



## 2.2 구조물 특성행렬을 이용한 부분 구조합성법

부분 구조합성법에는 임피던스 합성법[4]과 모우드 합성법[5]이 주로 이용되나 이들은 모우먼트에 의한 회전 자유도의 추출과 결합행렬을 구해야 한다. 그러나 구조물 특성행렬을 이용하면 유한요소법과 같은 방법으로 결합시킬 수 있다. 부분 구조계 I, II에 대해서 결합부를 B,C, 비결합부를 A, D라하고 결합부에서 힘평형식과 기하학적 구속조건을 이용하면 식(2.10)과 같이 표현할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (2.10)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{1AA} & M_{1AB} & 0 \\ M_{1BA} & M_{1BB} + M_{11CC} & M_{11CD} \\ 0 & M_{11DC} & M_{11DD} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{1AA} & K_{1AB} & 0 \\ K_{1BA} & K_{1BB} + K_{11CC} & K_{11CD} \\ 0 & K_{11DC} & K_{11DD} \end{bmatrix}$$

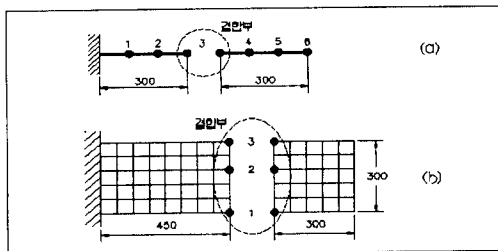
$$\{q\} = \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \\ x_D \end{pmatrix} \quad \{F\} = \begin{pmatrix} F_A \\ F_B + F_C \\ F_D \end{pmatrix}$$

따라서 식 (2.10)을 이용하여 전체 구조물에 대한 동특성 해석을 할 수 있다.

## 3. 시뮬레이션

### 3.1 결합부 필요 자유도 산출

구조물 합성시 결합부에서 모든 자유도를 고려하는 것이 가장 좋으나 실험자료들과 유한요소자료들의 병행사용시 여러가지 문제점 등으로 모두 고려할 수가 없게된다. 따라서 결합부에서 필요한 자유도만 산출할 필요가 있으며 (그림 1)의 보 모델과 평판 모델을 이용, Guyan 축약방법을 사용하여 구조물 특성행렬들을 산출한 후 이들 특성행렬들을 이용하여 필요 자유도를 산출하였다.



(그림 1) (a) 보 모델 (b) 평판 모델

#### 3.1.1 보 모델(Beam Model)

자유도의 종류를 (표 1)과 같이 3종류로 하여 합성 모델과 원 모델(Finite Element Full Model)의 고유 진동수를 비교하여 (표 2)에 수록하였다. 이 결과 결합부에서는 병진, 회전 자유도를, 비결합부에서는 병진 자유도만 고려하여도 충분하다는 것을 알 수 있다.

(표 1) 자유도의 종류 : 보 모델

종류	자유도의 종류
1	전 영역에서 병진 자유도만 고려시
2	결합부: 병진/회전자유도, 비결합부: 병진자유도
3	전 영역에서 병진/회전 자유도 고려시

(표 2) 고유진동수 비교 : 보 모델

Mode	원 모델 (Hz)	합성 모델 (Hz)		
		①	②	③
1	10.95	2.4E-6	10.95	10.95
2	68.62	30.74	68.65	68.64
3	192.15	192.79	192.84	192.50
4	376.56	279.79	382.54	378.97
5	622.56	648.18	637.79	631.80
6	930.188	776.94	958.67	945.33

#### 3.1.2 평판 모델(Plate Model)

X,Y,Z방향의 병진 자유도를 UX, UY, UZ 회전 자유도를 RX, RY, RZ라고 할때 비결합부에서는 병진 자유도 UZ만 고려하고 결합부에서는 (표 3)과 같이 고려하여, 합성 모델과 원 모델과의 고유 진동수를 비교하여 (표 4)~(표 5)에 수록하였다. 이 결과 결합부에서는 병진 자유도 UZ 과 회전자유도 RY만 고려하여도 충분하다는 것을 알 수 있다.

(표 3) 자유도의 종류 : 평판 모델

종류	결합부 자유도
1	UZ
2	UZ, UX, UY
3	UZ, RX, RY
4	UZ, UX, RX, RY
5	UZ, UX, UY, RX, RY
6	UZ, UX, UY, RX
7	UZ, UX, UY, RY
8	UZ, UX, RY
9	UZ, UY, RY
10	UZ, RY

(표 4) 원 모델과 합성모델간의 고유진동수 비교

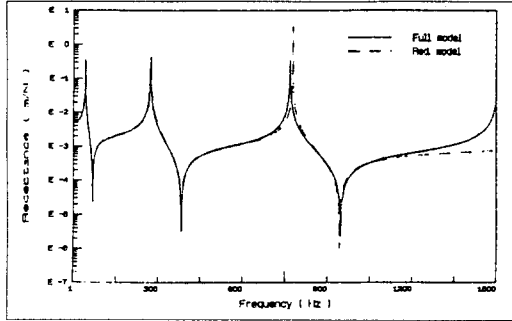
Mode	원 모델(Hz)	결합부 자유도 (Hz)				
		①	②	③	④	⑤
1	4.5915	0.134	0.130	4.507	4.507	4.507
2	23.9629	9.839	9.840	23.98	23.98	23.98
3	28.4704	23.91	23.91	26.19	26.19	26.19
4	76.6223	66.50	66.50	77.44	77.44	77.44
5	80.1009	77.07	77.07	78.44	78.44	78.44
6	142.436	139.3	139.3	147.0	147.0	147.0

(표 5) 원 모델과 합성모델간의 고유진동수 비교

Mode	원 모델(Hz)	결합부 자유도 (Hz)				
		⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1	4.5915	0.232	4.505	4.50	4.50	4.50
2	23.9629	9.840	23.98	23.98	23.98	23.98
3	28.4704	23.91	26.19	26.19	26.19	26.19
4	76.6223	66.53	77.54	77.54	77.54	77.54
5	80.1009	77.02	78.39	78.39	78.39	78.39
6	142.436	138.5	148.1	148.1	148.1	148.1

(그림 2)에는 Guyan 축약방법을 이용한 "회전 자유도/모우먼트에 대한 자기전달 함수( $\theta/M$ )"를 외팔보 축약 모델과

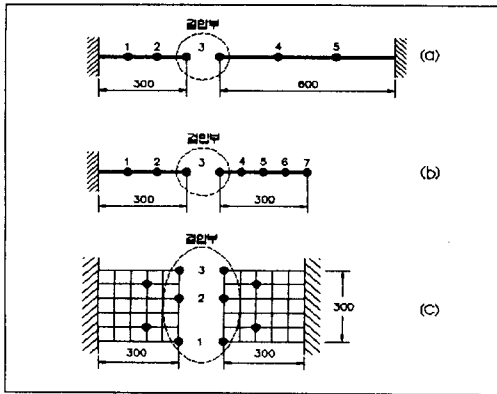
원 모델과 비교하여 나타내었다. 이 결과 고차 모드 영역을 제외하고는 전체적인 경향이 일치하고 있음을 알 수 있으며, 이로부터 축약 모델에 잔여 모드 효과(Residual Effect)가 포함되어 있음을 알 수 있다.



(그림 2) 축약 모델과 원 모델 간의 주자유도 "3"에서의 회전 자유도에 대한 자기 전달함수( $\theta/M$ ) 비교

### 3.2 부분 구조합성법

구조물의 특성행렬들을 이용한 부분 구조합성법을 (그림 3)과 같은 보 모델 및 평판 모델에 적용하였다. 이때 각 분할 구조물의 특성행렬은 2장에서 제시한 직접산출법을 이용하였으며, 결합시 중요한 역할을 하는 회전 자유도의 영향을 살펴보기 위하여 직접산출 모델과 원 모델의 "결합부 회전 자유도/모우멘트의 자기 전달함수 ( $\theta/M$ )"를 구하여 비교하였다.



(그림 3) 합성 모델 : 보 모델 및 평판 모델

#### 3.2.1 직접 산출모델

보 모델 및 평판 모델에 대한 특성행렬들을 구하고 이들을 이용하여 계산한 고유진동수와 "결합부 회전자유도/모우멘트의 자기 전달함수 ( $\theta/M$ )"를 구하여 원 모델과 비교하였다. 이 결과 고유진동수는 잘 일치하고 있으나 ( $\theta/M$ )은 다소의 차이를 보이고 있다. 이는 회전 자유도의 질량 정규화 모우드 벡터의 값은 병진 자유도의 질량 정규화 모우드 벡터의 값보다 산술적으로 크다.[6] 더우기 고차 모우드로 갈 수록 그 값의 차이는 훨씬 크며, 모든 모우드에서 자기 전달함수의 모드 상수(Modal Constant)는 항상 양(+)의 값이므로 고차 모우드의 영향이 고려될 경우 전부 합쳐

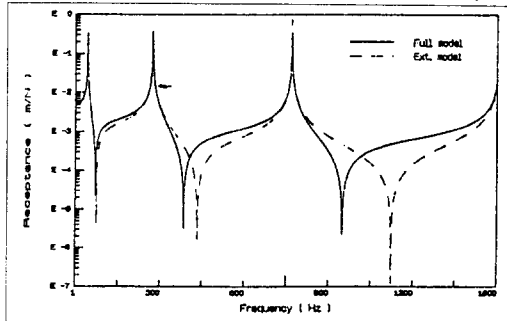
져서 큰 값으로 된다. 그러므로 소수 모우드 이외의 잔여 모우드(Residual)의 영향이 회전 자유도의 자기 전달함수 ( $\theta/M$ )에서는 매우 크기때문인 것으로 생각된다. 따라서 축약 모델과 같이 회전자유도에 대한 잔여 모우드 효과(Residual Effect)가 고려되어야 함을 알 수 있다. (표 6)에는 보 모델과 평판 모델에 대한 고유진동수의 계산결과를, (그림 4)~(그림 5)에는 외팔보 모델( $l=300(\text{mm})$ )의 측정점 "3"에서의 ( $\theta/M$ )에 대한 잔여 모우드 효과를 고려한 경우와 고려하지 않는 경우에 대한 전달함수를 수록하였다.

(표 6) 고유진동수 비교 : 보 모델

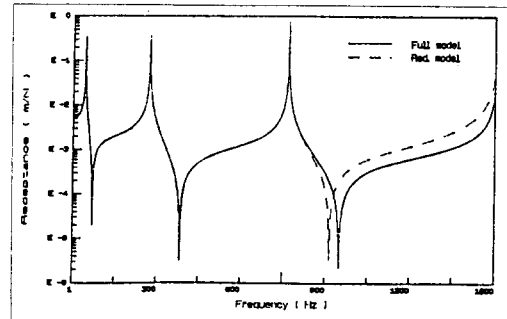
Mode	원 모델 (Hz)			직접 산출 모델 (Hz)		
	외 팔 보		자유보	외팔 보		자유보
	$l=300$	$l=600$		$l=300$	$l=100$	
1	43.8019	10.9505	1.73E-4	43.80	10.94	1.76E-3
2	274.502	68.6257	2.06E-4	274.64	68.67	1.90E-3
3	768.624	192.156	278.723	769.16	192.48	278.78
4	1506.25	376.567	768.323	1508.2	377.46	768.78
5	2490.16	622.560	1506.27	-	-	1508.45
6	3720.50	930.188	2490.23	-	-	2513.58

(표 7) 고유진동수 비교 : 평판 모델

Mode	원 모델 (Hz)	직접 산출 모델 (Hz)
1	28.8178	28.812
2	70.9553	70.978
3	182.154	182.183
4	234.948	236.386
5	268.239	267.790
6	486.717	487.195
7	560.624	591.824
8	606.984	832.736



(그림 4) 측정점 "3"에서의 ( $\theta/M$ ):잔여 모우드 효과 불고려



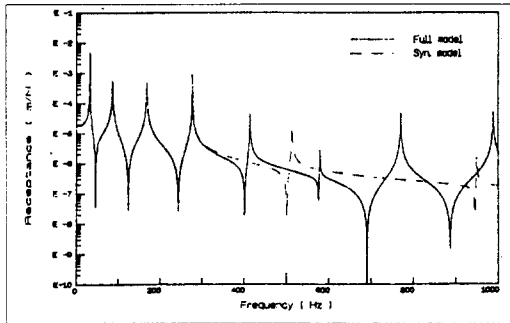
(그림 5) 측정점 "3"에서의 ( $\theta/M$ ):잔여 모우드 효과 고려

### 3.2.2 합성 모델

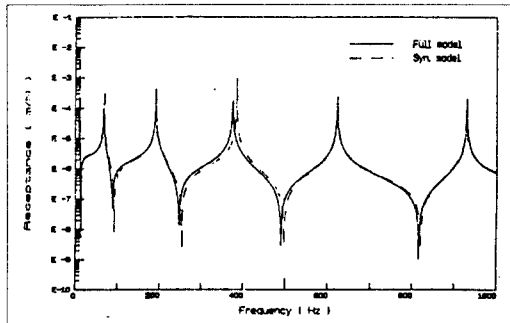
직접 산출법으로 구한 특성행렬들을 합성하여 전체 구조물에 대한 고유진동수와 결합부에서의 자기 전달함수를 구하여 원 모델과 (표 8)과 (그림 6)~(그림 8)에 나타내었다. 이 결과 경향이 일치하고 있음을 알 수 있다.

(표 8) 원 모델과 합성모델간의 고유진동수

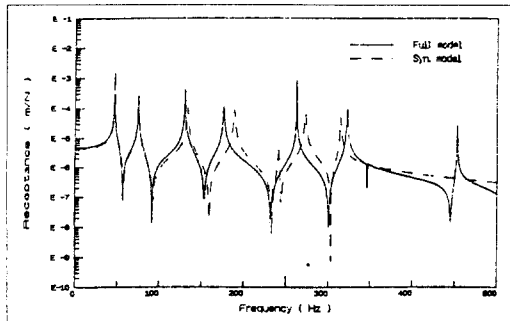
Mode	원 모델 (Hz)		직접 산출 모델 (Hz)			
	평균		평균		평균	
	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)
1	30.9	10.95	46.16	31.41	11.00	47.02
2	85.3	68.62	75.12	86.68	70.10	75.13
3	167.3	192.1	129.8	168.7	192.6	133.5
4	276.6	376.5	176.3	277.9	385.9	189.4
5	413.0	622.5	235.5	513.4	623.2	242.2
6	831.8	930.1	263.0	949.4	928.4	273.4



(그림 6) 합성 모델과 원 모델의 전달함수: 양단 고정보



(그림 7) 합성 모델과 원 모델의 전달함수: 외팔보

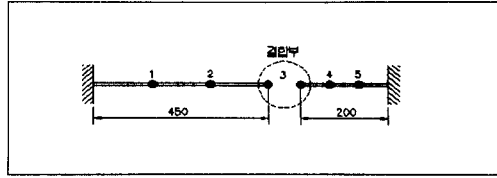


(그림 8) 합성 모델과 원 모델의 전달함수: 양단 고정 평판

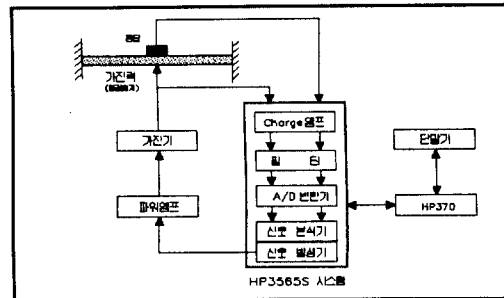
### 4. 실험 결과

#### 4.1 실험 장치

구조물 특성행렬의 직접 산출법 및 이들 특성행렬들을 이용한 부분 구조합성법의 타당성을 검증하기 위하여 (그림 9)와 같은 양단 고정보를 대상으로 실험을 수행하였다. (그림 10)에는 실험 흐름도를 나타내었다.



(그림 9) 합성모델 및 측정점



(그림 10) 실험 흐름도

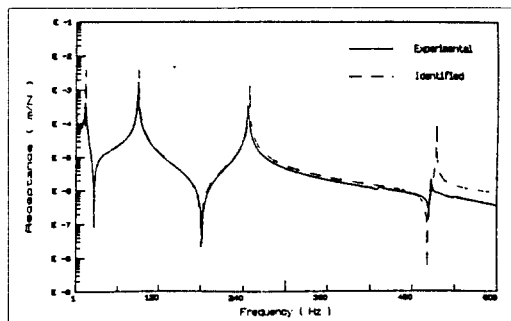
#### 4.2 구조물 특성행렬의 직접 산출

양단 고정보의 분할계인 외팔보에 대해서 실험을 수행하여 실험 주파수 전달함수를 구하고 이들 자료들로부터 외팔보의 특성행렬을 직접 산출하여 고유진동수 및 측정점 "1"에서의 자기 전달함수를 구하여 (표 9)와 (그림 11)에 나타내었다. 이 결과 직접 산출법으로 구한 계산결과와 실험 결과치가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

(표 9) 고유진동수 비교

(단위: mm)

Mode	직접 산출 모델 (Hz)		실험 결과치 (Hz)	
	$l=450$	$l=200$	$l=450$	$l=200$
1	14.56	67.63	14.54	66.10
2	89.63	423.8	89.52	424.2
3	249.6	1186.8	248.0	1127.0
4	513.1	2325.9	506.5	2216.8



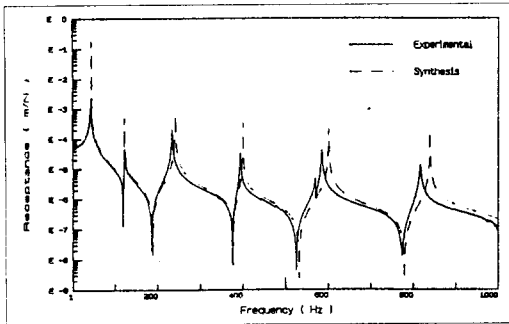
(그림 11) 측정점 "1"에서의 자기 전달함수:  $l=450$

### 4.3 부분 구조합성법

위의 실험자료들을 이용하여 구한 특성행렬들을 결합한 합성모델과 실험결과들과 비교하여 (표 10)과 (그림 12)에 수록하였다.

(표 10) 고유 진동수 비교

Mode	합성 모델 (Hz)	실험 결과치 (Hz)
1	45.51	45.00
2	124.06	125.11
3	243.21	237.43
4	402.07	397.25
5	600.71	586.87
6	839.14	817.50



(그림 12) 합성모델과 실험결과의 자기 전달함수:축정점 1

본 실험을 통하여 구조물 특성행렬의 직접 산출법 및 이들 행렬들을 이용한 부분 구조합성법에 의한 구조물의 동특성 해석 결과들과 실험 결과들과 경향이 대체적으로 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

## 5. 결과 및 토의

### 5.1 결합부 자유도 산출

Guyan 축약방법을 이용하여 구한 축약특성행렬들을 이용하여 부분 구조결합시 결합부에서 필요한 자유도를 산출하여 다음과 같은 결과들을 도출하였다.

- 1) 보 모델과 평판 모델의 경우 같은 평면내에서는 결합부에서는 병진 자유도와 굽힘회전 자유도만 고려하여도 충분하다.
- 2) 서로 다른 평면내에서는 면내 자유도가 다른 구조물의 병진 자유도로 작용할 경우 면내 자유도도 고려해야 한다.

### 5.2 구조물 특성행렬 직접 산출법

- 1) 회전 자유도가 포함된 경우의 특성행렬 직접 산출시 고정 주파수들의 선택이 특성행렬에 큰 영향을 미치게되며, 비감쇠 시스템의 경우 구조물 고유 진동수 근처의 값들을 이용하면 정도가 좋은 특성행렬을 산출할 수 있다.

- 2) 자유 경계조건 모델의 경우 강제 모우드의 산출이 필요하며, 고정 주파수를 필요한 강제 모우드수 만큼 영 (Zero)에 가까운 값을 이용하면 구할 수 있다. 이들 강제 모우드들은 자유 경계조건 모델의 특성에 큰 영향을 미치고 있다.

- 3) 축정점의 위치에 따라서 산출되는 특성행렬들이 큰 영향을 받게 되므로 그 구조물을 대표할 수 있는 적절한 축정점의 선정이 요구된다.

### 5.3 부분 구조합성법

구조물의 특성행렬을 이용한 부분 구조합성법은 통상의 유한요소법과 같은 결합방식이므로 결합이 용이하다. Guyan 축약 특성행렬과 직접 산출한 특성행렬 사이의 "회전 자유도/모우먼트의 자기 전달함수" 비교시 Guyan 축약 특성행렬은 잔여 모우드 효과가 나타나고 있으며 직접 산출법으로 구한 특성행렬은 잔여 모우드 효과가 없으므로 직접 산출법으로 구한 회전 자유도의 경우 잔여 모우드 효과를 고려해야 한다.

복잡한 구조물의 경우 통상의 유한요소법으로 해석하기 어려운 부분은 실험을 수행하여 실험자료들을 이용하여 특성행렬을 산출하고, 다른 부분들은 Guyan 축약 특성행렬들을 산출하여 이들 실험자료와 유한요소자료들을 직접 이용할 수 있다.

(표 11)에는 외팔보 모델에 대해서 외팔보 분할계는 실험 주파수 응답자료들을 이용하여 특성행렬을 산출하고, 자유보는 Guyan 축약방법으로 특성행렬을 산출하여 전체 구조물로 결합후 고유 진동수를 구하여 원 모델과 비교한 결과를 수록하였으며, 경향이 잘 일치하고 있다. 따라서 실험자료들과 유한요소자료들을 직접 이용할 수 있다는 것을 보여주고 있다.

(표 11) 합성모델과 원 모델간의 고유진동수 비교

Mode	원 모델 (Hz)	합성 모델 (Hz)
1	10.9533	10.98486
2	68.6257	69.34158
3	192.1568	192.3751
4	376.567	381.2135
5	622.560	628.5681
6	930.188	931.5646
7	1299.641	1416.401

## 6. 결론

복잡한 형태의 구조물에 대한 동특성 해석시 유용하게 이용될 수 있는 구조물 특성행렬의 직접 산출법 및 이들 행렬들을 이용한 부분 구조합성법에 대하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 구조물의 합성시 결합부에서 필요한 회전자유도는 굽힘회전자유도(Rotational Bending Degree of Freedom)만 고려하여도 유용한 결과를 얻을 수 있다.

2. 구조물 특성행렬 직접 산출법으로 구한 회전자유도에 대해서는 잔여 모드 효과(Residual Effect)를 고려하여야 한다.

3. 유한요소법과 같이 구조물들을 조합할 수 있는 새로운 부분 구조합성법을 제시하였으며, 본 구조물 특성행렬 직접 산출법 및 부분 구조합성법을 이용하면 실험자료 및 이론자료들의 상호간 직접 이용이 가능하여 복잡한 구조물의 동특성해석 및 구조변경시 변경된 구조물에 대한 동특성 예측에 유용하게 이용할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

1. Ewins, D.J. "Modal Testing : Theory and Practice"  
Research Studies Press Ltd, 1986.
2. Ookuma, M. "Experimental Identification of a  
Mechanical Structure with Characteristic Matrices"  
Int. J. of JSME, 1987, Vol30, p970-975.
3. Lee, H.G. "The Direct Identification of Structural  
Mass, Stiffness and Damping Properties"  
J.of Sound and Vibration, 1991, Vol 145(1), p61-81.
4. Ewins, D.J., Silva, J.M.M and Maleci, G. "Vibration  
Analysis of a Helicopter with an Externally  
-Attached Carrier Structure"  
The Shock & Vibration Bulletin, 1980, p155-171.
5. Craig, Jr. "A Review of Time-Domain and Frequency  
Domain Component Mode Synthesis Methods"  
International Journal of Analytical and Experimental  
Modal Analysis, 1987, Vol.2, No.2, p59-72.
6. Lee, H.G., B.J. Dobson. "System Properties From  
Frequency Response Function, PART I"  
ISVR TR.No.166, 1988