

FEM을 활용한 회로기판의 충격 해석

박 철희*, 이 우식*, 홍 성철**, 박 용석***, 서 정범***

(Impact Analysis of Printed Circuit Boards
Using Finite Element Method)

Chol-Hui Park, U-Sik Lee, Sung-Chul Hong, Yong-Suk Park, Jeong-Beom Seo

1. 서 론

요즘 전자제품에 대하여 소비자는 다기능화, 경량화, 정밀화 및 저소음화등을 크게 요구하고 있다. 그러나, 현장에서 양산된 제품은 출하시 부터 소비자에게 시판되기까지 다양한 유통 구조를 통함으로서 운반 도중에 낙하에 의한 충격을 받게 되며, 이러한 낙하충격에 의해 제품은 치명적인 손상을 입을 수 있다. 따라서 출하 제품은 주어진 충격 환경에 대하여 적절한 포장재의 선정과 제품 자체적으로 어느 정도의 충격에 견디도록 하는 설계의 필요성이 절실히 요구되고 있다. 이러한 필요성에 따라 출하 제품의 성능을 심분 발휘할 수 있도록 보다 엄격한 환경시험(낙하, 진동) 조건들을 강화하므로써 이에 대응하고 있는 실정이다. 제품의 환경시험은 제품 개발비용을 증대시키므로, 설계 초기단계에서 여러 환경 조건에 견딜수 있는 제품을 설계할수 있는 기술개발이 필요하다.

본 연구에서는 먼저 낙하 충격을 받는 전자 제품을 수학적인 모델링을 행하므로써 낙하 충격시 제품이 받게되는 충격력을 정량화하였고, 전자 제품내 많은 부품들의 낙하충격에 대한 동특성해석의 일환으로 핵심 부품인 PCB(printed circuit board)를 해석하였다. PCB 해석을 위하여 유한요소법을 사용하였고, PCB에 작용하는 half-sine pulse의 속도 변화에 다른 가속도 응답 및 최대 충격가속도, 주기의 변화에 다른 PCB의 가속도 응답을 해석 하였다. 제시된 해석 기법은 낙하충격에 대비한 적절한 electric component의 layout 및 최적의 PCB 취부조건등의 결정을 가능케 함으로써, 설계 단계에서 낙하 충격을 고려한 PCB설계가 될 수 있도록 그 활용 방안을 제시하였고 반복된 낙하충격 실험을 줄일수 있으므로 경비 절감 및 개발 소요기간도 절감할 수 있다.

2. 충격력의 정량화

2-1. 계의 모델링

전자제품에 대한 낙하충격을 해석하기 위해 포장된 제품을 크게 포장재와 제품 그리고 제품내 주요부품으로 구성되는 3 DOF으로 모델링한다.

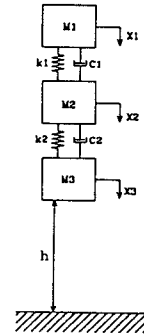


Fig. 1 계의 모델링

여기서,

- m1 : 주요부품의 질량
- m2 : 제품의 총질량
- m3 : 포장재의 질량
- k1, c1: 주요부품의 강성계수, damping 계수
- k2, c2: 포장재의 강성계수, damping 계수
- h : 낙하높이

2-2. 충격력의 정량화

낙하충격시 제품내의 주요부품은 순간적인 속도변화에 따라 큰 손상(damage)을 받게된다. 따라서, 포장재는 이러한 충격력을 완화해주어 주요부품의 치명적인 손상을 막기위해 설계되어진다. 먼저 낙하충격시 제품이 받게되는 충격력을 해석하기 위하여 다음과 같이 가정한다. ① 제품자체만의 질량이 포장재나 해석하고자하는 주요부품보다 무척 크므로 제품의 질량만을 고려한다. ② damping은 무시한다. ③ 포장재는 선형으로 모델링하며, 반복적인 충격으로 인한 변형을 무시한다.

따라서 낙하충격시 운동방정식은

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 = 0$$

$$\text{I.C's } \begin{cases} [x_2]_{t=0} = 0 \\ [\dot{x}_2]_{t=0} = \sqrt{2gh} \end{cases} \quad (1)$$

* 인하대학교 기계공학과 교수, 정희원

** 인하대학교 기계공학과, 정희원

*** 인하대학교 기계공학과 대학원

고, 식(1)의 응답은

$$x_2 = d_m \sin \omega_2 t \quad (2)$$

기서

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$$

$$d_m = \frac{\sqrt{2gh}}{\omega_2} \quad (\text{충격에 의한 최대 변위})$$

같이 된다. 이 계가 지면에서의 충돌후 rebound하고 가정하면 식(3)은 $t \leq \pi/\omega_2$ 일때 까지의 운동 묘사하게 되며, 그 이후의 순간에 계는 rebound 계된다. 즉, m_2 는 Fig.2에 도시한 바와 같이 포장의 최대변위가 d_m 일때 최대가속도, $\omega_2 \sqrt{2gh}$ 의 기와 π/ω_2 의 pulse duration을 갖는 half-sine shock pulse를 받게 된다.

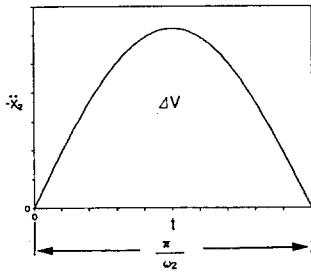


Fig.2 Half Sine Shock Pulse

여기서,

$$\ddot{x}_2 = -\omega_2 \sqrt{2gh} \sin \omega_2 t$$

$$\Delta V = \sqrt{2gh}$$

2-3. 충격 응답 해석

앞절에서 정의한 충격력이 주요부품을 장착하고 있는 제품에 작용하게 되므로 주요 부품인 m_1 이 m_2 에 상대적으로 움직인다면 이 때의 운동방정식은

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 (x_1 - x_2) = 0 \quad (4)$$

이 된다. 여기서 $x = x_1 - x_2$ 로 놓으면

$$[0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega_2}] \text{ 일때}$$

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x = -\ddot{x}_2 \quad (5)$$

$$\ddot{x}_2 = -\omega_2 \sqrt{2gh} \sin \omega_2 t$$

$$\text{I.C's } [x]_{t=0} = 0$$

$$[\dot{x}]_{t=0} = 0$$

$$[\frac{\pi}{\omega_2} \leq t] \text{ 일때}$$

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x = 0 \quad (6)$$

$$\text{I.C's } [x']_{t=0} = [x]_{t=\pi/\omega_2}$$

$$[\dot{x}']_{t=0} = [\dot{x}]_{t=\pi/\omega_2}$$

이 된다. 여기서 $\omega_1^2 = k_1/m_1$ 이다. 이 때의 식(5)와 (6)의 응답은 다음과 같다.

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega_2} \text{ 일때}$$

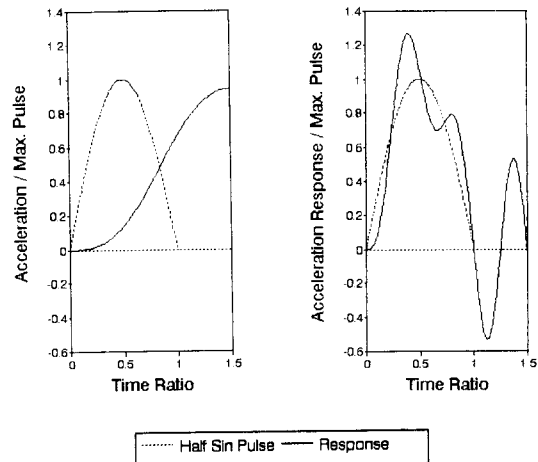
$$x(t) = \frac{\omega_2 \sqrt{2gh}}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \left[\frac{\omega_2}{\omega_1} \sin \omega_1 t - \sin \omega_2 t \right]$$

$$t \geq \frac{\pi}{\omega_2} \text{ 일때}$$

$$x(t) = \frac{\omega_2^2 \sqrt{4gh} \left[1 + \cos \frac{\omega_1}{\omega_2} \pi \right]}{\omega_1 (\omega_2^2 - \omega_1^2)} \sin(\omega_1 t + \alpha)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{-\sin \theta}{\cos \theta + 1}, \quad \theta = \frac{\omega_1}{\omega_2} \pi \quad (7)$$

Fig.3은 주요부품의 주기에 대한 half-sine pulse 주기비에 대한 응답을 나타내고 있으며, 주기비가 1 보다 작을 때에는 half-sine pulse 주기가 끝난 후에 최대 가속도가 발생하고 있고, 주기비가 1 보다 클 수록 가속도의 크기는 half-sine pulse 주기내에서 최대 가속도가 발생하며 그 응답 형상은 half-sine pulse를 따라 가고 있음을 알 수 있다. 이러한 주기비에 따른 최대 응답을 연속적으로 나타낸 것을 shock response spectrum(SRS)이라 하며 1DOF에서의 SRS를 그려보면 Fig.4와 같다. 여기서 주파수비 $f_1/f_2=1.6$ 일때 최대가속도비가 최대가 됨을 알 수 있으며, $f_1/f_2 < 0.5$ 일때 주요부품들은 비교적 충격에 안정하다는 것을 알 수 있다.



(a) Frequency Ratio = 0.5

(b) Frequency Ratio = 4.0

Fig.3 주기비에 따른 응답

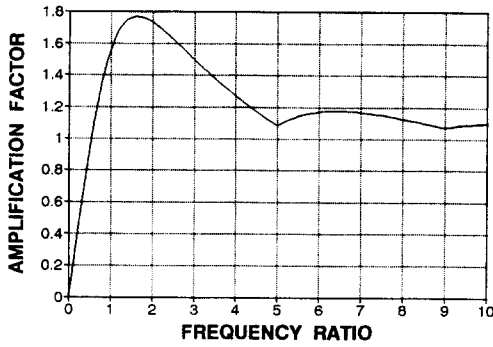


Fig. 4 Shock Response Spectrum

3. PCB의 충격해석

3-1. 충격력을 받는 PCB의 운동방정식

전자제품은 많은 부품들로 구성되어 있으며, 이들중 PCB(printed circuit board)는 주요한 기능을 수행하고 있는 부품이다. 따라서 PCB의 충격을 해석하기 위하여 얇은 평판으로 가정하였다. 낙하하는 PCB의 변위는 Fig 5 와 같이 강제운동을 하는 변위 V 와 PCB변위 자체의 변형 w 의 합으로 표현할 수 있다. 따라서 PCB의 운동에너지 T 와 변형에너지 V 는 다음식으로 표현된다.

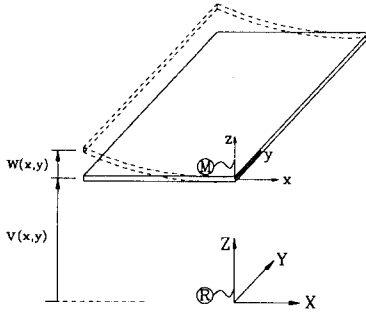


Fig.5 낙하하는 PCB의 변위

$$T = m \int_A \left[\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} \right]^2 dA \quad (8)$$

$$V = \int_A D \left\{ \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dA \quad (9)$$

여기서 m 은 단위면적당 PCB의 질량, D 는 $\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ν 는 Poisson 비다.

따라서 충격을 받는 PCB의 운동방정식은

$$D \nabla^2 \nabla^2 w(x,y,t) + m \ddot{w}(x,y,t) = -m \ddot{v}(t) \quad (10)$$

여기서 ∇^2 는 Laplacian operator 이다. 또한 식(2)에 의해 $v(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$v(t) = \delta(t) A \sin \omega t \quad (11)$$

여기서,

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t > \frac{\pi}{\omega} \\ 1, & t \leq \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$$

3-2. 유한요소 모델링

평판의 임의의 변위 상태를 표현할 때 w 를 수직변위, θ_x, θ_y 를 각각 X와 Y방향의 각 변위로 나타낸다.

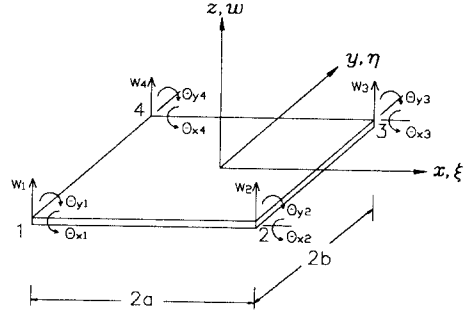


Fig.6 4 Mode 평판 요소 모델링

이때 4절점 평판요소에 발생하는 절점변위를 표시하면 Fig.6 와 같고 한 요소의 임의의 점에서의 w 는

$$w = [N] \{W_1 \theta_{x1} \theta_{y1} \dots W_4 \theta_{x4} \theta_{y4}\}^T \quad (12)$$

으로 나타낼 수 있다. 이때 사용된 형상계수 $[N]$ 는

$$N_j^T(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} f_j(\xi) f_j(\eta) \\ b f_j(\xi) g_j(\eta) \\ -a g_j(\xi) f_j(\eta) \end{bmatrix}$$

여기서,

$$f_j(\xi) = \frac{1}{4} (2 + 3\xi_j \xi - \xi_j \xi^3)$$

$$g_j(\xi) = \frac{1}{4} (-\xi_j - \xi + \xi_j \xi^2 + \xi^3)$$

이다[1,2]. 식(8), (9)에 변분원리를 적용하고 식(12)를 이용하면한 요소에 대한 유한요소 방정식을 다음과 같이 얻게된다.

$$[m]_e \ddot{\{W\}} + [k]_e \{W\} = -m A \{F\}_e \sin \omega t \quad (13)$$

여기서,

$$[m]_e = m \int_{A_e} [N]^T [N] dA_e$$

$$[k]_e = \int_{A_e} [B] [D]^T [B] dA_e$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \\ \frac{\partial^2}{2 \partial X \partial Y} \end{bmatrix} [N]$$

$$[D] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

$$\{F\}_e = \int_{A_e} [N]^T dA_e$$

이다. 한 요소에 대한 식(13)을 합성하면 계 전체의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M] \{\ddot{W}\} + [K] \{W\} = -m A \{F\} \sin \omega t \quad (14)$$

자유진동 해석과정에서 구한 modal vector를 이용하면,

$$[W] = [\Phi] \{q\}$$

같이 좌표변환 되고 따라서, 식(14)는

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}\} + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{q\} = -[\Phi]^T m A \{F\} \sin \omega t \quad (15)$$

되고, 식(15)는 decouple된 식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n = a_n \sin \omega t, \quad (n=1, 2, \dots) \quad (16)$$

식(16)에서 a_1, a_2, \dots 을 Mode Participation Factor라 하며 각 Mode에 미치는 힘의 영향정도를 나타낸다. 양 끝단이 고정된 PCB에 충격력이 작용할 때 Mode Participation Factor를 살펴 보면 Table 1과 같다.

Table 1 Mode Participation Factor

Mode	Frequency (Hz)	Mode Participation Factor (%)
1	116.26	57.43
2	215.6	3.05×10^{-11}
3	320.8	3.89×10^{-12}
4	480.9	1.62×10^{-8}
5	630.6	25.16
6	675.2	3.57×10^{-1}
7	826.5	2.27×10^{-7}

3-3. PCB 동특성의 실험과 FEM해석 비교

해석에 사용된 물성치는 Table 2에 나타나 있으며 여기서 질량은 기판전체에 분포되어 있다고 가정하여 균일한 질량으로 간주하였고, 탄성계수와 Poisson's 비

는 isotropic material로 가정하여 인장시험에 의해서 얻었다. 적용한 FEM의 element는 thin plate bending element를 사용하였고, program은 Ref[1]의 결과와 비교 검증하였다. 실험은 주 회로기판을 떼어낸 후 양단을 고정된 상태로 실험을 하였으며 HP 3563A 2-Ch FFT를 사용하여 계측하였다. FEM으로 해석한 주파수와 mode shape을 실험결과와 비교하여 Table 3과 Fig.7에 나타내었다. 또한 FEM해석에 의한 mode shape을 Fig.8에 나타내었다.

Table 2 평판의 물성치

물 성 치	
a [m]	0.175
b [m]	0.081
h [$\times 10^{-3}$ m]	1.14
e [kg/m^3]	1904.69
E [$\times 10^9$ N/m ²]	17.3868
ν	0.3
Element 16 \times 16	

Table 3 Frequency(Hz) 비교

Mode	실험치	FEM	Damping η
1	111.41	116.26	0.0255
2	182.02	215.6	0.0254
3	336.85	320.8	0.0134
4	443.76	480.9	0.0097

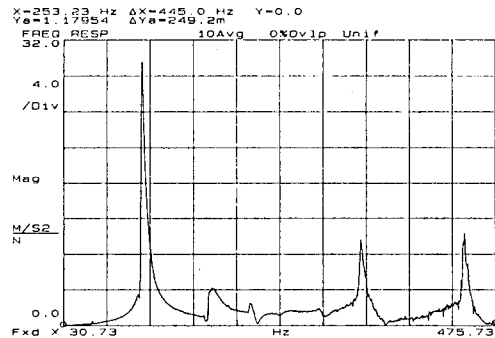
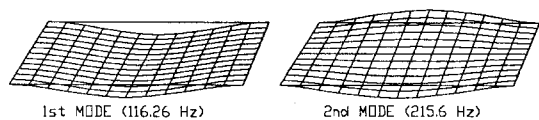


Fig.7 실험에 의한 transfer function



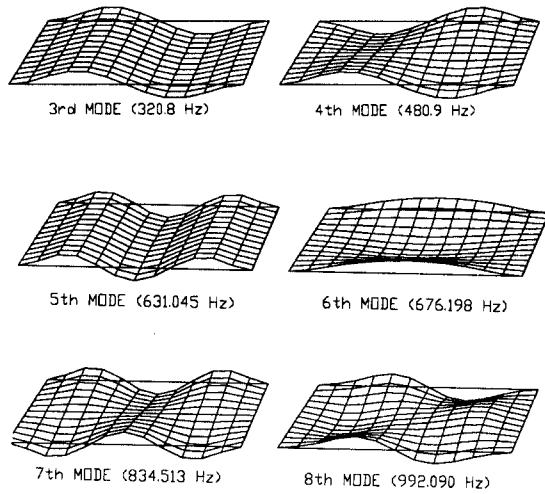


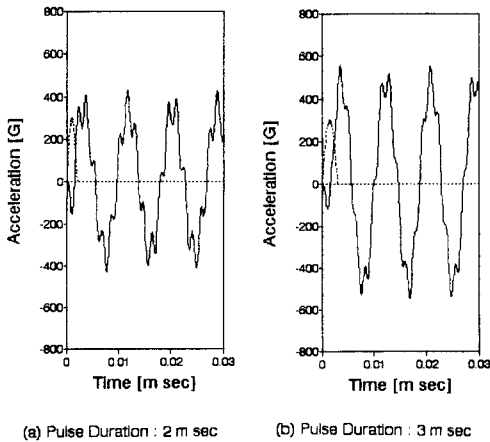
Fig. 8 양단 고정일때의 Mode Shape

Table 3 에서 보는 바와 같이 실험에 의한 해석과 FEM해석이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

3-4. 충격응답의 FEM해석

① Pulse Duration의 변화에 따른 응답해석

Fig. 9는 최대 가속도, 300G의 half-sin pulse의 주기를 변화 시켜가며 PCB 중앙점에서의 응답을 나타내고 있으며, 이는 1자유도계의 응답해석 결과와 경향이 비슷함을 알 수 있다. 즉 Pulse에 대한 PCB의 1st 고유진동 주기의 비가 0.6 부근에서 가장 큰 가속도를 나타내고 있으며, 이 비가 0.6보다 작은 pulse의 경우 최대가속도는 pulse가 끝난뒤에, 0.6보다 큰 pulse일 경우에는 pulse가 작용하는 순간에 최대가속도가 나타나고 있다. 또한 이 경우에는 응답 가속도가 half-sin pulse의 형상을 따라가고 있으며, 작은 주기비일수록 5번째 진동 mode의 영향이 응답 파형에 크게 기여하고 있음을 알 수 있었다.



(a) Pulse Duration : 2 m sec (b) Pulse Duration : 3 m sec

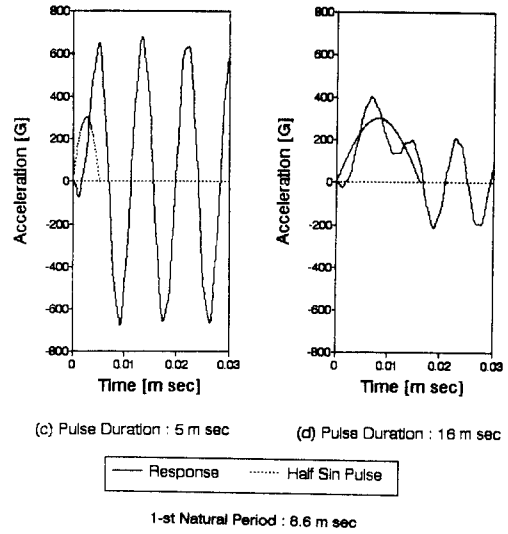


Fig. 9 Pulse Duration에 따른 응답

② Velocity Change량이 일정할 때의 응답해석

half-sin pulse의 면적에 해당하는 velocity change량이 일정하고 주기가 변화할 때의 응답은 Fig. 10과 같다.

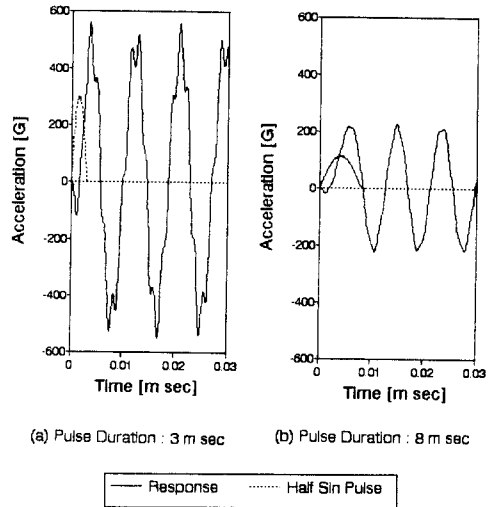


Fig. 10 Velocity Change량이 일정할 때의 응답

그림에서 보는 것처럼 pulse의 주기가 길어질수록 응답의 최대가속도가 작아짐을 알 수 있다. 이것은 제품이 일정한 높이에서 떨어질 때 제품과 포장재의 frequency가 낮을수록 적은 응답을 얻을 수 있음을 보여준다. 즉, 포장재의 강성이 작을수록 충격에 안정함을 알 수 있다. 이것은 최적의 포장재를 선택, 설계하는데 유용한 정보를 준다.

③ 다양한 경계조건에 따른 응답해석

일정한 half-sin pulse가 작용할 때 PCB의 취부조건을 변경하여 관심있는 부분(중앙점)의 응답변화를 Fig.11에 나타내었다.

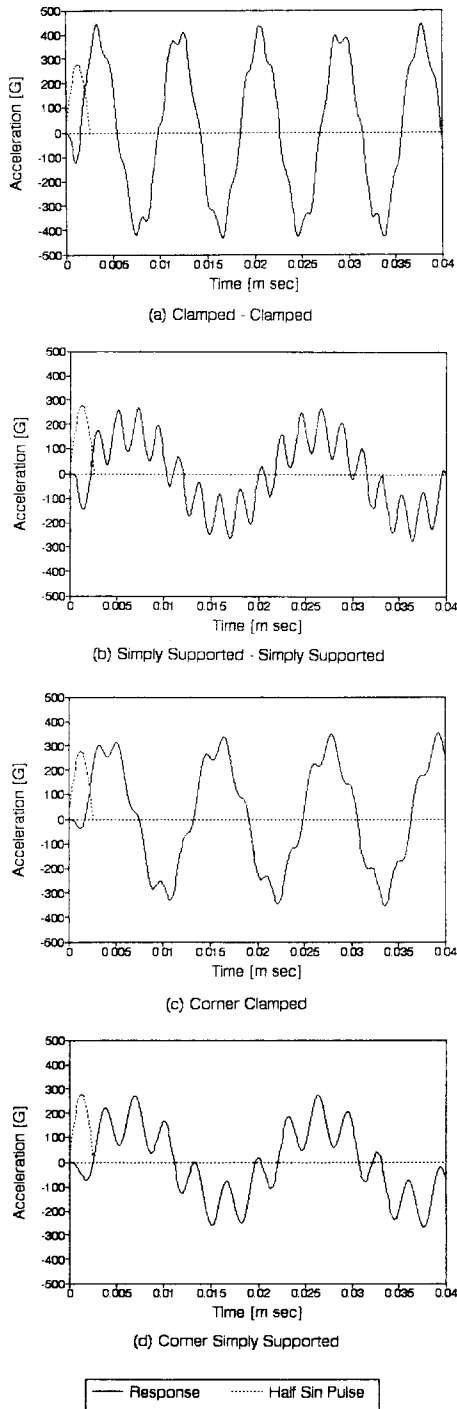


Fig.11 다양한 경계조건에 따른 응답

(a), (b)는 양변이 지지된 것이고 (c), (d)는 네 모퉁이가 지지된 것이다. 그림에서 보듯이 여러가지 경계조건에 대해서 응답을 살펴보면 작용하는 일정한 pulse에 대해 안정한 응답을 나타내는 취부조건을 얻을 수 있다.

5. 결 론

1. 양단고정인 PCB의 중앙점에서의 충격응답을 고찰해 본 결과 PCB의 1st 고유진동 주기의 0.6배 부근에서 가장 큰 가속도를 나타내고 있으며, 1 자유도계의 응답 해석과 유사한 경향을 보이고 있음을 알 수 있었다.
2. 속도 변화가 일정한 Half-Sine Pulse에 대한 PCB의 응답을 해석해 본 결과 Pulse 주기가 클수록 응답 가속도는 낮게, 응답의 첫 반 주기는 크게 나타나고 있다.
3. 다양한 경계조건에 따른 충격 응답 해석을 수행하였으며, 이러한 결과들은 PCB내 주요 부품의 적절한 Layout및 최적의 취부 조건의 결정에 큰 도움을 주리라 판단된다.

6. REFERENCE

- 1) Maurice Petyt, "Introduction to Finite Element Vibration Analysis", Cambridge Univ. Press, 1990, pp.141-290
- 2) S.S. Rao, "The Finite Element Method in Engineering", Pergamon Press, 1989
- 3) Ray W. Clough, "Dynamics of Structures", McGraw-Hill Book Company, 1982
- 4) R.D. Mindlin, "Dynamics of Package Cushioning", Bell Syst. Tech. Jour., 24,(July 1945) pp.353-461
- 5) Cyril M. Harris, "Shock and Vibration Handbook", McGraw-Hill Book Company, 1988
- 6) Dave S. Steinberg, "Vibration Analysis for Electronic Equipment", John Wiley & Sons, Inc., 1988