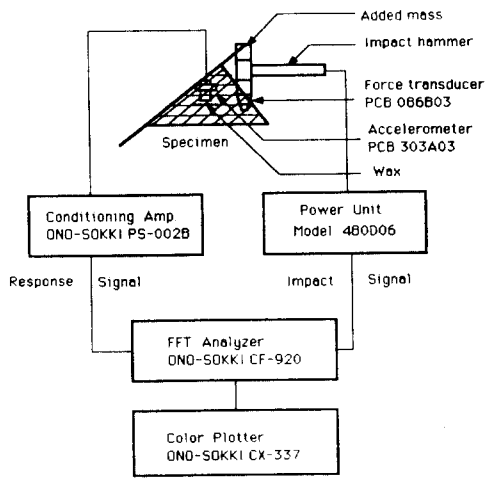


Fig.3 Block diagram for modal analysis equipment

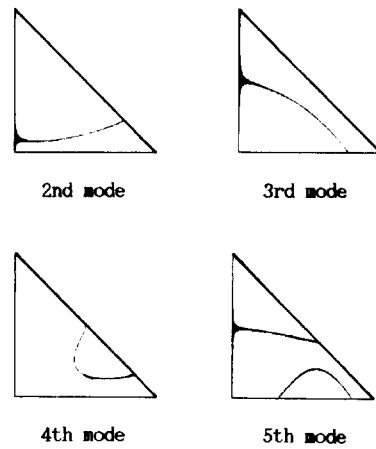


Fig. 4 Nodal patterns for isotropic cantilever triangular plate ( $b/a=1$ ,  $t/a=0.0114$ )

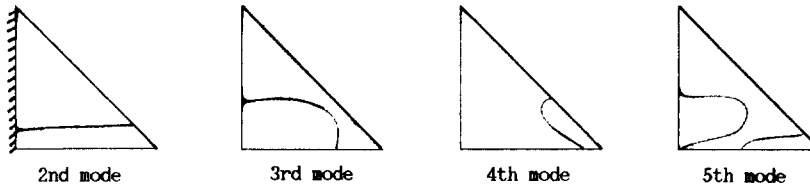


Fig.5 Nodal patterns for CFRP cantilever triangular plate ( $b/a=1$ )

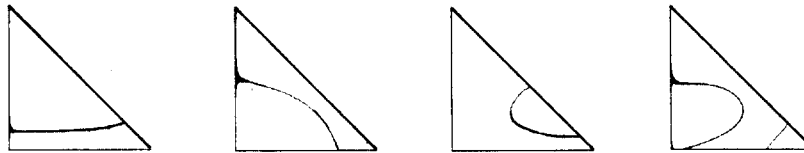


Fig.6 Nodal patterns for GFRP cantilever triangular plate ( $b/a=1$ )

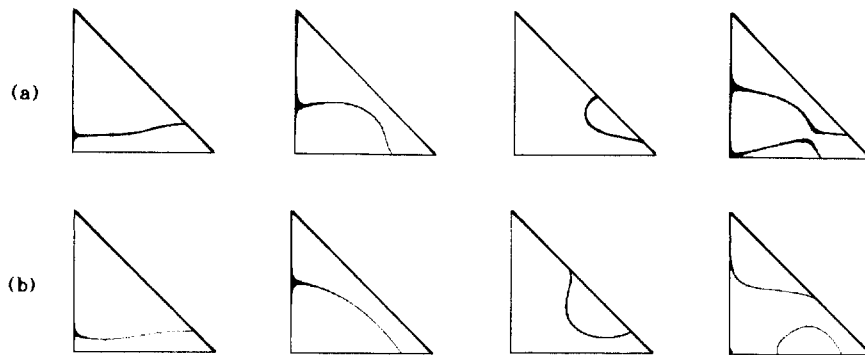


Fig.7 Nodal patterns for hybrid composite cantilever triangular plate ( $b/a=1$ )  
 (a)  $[AL/(0^\circ_{GL})_{10}/AL]$  hybrid (b)  $[(0^\circ_c)/(0^\circ_{GL})]_{10}$  hybrid