

# SEA 기법을 이용한 보강 원통형 셸의 수중방사소음 해석

○ 배수룡\*, 전재진\*, 이헌곤\*

( Waterborne Noise Prediction of the Reinforced Cylindrical Shell Using the SEA Technique )

( Soo-Ryong Bae, Jae-Jin Jeon, Hun-Gon Lee )

## 1. 서론

선박 내부에 탑재된 추진 기계류에서 발생하는 진동은 마운트, Deck 를 통하여 선체에 전달되어 수중으로 전파된다. 기계류에 의해 발생하는 수중방사소음을 감소시키기 위해서는 선체로 전달된 진동수준 및 수중방사소음 예측이 우선 중요하다. 수중방사소음 예측 방법으로 FEM 과 BEM 에 의한 저주파수 대역 예측, 전달함수에 의한 실험적 예측, SEA(Statistical Energy Analysis)기법을 이용한 고주파수 대역 예측으로 나눌 수 있다. R.H. Lyon 등에 의해 발전된 SEA<sup>[1]</sup> 기법은 항공기, 선박등 복잡한 구조물의 고주파수 대역 진동해석에 널리 이용되고 있다. SEA 기법의 선박에 대한 적용은 소형선박의 기계류에서 발생하는 진동에 의한 선체 진동수준 및 수중방사소음 해석<sup>[2]</sup> 등에 적용되고 있다.

본 연구에서는 보강 원통형 셸 모델에 대한 수중방사소음을 SEA 기법을 이용하여 예측하고 실험을 통하여 검증하였다.

## 2. 이론

보강 원통형 셸 모델의 임의의 1 점에서 가진 하였을 때 접수효과를 고려, SEA 기법을 이용하여 수중방사소음을 예측하는 절차는 다음의 그림 1. 과 같다.

### 2.1 SEA 기본 이론

SEA는 세부시스템의 power 평형을 이용하여 세부시스템의 평균 에너지 수준을 구하며 이때 사용된 가정은 다음과 같다.

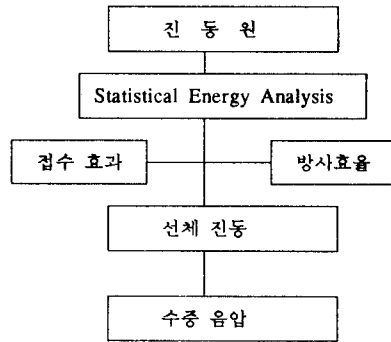


그림 1. 방사소음 예측 절차

- (1) 세부시스템 i 의 각 공진 모드에서 세부시스템 j 의 각 공진모드에 전달되는 에너지는 동일하다.
- (2) 모든 모드에서 같은 에너지를 가진다.
- (3) 각 모드의 감쇠는 동일하다.
- (4) 전달되는 에너지는 비연성(uncoupled)된 공진 모드 에너지 차에 비례한다. 가역적으로도 성립한다.
- (5) 결합된 각 세부시스템의 모드진동은 상관관계가 없다.

위와 같은 가정하에 N개의 세부시스템을 가진 시스템의 power 평형은 아래와 같다.

$$W_i^{in} = W_i^{diss} + \sum_{j=1}^N (W_{ij} - W_{ji}) \quad (1)$$

여기서,  $W_i^{in}$  = 세부시스템 i에 공급되는 power  
 $W_i^{diss}$  = 세부시스템 i에서 소실되는 power  
 $W_{ij}$  = 세부시스템 i에서 j로 전달되는 power

위의 식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$W_i^{diss} = \omega \eta_i n_i \Delta \omega E_i^m \quad (2)$$

$$W_{ij} = \omega \eta_{ij} n_i \Delta \omega E_i^m$$

\* 국방과학연구소, 정회원

여기서,  $\omega$  : 각 주파수 (rad/s)  
 $\eta_i$  : 세부시스템 i의 내부손실계수  
 $\eta_{ij}$  : 세부시스템 i와 j의 결합손실계수  
 $n_i$  : 세부시스템 i의 모드밀도  
 $E_{im}$  : 세부시스템 i의 모드 에너지

세부시스템 i와 j의 결합손실계수는 아래와 같은 관계가 성립된다.

$$\eta_{ij} n_i = \eta_{ji} n_j \quad (3)$$

식(2)-(3) 및  $n_i \Delta \omega E_{im} = E_i$ 의 관계를 이용하여 식(1)은 다음과 같이 행렬식으로 표시할 수 있다.

$$\omega [A]\{E\} = \{W^{in}\} \quad (4)$$

식(4)에서 [A]는 정방행렬 이고, {E}과 {W<sup>in</sup>}은 칼럼행렬이다. (4)식에서 [A] 행렬의 각 요소는 다음과 같이 표시된다.

$$a_{ii} = \sum_{j=1}^N \eta_{ij}, \quad \eta_{ii} = \eta_i \quad (5.a)$$

$$a_{ij} = -\eta_{ji} \quad (5.b)$$

(4)식의 연립방정식을 풀면 {E}를 구할 수 있고 {E}로부터 각 세부시스템의 진동수준을 계산할 수 있다. (4)식에서 사용되는 SEA parameter들은

- (1) 모드밀도(modal density)
- (2) 내부손실계수(dissipation loss factor)
- (3) 결합손실계수(coupling loss factor)

이고, 이 parameter 들은 SEA 계산 정도에 큰 영향을 미친다.

### 2.1.1 모드밀도

모드밀도(modal density, n)는 단위 주파수당 모드수 [modes/Hz]로 정의되며 실험적으로 구하는 방법과 이론적으로 구하는 방법이 있으나, 이론적인 방법도 정밀도가 높으므로 주로 이론적인 방법이 많이 사용되어지고 있다. 주요 구조물 및 space 에 대한 모드밀도는 다음과 같다.

#### (1) 평판

$$n(f) = \frac{\sqrt{3} A}{t C_1} \quad (6)$$

여기서, A = 평판의 면적

t = 평판의 두께

C<sub>1</sub> = 종파의 속도

#### (2) Shell

- low frequency :  $f / f_R \leq 0.48$

$$n(f) = 0.48 \frac{5}{\pi} \left( \frac{f}{f_R} \right)^{1/2} \frac{A}{t C_1} \quad (7.a)$$

- mid frequency :  $0.48 \leq f/f_R \leq 0.83$

$$n(f) = \frac{5}{\pi} \left( \frac{f}{f_R} \right)^{1/2} \frac{A}{t C_1} \quad (7.b)$$

- high frequency :  $f/f_R > 0.83$

$$n(f) = 2 + \frac{0.6}{F-F^{-1}} \left[ F \cos \left( \frac{1.75}{F^2} \left( \frac{f}{f_R} \right)^2 \right) - \frac{1}{F} \cos \left( 1.75 F^2 \left( \frac{f}{f_R} \right)^2 \right) \right] \quad (7.c)$$

여기서, f = 주파수(Hz)

A =  $2\pi Rl$  = 표면적

t = 셸의 두께

C<sub>1</sub> =  $[E/\rho(1-\nu^2)]$

f<sub>R</sub> = 울림주파수(ring frequency)

R = 셸의 반지름

F = bandwidth factor

= (upper frequency/lower frequency)<sup>1/2</sup>

### (3) Fluid Volume

$$\text{- 1-Dimensional : } n(f) = 2L/c \quad (8.a)$$

$$\text{- 2-Dimensional : } n(f) = \pi Af/c^2 \quad (8.b)$$

$$\text{- 3-Dimensional : } n(f) = 4\pi Vf^2/c^3 + \pi Sf/2c^2 \quad (8.c)$$

여기서, L = 튜브의 길이

A = area of shallow cavity

V = enclosure 체적

c = 음속

S = enclosure 벽의 총면적

실험적인 방법으로 모드밀도를 구하는 방법에는 공진점 계수법, 에너지법 등이 있다.

모드밀도, 밴드폭과 관련된 용어로 공진모드수(mode count)는 다음과 같이 정의된다.

$$N(f) = n(f) \Delta f \quad (9)$$

### 2.1.2 내부손실계수

내부손실계수(dissipation loss factor)는 단위 시간당 발산되는 에너지와 저장되는 에너지의 비로서 정의된다.

$$\eta = \frac{W^{diss}}{2\pi f E} \quad (10)$$

내부손실계수는 실험에 의한 결정방법과 이론 및 데이터 베이스에 의해서 결정하는 방법이 있다. 실험에 의한 방법은 구조물의 정확한 손실계수를 산출할 수 있으나 시간이 많이 걸리고 대형 구조물일 경우 실험이 어려운 단점이 있다. 실험에 의한 방법은 half power bandwidth, decay method, energy method 등이 있다.

### 2.1.3 결합손실계수

구조물 연결부(junction)에서의 결합손실계수는 전달효율(transmission efficiency,  $\tau_{ij}$ )을 이용하여 구할 수 있다.

판 구조물 사이의 결합부에서 결합손실계수(coupling loss factor)는

$$\tau_{ij} = \frac{C_{ei} L_{ij}}{2\pi^2 f A_i} \tau_{ij} \quad (11)$$

이고, 보결합은

$$\tau_{ij} = \frac{C_{ei}}{2\pi f L_i} \tau_{ij} \quad (12)$$

이다.

굽힘파(bending wave)만을 고려한  $\tau_{ij}$ 는 경계(boundary)의 형상에 따라 결정된다[3].

구조물 세부시스템과 acoustical space 사이의 결합손실계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\eta_{sa} = R_{rad} / (\omega M_s) \quad (13)$$

여기서,  $R_{rad}$  = 방사 Resistance

$M_s$  = 구조물의 질량

### 2.2 접수효과(Fluid Loading Effect)

진동하는 물체의 진동수준은 외부에 접하고 있는 물체에 의해 영향을 받는다. 보통 공기중 진동의 경우 공기의 밀도가 진동체의 밀도보다 대체로 작아 무시하나 수중에서의 진동은 그 영향을 무시할 수가 없다.

접수시 SEA(Statistical Energy Analysis)에 의해 진동수준을 계산할 때 물과 접하고 있는 세부시스템에 대한 모드 밀도(Modal Density)와 내부손실계수(Loss Factor)는 공기중과 달리 접수효과를 고려하여야 한다.

#### 2.2.1 접수시 모드밀도[4]

진동체가 접수할 경우 접수로 인하여 부가질량 효과가 발생한다.  $k_0$ 를 매질의 파수(wave number),  $k_f$ 를 평판의 파수라고 하면,  $k_f$ 가  $k_0$ 와 같아지는 주파수를 임계주파수(coincidence frequency,  $\omega_c$ )라 하며, 임계주파수 아래에서 즉  $k_0 < k_f$ 에서의 접수시 평판의 진동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\left[ \rho h + \frac{\rho_0}{\sqrt{k_0^2 - k_f^2}} \right] \omega^2 w - \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \nabla^4 w = 0 \quad (14)$$

$$(1 + \epsilon) w - \frac{1}{k_f \omega^4} \nabla^4 w = 0 \quad (15)$$

$$\epsilon = \frac{\rho_0}{\rho h k_f \sqrt{1 - (k_0/k_f)^2}} = \frac{\rho_0 C_b}{\sqrt{12} \rho C_0} \frac{1}{M_f \sqrt{1 - M_f^2}} \quad (16)$$

여기서,  $M_f = v \omega / \omega_c$

$h$  = 평판의 두께

$\rho_0$  = 매질의 밀도

$\rho$  = 평판의 밀도

$E$  = Young 계수

$\nu$  = Poisson 비

$C_0$  = 매질의 속도

$C_b$  = 평판의 굽힘파의 속도

$\omega$  = 각주파수

식(14)에서 보는 바와같이 임계 주파수 보다 낮은 주파수 영역에서는 접수시 질량이 증가하는 부가질량으로 접수 효과가 발생하므로 진동체의 파수가 증가하는 경향을 보이며 굽힘파의 진행속도  $C_b$ 가 감소된다. 접수시 파수와  $C_b$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$k_f^4 = \frac{\rho h(1 + \epsilon)\omega^2}{D} \quad (17)$$

$$C_b = \left[ \frac{D}{\rho h(1 + \epsilon)} \right]^{1/4} \omega^{1/2} \quad (18)$$

여기서,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

$C_b$ 와  $C_i$ 의 관계는 식 (19)와 같고

$$C_b \approx (1.8 C_i h f)^{1/2} \quad (19)$$

$C_b$ 가 감소하면  $C_i$ 이 감소함을 알 수 있다. 그러므로, 식 (6), (7)에서 알 수 있는 바와 같이  $C_i$ 이 감소하면 모드 밀도는 증가함을 알 수 있다.

#### 2.2.2 접수에 의한 손실효과[3]

진동체가 접수한 경우 공기중과 달리 접수의 영향에 의한 손실이 발생한다. 이러한 손실은 크게 두가지가 있다.

1) 수중에서 음파를 발생하므로 발생하는 손실과

2) 경계면에서 발생하는 점성저항에 의한 손실로

1)이 2)에 비해 상당히 크므로 1)에 의한 손실만을 고려해도 무방하다.

음방사로 인한 손실계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\eta_s = \rho c \sigma / \omega m \quad (20)$$

여기서,  $\rho$  = 매질의 밀도

$\sigma$  = 방사효율

$c$  = 매질의 속도

$\omega$  = 각주파수(rad/s)

$m$  = 단위면적당 질량

여러 문헌을 참고하여 보면 수중에서의 음향방사에 의한 손실계수는 급힘파의 영향이 커 대개  $10^{-2}$  크기로 되며, 강판의 내부 손실율에 비해 10~100배 큰 값을 가지므로 접수시 접수에 의한 손실율에 지배를 받는다.

### 2.3 수중방사소음 계산

SEA 세부시스템의 속도장은 동일한 평균 수준을 가지는 것으로 구해지므로 세부시스템의 속도와 음압의 관계는 다음과 같다.

$$p(r) = ik\rho c f \frac{e^{-ikr}}{2\pi r} v dA \quad (21)$$

여기서,  $r$  은 세부시스템으로부터의 거리이고  $v$  는 면적  $dA$  의 평균속도이다.

### 3. 수중방사소음 예측 및 실험

#### 3.1 이론적 해석

##### 3.1.1 모델의 형상

수중방사소음 예측 결과를 검증하기 위한 모델이 그림 2. 에 나타나 있으며, 모델의 직경은 815mm, 두께는 10mm 이다. 그리고, 모델의 내부는 5 mm 의 평판이며, 원통형 셀에 보로 보강되어 있다.

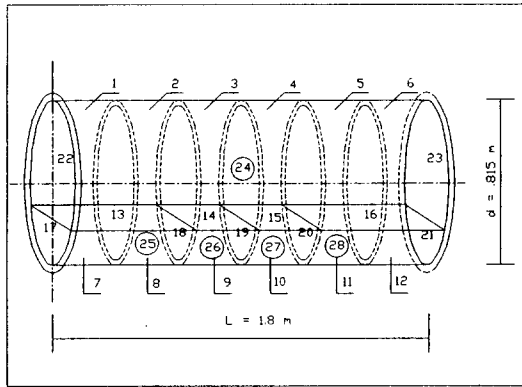


그림 2. 예측 및 실험에 사용된 모델

##### 3.1.2 입력 Power

세부 시스템 13 에 가진기를 부착하여 Point Excitation 으로 Sine-Random Generator 를 이용하여 가진시키고 Impedance Head를 부착하여 Force 및 가속도를 계속하였다. 계속된 Force 와 가속도 신호로부터 Cross Spectrum 의 허수부를 구하여 세부 시스템에 입력된 Power 를 계산하였다.

입력 Power 는 다음과 같이 계산[5]. [6]할 수 있다.

$$P_i = \frac{\text{Im } G(\text{force}, \text{acc}, f)}{2 \omega} \quad (22)$$

##### 3.1.3 내부손실계수

내부손실계수는 참고문헌 [7] 에서 사용된 Steel Plate 의 근사식을 사용하였다.

$$\eta_i = 0.41 f^{0.7} \quad f : \text{주파수(Hz)} \quad (23)$$

##### 3.1.4 모드밀도

모드밀도는 이론식을 사용하였다.

##### 3.1.5 결합손실계수

실험 모델은 보강재가 그림 3.(a)와 같이 원통형 셀에 부착되어 있으며, 본 연구에서는 그림 3.(b) 와 같은 평판, 보 결합으로 모델링하여 보와 접하고 있는 평판 1, 2 사이의 전달효율을 구하여 결합손실계수를 계산하였다. 평판 1, 2 의 전달효율은 다음과 같다.

$$\tau_{12} = \frac{\rho_p h_p \lambda_p}{2 \pi \rho_B h_B \lambda_B b_B} \quad (24)$$

여기서,  $\rho$  = 밀도

$h$  = 높이

$\lambda$  = 급힘파의 파장

$b$  = 폭

이고, 첨자 P 는 평판, 첨자 B 는 보를 나타낸다.

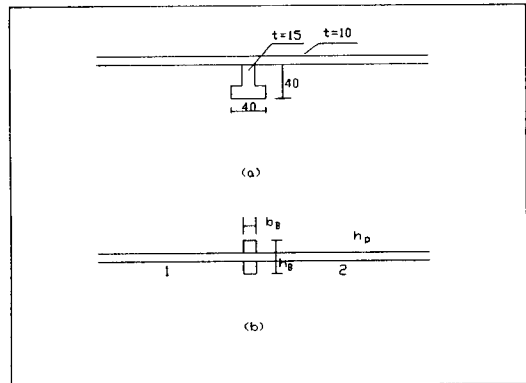


그림 3. 실험모델의 보강재(a)와 이론적인 평판 보 결합(b)

##### 3.1.6 접수효과

접수로 인하여 발생하는 모드밀도의 변화 및 내부손실계수 변화를 고려하였다. 수중에서 내부손실계수는 음방사와 크게 관련되며, 수중에서 Maidanik 방사효율은 실험결과 잘 일치하지 않은 것으로 알려져 있다. 참고문헌 [2]에서 제안한 재질, 두께, 면적, 주파수 변화에 따른 평판의 방사효율을 사용하여 내부손실계수 변화를 SEA 계산시 사용하였다.

i)  $f \leq f_i$

$$10 \log \sigma = 10 \log \frac{m \sqrt{B}}{S} - 78 \text{ dB} \quad (25.a)$$

ii)  $f_1 < f \leq f_2$

$$10 \log \sigma = \frac{50}{3} \log \frac{m \sqrt{B}}{S} - 78 \text{ dB} \quad (25.b)$$

iii)  $f_2 < f \leq f_3$

$$10 \log \sigma = 50 \log \frac{f}{16000} - 10 \text{ dB} \quad (25.c)$$

iv)  $f_3 \leq f$

$$10 \log \sigma = -10 \text{ dB} \quad (25.d)$$

- 여기서,  $\sigma$  = 방사효율  
 $f$  = 주파수(Hz)  
 $m$  = 면밀도(kg/m<sup>2</sup>)  
 $B$  = 판의 단위면적당 굽힘 강성계수 (N m)  
 $S$  = 판의 면적(m<sup>2</sup>)  
 $f_0 = 700 (m \sqrt{B} / S)^{0.2}$   
 $f_1 = 0.25 f_0$   
 $f_2 = 2 f_0$   
 $f_3 = 16000$

### 3.2 실험

모델에 대한 수중방사소음 측정을 위한 실험장치는 그림 4. 와 같이 구성하였다. 수중방사소음은 원통형 셀의 중심 2, 3 미터 거리에서 측정하였으며, 원통형 셀 표면의 세부 시스템당 3 ~ 4 개의 가속도계를 부착하고 진동속도를 측정 후 공간 평균 진동속도를 구하였다.

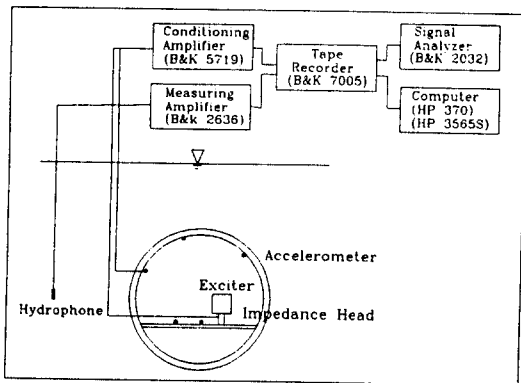


그림 4. 수중방사소음 실험 구성도

### 4. 결과 및 고찰

그림 4. 에서 모델 중심과 2미터, 3미터 거리에서 수중방사소음 예측과 실험결과를 비교하여 그림 5., 그림 6. 에 나타내었다. 또한 수중방사소음에 주요하게 영향을 미치는

세부시스템의 진동속도 예측 및 실험결과를 그림 7. ~ 그림 8.에 비교하여 제시하였다.

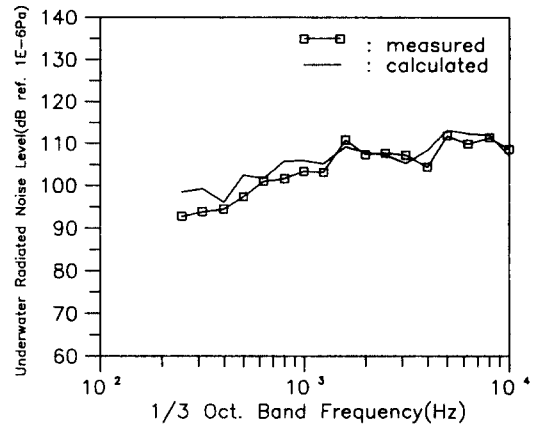


그림 5. 원통형 셀의 중심 2m 거리에서 수중방사소음 예측결과와 실험결과와의 비교

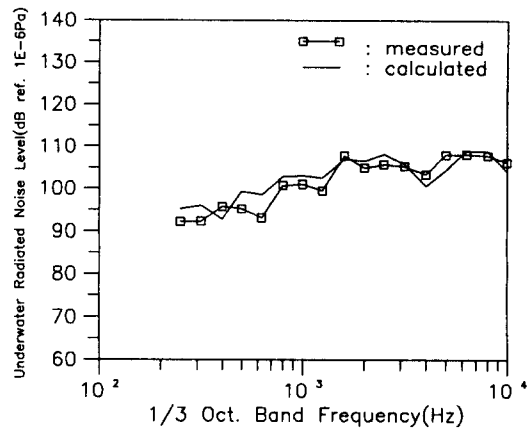


그림 6. 원통형 셀의 중심 3m 거리에서 수중방사소음 예측결과와 실험결과와의 비교

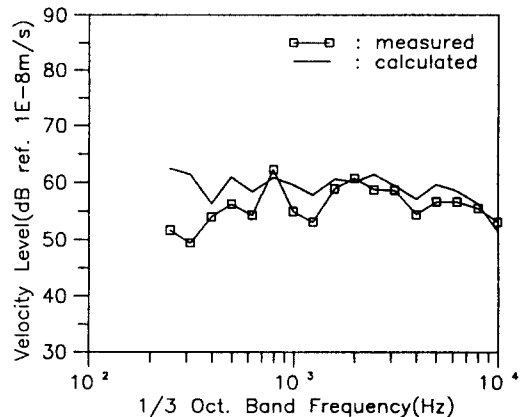


그림 7. 세부시스템 1 의 속도에 대한 예측결과와 실험결과와의 비교

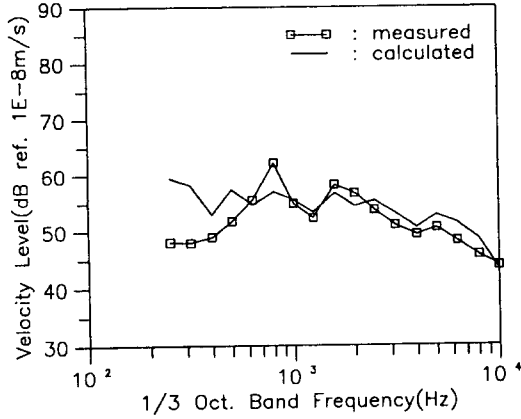


그림 8. 세부시스템 4의 속도에 대한 예측결과와 실험결과와의 비교

그림 5. ~ 8.의 해석 및 실험결과로부터,

- (1) 수중방사소음과 진동속도는 일부 저주파수 영역을 제외하고는 3 ~ 4 dB 내로 잘 일치하고 있으며 이는 접수로 인한 모드밀도 변화, 내부손실계수 변화를 고려한 결과로 생각된다. 그러므로, 세부시스템이 접수할 경우에 접수효과는 반드시 고려되어야 한다.
- (2) 내부 손실 계수를 실험을 통하지 않고 근사식을 사용하여도 SEA의 정확한 계산을 기대할 수 있다.
- (3) 물수체의 방사소음은 SEA 기법을 이용하여 예측가능함을 알 수 있다.

## 5. 결론

SEA 기법을 이용하여 보강 원통형 쉘의 진동수준 및 수중방사소음을 해석하고 이를 실험으로 검증하여 정성적, 정량적으로 충분히 정확하게 예측 가능함을 확인하였으며, 향후

- (1) 기계류에서 발생하는 진동 Power 예측
- (2) 내부손실계수에 대한 데이터 베이스의 구축
- (3) 선체구조물에 대한 실험적인 방사효율

에 관한 연구등이 이루어지면 선박에 대해서도 SEA 기법을 이용하여 FEM/BEM으로 어려운 주파수 대역의 수중 방사소음을 예측할 수 있을 것으로 생각된다.

## 6. 참고문헌

- (1) R.H. Lyon, "Statistical Energy Analysis", The MIT Press, 1976
- (2) 内田洲治 外, "船舶から水中に放射される機械雑音の豫測", 日本造船學會誌 第686號, p.p. 36-45
- (3) Cremer, Structure Borne Sound, 1973, Spring Verlag
- (4) Donald Ross, "Mechanics of Underwater Noise", PERGAMON Press
- (5) Frank J. Fahy, "Application of Cross Spectral Density to a Measurement of Vibrational Power Flow Between Connected Plates", J.A.S.A. Vol.62, No.5, p.p. 1297-1298
- (6) J.W.Verheij, "Cross Spectral Density Methods for Measuring Structure Borne Power Flow on Beams and Pipes", 1980., 70(1), 133-139
- (7) Yoshiko Irie, "Prediction of Structure Borne Sound Transmission Using Statistical Energy Analysis", Bulletin of the M.E.S.J., Vol.13, No.2, p.p. 60-73
- (8) Manfred Heckl, "Wave Propagation on Beam-Plate System", J.A.S.A. Vol.33, No.5, p.p. 640-651
- (9) 이현곤, 유원희, "통계적 에너지 기법을 이용한 구조전달소음 수준 예측 연구", 국방과학연구소, 1987
- (10) 김재승, 강현주, "SEA 이론을 이용한 고체소음 전달 해석에 관한 연구", 해사기술연구소, 1990