

# 공극관의 음향학적 특성과 수치해석방법

° 윤 두 병\* , 김 양 한\*\*

Acoustic Characteristics of Perforated Pipe In Terms of  
Nondimensional Wave Number and Porosity

( Doo-Byung Yoon , Yang-Hann Kim )

## 1. 서론

여러가지 소음제어 요소중 공극관은 반사형 소음 제어 요소들에 비하여 유동저항(배압)이 작은 장점이 있으며 실제 상용화된 소음기의 거의 대부분이 공극관을 포함하고 있다. 광범위하게 다양한 형태의 공극관요소가 소음기에 사용되고 있음에도 불구하고 다양한 형태의 공극관의 특성 및 성능에 대한 완벽한 해석이론은 아직까지 제시되지 못하고 있으며, J. Sullivan [1,2,3]이나 K. Jayaraman 과 K. Yam [4] 등에 의한 공극관 모델이 널리 사용되어 왔다. 지금까지의 이러한 공극관 모델에 있어서는 공극관의 표면적에 대한 전체 공극면적의 비로 정의되는 표면공극률이 공극관의 음향특성을 결정하는 인자로 사용되어 왔으며, 공극관에 분포하는 공극들의 배열상태가 주파수별 투과손실에 미치는 영향은 크게 고려되지 않았다.

그림1.(a)와 같이 균일 공극분포를 가지고, 입사되는 음파의 파장이 공극관의 전체길이에 비해 상대적으로 긴 경우에는 투과손실을 표면공극률을 인자로 하여 기술할수도 있으나, 그림1.(b), (c), (d)와 같은 비균일 공극지름과 비균일분포를 가지는 공극관의 특성 및 성능은 공극분포부분에서의 국부임피던스(Local Impedance)의 크기와 그러한 국부임피던스들의 배열 형태에 따른 영향을 받을 것으로 추측할 수 있다.

본 연구에서는 공극관의 실험인자에 대한 특성을 알아보기 위하여 공극관에 입사되는 음파의 파수  $k$  와 공극분포부분들 사이의 거리인  $a$ 의 곱으로 나타나는 무차원변수  $ka$  와, 공극관의 단면적에 대한 전체 공극면적의 비로 정의한 공극률을 실험인자로 하여 연구를 진행하였다. 또한 Sullivan의 모델을 이용하여 공극관을 모델링하고 이를 컴퓨터를 사용하여 모의실험을 한 후 실험결과와 비교하였다.

## 2. 실험설계 및 실험

### 2.1. 실험인자

#### 2.1.1. $ka$

직관에 그림2.(a)와 같이 공극들이 일정간격  $a$ 를 두고 집중적으로 분포한다면 등가모델로써 길이  $a$ 의 직관들이 약간의 간격을 두고 연속적으로 연결되어 있다고 생각할 수 있다. 이때 길이가  $a$ 인 각각의 직관 요소를 잘 통과할 수 있는 음파는 다음의 경계조건을 만족시켜야 한다.[그림3]

$$\frac{n\lambda}{2} = a + \Delta\text{eff} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

$\Delta\text{eff}$ 는 공극관에 분포된 공극들에 의한 Effective Length의 증가량이다.

따라서 공극관을 잘 통과할 수 있는 음파의  $ka$ 는

$$ka = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{1}{2} (n\lambda - 2\Delta\text{eff}) = \pi(n - \frac{2}{\lambda}\Delta\text{eff}) \quad (2)$$

#### 2.1.2. 공극률

공극률은 공극관의 단면적에 대한 전체 공극 면적의 비이며 다음식으로 나타낸다.

$$\text{공극률} = \text{전체공극수} \times \text{공극면적} / \text{공극관의 단면적} \quad (3)$$

공극관에 분포되어 있는 공극들은 어드미턴스(admittance)를 가지고 있으며, 음파가 공극분포부분을 진행하면서 투과손실이 발생한다. 공극어드미턴스는 공극의 지름, 공극관 두께, 입사되는 음파의 주파수 등에 의해서 영향을 받으며, 공극률은 공극관에 분포하는 공극어드미턴스의 수와 비례하게 되므로 공극률이 증가할수록 공극관의 전체적인 투과손실은 증가하게 된다.

\* 한국과학기술원 기계공학과 대학원

\*\* 한국과학기술원 기계공학과, 정회원

## 2.2. 실험장치 및 실험방법

본 연구를 수행하면서 사용한 실험장치는 그림4와 같이 구성하였으며 실험에 사용한 공극관들은 표.1에 정리하여 나타내었다

본 연구에서 공극관의 감음성능을 평가하기 위해 사용한 투과손실은 다음식으로 정의할 수 있다.[그림5]

$$TL = 10 \log \frac{S_{aa}}{S_{cc}} \text{ (dB)} \quad (4)$$

$S_{aa}$ ,  $S_{cc}$  는 각각 공극관에 입사된 입사스펙트럼과 공극관을 통과한 투과스펙트럼이며 투과손실은 음원으로부터 나온 음파가 공극관을 통과하면서 얼마나 감소되는가를 나타내는 척도라고 볼 수 있다.

투과손실 측정방법인 Two Microphone Method [5]는 입사되는 음파가 평면파이고, 마이크로폰 사이의 간격  $\Delta X$ 가 입사되는 음파의 반파장보다 클때 성립한다. 본 연구에서는  $\Delta X$ 를 25mm로 하였고, 지름이 32mm인 공극관은 0~6 kHz, 지름이 82mm인 공극관은 0~2 kHz를 실험 주파수 대역으로 하여 실험을 수행 하였다. 출구단에는 음파의 반사를 최소화 하기 위해 anechoic termination 을 설치하였으며 실험장소는 외부에서의 잡음이나, 반사파에 의한 영향을 줄이기 위해 cutoff 주파수가 100Hz 인 무향실을 이용하였다.

## 3. 이론적 접근

### 3.1. 공극관의 모델링

공극관에 입사된 음파가 공극관을 통과하면서 발생하는 투과손실 과정을 모델링함에 있어서, 공극관의 모든 음향학적 상태량들이 공극관의 단면적상에서는 일정(평면파)하다는 가정하에, 공극관을 축방향에 따라서 공극분포부분과, 이러한 공극분포부분사이를 연결하는 직관부분으로 분할한 후, 각부분 양단에서의 압력, 체적속도에 대한 전달매트릭스를 구하고, 각부분의 연결부분에서는 압력과 체적속도가 연속이라는 조건을 이용함으로써, 전체공극관을 각부분에서의 전달매트릭스의 연속적인 곱으로써 모델링할 수 있다.[그림6]

### 3.2. 공극임피던스와 공극분포부분의 전달매트릭스

공극의 두께  $t$ 와 지름  $d_j$ 가 음파의 파장에 비해 매우 작다면, 공극의 운동을 공극체적에 해당하는 공기피스톤이 공극 양쪽에서의 압력차 ( $P_{bj} - P_{0j}$ )에 의해 공극을 통과하는 음파의 주파수로 진동하는 것으로 생각할 수 있다.

$$P_{bj} - P_{0j} = Z_{mji} U_{bji} \quad (5)$$

$$P_{0j} = Z_{rji} U_{bj} \quad (6)$$

$$P_{bj} = Z_{bji} U_{bji} = (Z_{mji} + Z_{rji}) U_{bji} \quad (7)$$

$Z_{mji}$ 의 실수항은 공기피스톤이 공극을 왕복하면서 발생하는 마찰을 나타내며 허수항은 공기피스톤의 질량을 나타낸다. 공극외부의 음압  $P_{0j}$ 는 (6)식으로 나타낼수 있으며  $Z_{rji}$ 는 공극에서의 방사임피던스이다. 따라서 공극임피던스  $Z_{bji}$  ( $j$  번째 공극분포부분의  $i$  번째 공극의 임피던스)는  $Z_{mji}$ 와  $Z_{rji}$ 의 합으로 나타낼 수 있다.

Sullivan 이 확장관을 가진 소음기로 실험을 수행하여 제시한 임피던스식은 (8)식과 같다.[3] 본 연구에서 시뮬레이션할때 사용한 식은 (8)식에 공극밖으로의 음압방사를 나타내는 항을 추가한 (9)식을 사용하였다.

$$Z_{mji} = \frac{4\rho c}{\pi d_j^2} (6 \times 10^{-3} + jk(t + 0.75d_j)) \quad (8)$$

$$Z_{bji} = \frac{4\rho c}{\pi d_j^2} (6 \times 10^{-3} + \frac{(0.5kd_j)^2}{4} + jk(t + 0.75d_j)) \quad (9)$$

공극분포부분이 공극관을 통과하는 음파의 파장에 비해 매우 작다면 공극분포부분에서의 압력, 체적속도조건은 (10), (11)식과 같으며 두식으로부터 (12)식을 얻을 수 있다.[그림7]

$$P_{2j} = P_{bj} = P_{2j-1} \quad (10)$$

$$U_{2j} = \sum_{i=1}^M U_{bji} + U_{2j-1} \quad (11)$$

$$\frac{U_{2j}}{P_{2j}} = \sum_{i=1}^M \frac{U_{bji}}{P_{bj}} + \frac{U_{2j-1}}{P_{2j-1}} = \sum_{i=1}^M \frac{1}{Z_{bji}} + \frac{U_{2j-1}}{P_{2j-1}} \quad (12)$$

위의 식들을 정리하면  $j$  번째 공극분포부분 양단의 압력, 체적속도에 대한 전달매트릭스  $[G_j]$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} P_{2j} \\ U_{2j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sum_{i=1}^M \frac{1}{Z_{bji}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{2j-1} \\ U_{2j-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

### 3.3. 공극분포부분들 사이 직관에서의 전달매트릭스

$j$  번째 공극분포부분과  $j+1$  번째 공극분포부분을 연결하는 길이  $L_j$ 이고 단면적이  $S$ 인 직관 양단의 압력, 체적속도를 각각  $P_{2j+1}, U_{2j+1}, P_{2j}, U_{2j}$ 라 하고,  $\frac{\rho c}{S}$ 를  $Z$ , 직관 오른쪽을  $x=0$ , 직관 왼쪽을  $x=-L_j$ 로 하면[그림8], 직관 양단의 압력, 체적속도는

$$P_{2j} = P_{2j}^+ + P_{2j}^- \quad (14)$$

$$U_{2j} = Z^{-1}(P_{2j}^+ - P_{2j}^-) \quad (15)$$

$$P_{2j+1} = P_{2j}^+ e^{jkL_j} + P_{2j}^- e^{-jkL_j} \quad (16)$$

$$U_{2j+1} = Z^{-1} (P_{2j}^{+} e^{ikL_j} - P_{2j}^{-} e^{-ikL_j}) \quad (17)$$

위의 네 식을 정리하면 직관 양단의 압력, 체적속도를 관계짓는 전달매트릭스 [H<sub>j</sub>]는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} P_{2j+1} \\ U_{2j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kL_j & jZ \sin kL_j \\ jZ^{-1} \sin kL_j & \cos kL_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{2j} \\ U_{2j} \end{bmatrix} \quad (18)$$

### 3.4. 전체전달매트릭스와 투과손실

공극관에 N 개의 공극분포부분이 있을 때, 음원단의 압력, 체적속도 P<sub>2N</sub>, U<sub>2N</sub> 과 무반사처리된 출구단의 압력, 체적속도 P<sub>1</sub>, U<sub>1</sub> 을 관계짓는 전체전달매트릭스 [T]는 각부분에서의 전달매트릭스 [G<sub>j</sub>], [H<sub>j</sub>]의 연속적인 곱으로 표시되며 다음과 같이 쓸 수 있다. [그림6]

$$\begin{bmatrix} P_{2N} \\ U_{2N} \end{bmatrix} = [G_N] \prod_{j=1}^{N-1} [H_j] [G_j] \begin{bmatrix} P_1 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ U_1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$P_{2N} = T_{11}P_1 + T_{12}U_1 = P_{2N}^{+} + P_{2N}^{-} \quad (20)$$

$$U_{2N} = T_{21}P_1 + T_{22}U_1 = Z^{-1} (P_{2N}^{+} - P_{2N}^{-}) \quad (21)$$

이때 P<sub>2N</sub> 을 소거하고 식을 정리하면 투과손실은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$TL = 20 \log \left| \frac{1}{2} (T_{11} + Z^{-1}T_{12} + ZT_{21} + T_{22}) \right| \quad (22)$$

## 4. 실험결과 및 토의

### 4.1. ka 변화에 따른 특성

그림9는 지름이 32mm 이고 균일한 공극분포를 가지는 공극관의 실험(실선) 및 모의실험(점선) 결과이다. [표.1 Exp. set 1] 그림9.(1)~(3)을 관찰하면 모의실험 결과들이 실제 실험결과와 비슷한 결과를 나타내고 있으며, (2)식에서와 같이 ka가 nπ (n=1, 2, ...)보다 약간 작은 위치에서 투과손실곡선의 골이 생기고 있음을 볼 수 있으며, 또한 N이 증가할수록 저주파 영역에서의 투과손실이 증가함을 알 수 있다. 그림9.(4)~(6)을 보면 그림9.(1)~(3)과 마찬가지로 ka가 nπ인 지점 부근에서 투과손실곡선의 골이 나타남을 알 수 있다. 그러나 앞의 경우들에 비해 골부분이 상당히 넓어짐을 볼 수 있다.

그림9.(4)~(6)을 보면 a가 작아지고 N이 커질수록 모의실험결과가 실제실험결과와 잘 맞지 않고 있음을 알 수 있다. 모의실험결과들은 개개의 공극 외부가 무한공간으로 모델링되므로, 공극임피던스가 낮은 저주파영역에서는 N이 증가함에 따라 투과손실이 비례적으로 증가함을 볼 수 있다. 그러나 실제 실험결과

에서는 N이 증가하면 공극분포부분들 사이의 거리가 작아지므로 앞쪽 공극에서 빠져나간 음파가 뒷쪽 공극의 음압방사에 영향을 미치기때문에 N이 커질수록 증가폭이 적어지게 된다. 고주파영역에서 실험과 모의실험결과가 잘 맞지 않는것은 (9)식이 고주파영역에서는 잘 맞지 않기 때문으로 보이며, 앞으로 공극임피던스에 대한 연구가 진행되어야 할 것으로 판단된다.

그림10은 지름 32mm인 공극관 외부에 글라스울을 감아서 공극임피던스에 변화를 주어 실험한 결과이다. [표.1 Exp. set 2] Fig.9의 결과들과 그림10을 비교해보면 그림9에 비해 투과손실곡선의 산의 크기는 줄었고 골의 크기는 증가한 것을 알 수 있으며 산과 골을 연결하는 부분의 경사도가 완만해진 것을 볼 수 있다. 이는 공극외부를 글라스울로 감았기 때문에 공극임피던스, 특히 기계적 댐핑에 해당하는 실수항이 크게 증가했기 때문이라고 생각된다.

그림11은 지름이 82mm인 공극관의 실험결과이다. [표.1 Exp. set 3]. 그림9와 형태는 비슷하지만 투과손실의 크기가 상대적으로 작은것을 볼 수 있다. 따라서 공극관의 지름, 두께에 따라서도 투과손실이 달라짐을 알 수 있으며 공극관의 표면적에 대한 전체공극면적의 비로 나타나는 표면공극률 보다는 공극관의 단면적에 대한 공극률이 더 적절한 실험인자임을 알 수 있다.

그림12, 그림13은 비균일 공극분포를 가지는 공극관의 실험결과이다. 그림12, 그림13을 그림9.(3)과 비교해보면 공극의 크기와 공극률이 같더라도 각기 다른 TL곡선을 나타내고 있음을 볼 수 있다. 또한 그림12와 그림13을 비교해보면 공극률이 같고, 공극관을 구성하는 직관요소들이 같더라도 직관요소들의 배열 순서가 바뀔 때 따라 TL곡선이 달라짐을 관찰할 수 있다. 따라서 같은 공극률과 같은 전체길이를 가지고 있더라도 비균일 공극분포를 가지는 공극관의 특성은 직관요소들의 길이를 바꾸거나 배열순서를 바꿈에 따라서도 달라지는 것을 알 수 있다.

### 4.2. 공극률변화에 따른 특성

공극률이 전반적인 투과손실에 미치는 영향을 정량적으로 분석하기 위해, 투과손실 곡선을 주파수에 대하여 적분한 후 주파수 범위에 대한 평균을 취하는 방법을 사용하였으며, 이러한 양을 TL/Hz 라고 표시한다.

그림14는 지름이 32mm이고 길이가 500mm인 공극관에 대해 공극률변화에 따른 TL/Hz를 나타낸다. [표.1 Exp. set.1.2] ○표로 표시된 곡선은 공극관을 무향실에서 실험한 결과이고 △표는 이를 모의실험을 통해 구한 결과이다. □표로 표시된 곡선은 공극관외부를 얇은 글라스울로 감고서 실험한 결과이다. 그래프에서

볼 수 있듯이 공극관의 길이가 일정할 때, 공극률이 증가할수록 TL/Hz 가 전반적으로 커지고 있음을 알 수 있다. 또한 공극관외부에 얇은 글라스울이 있을 때와 없을 때의 TL/Hz 는 큰 차이가 나지 않고 있음을 볼 수 있다. 모의 실험에서는 개개의 공극외부가 모두 무한공간으로 모델링되므로 공극률의 증가함에 따라서 TL/Hz 가 거의 선형적으로 증가함을 볼 수 있다. 반면에 실제 실험결과에서는 공극률이 커질수록 TL/Hz 의 증가폭이 둔화되고 있음을 볼 수 있다. 이는 공극률이 커질수록 N이 커지고 a가 작아짐으로써 앞쪽에서 빠져나간 음파가 뒷쪽 공극에서의 음압방사에 영향을 미치기 때문이라고 판단된다.

### 5. 결론

공극관에 대한 실험을 통하여 공극관에 입사되는 음파의 파수 k와 공극관에 분포된 공극분포부분들 사이의 거리인 a의 곱으로 표시되는 무차원변수 ka는 투과손실곡선의 산과 골의 위치와 밀접한 관계가 있고, 공극관의 단면적에 대한 전체 공극면적의 비로 정의되는 공극률은 공극관의 투과손실곡선의 크기와 전체적인 양에 직접적으로 관계한다는 것을 알 수 있었다.

이론적인부분에서는 전달매트릭스방법을 이용하여 공극관을 모델링함으로써 실험결과에 근사하는 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 얻을 수 있었다.

### 참고문헌

[1] J. W. Sullivan and M. J. Crocker, "Analysis of concentric tube resonators having unpartitioned cavities," J. Acoust. Soc. Am. 64, 207-215 (1978).

[2] J. W. Sullivan, "A Method of Modeling Perforated Tube Muffler Components. I.Theory," J. Acoust. Soc. Am. 66, 772-778 (1979).

[3] J. W. Sullivan, "A Method of Modeling Perforated Tube Muffler Components. II. Applications," J. Acoust. Soc. Am. 66, 779-788 (1979).

[4] K. Jayaraman and K. Yam, "Decoupling Approach to Modeling Perforated Tube Muffler Components," J. Acoust. Soc. Am. 69, 390-396 (1981).

[5] A. F. Seybert, "Two-Sensor Methods for the Measurements of Sound Intensity and Acoustic Properties in Duct," J. Acoust. Soc. Am. 83, 2233-2239 (1988).

표.1 실험에 사용된 공극관 (균일공극분포, L = 500mm)

Experiment Set No.	N	2	3	5	9	17	33
		a = 500	a = 250	a = 125	a = 62.5	a = 31.3	a = 15.6
1. M = 8, d <sub>1</sub> = 5 D = 32, t = 1.5		Fig.9 (1)	Fig.9 (2)	Fig.9 (3)	Fig.9 (4)	Fig.9 (5)	Fig.9 (6)
2. M = 8, d <sub>1</sub> = 5 D = 32, t = 1.5 with glass wool		Fig.10(1)	Fig.10(2)	Fig.10(3)	Fig.10(4)	Fig.10(5)	Fig.10(6)
3. M = 32, d <sub>1</sub> = 7.5 D = 82, t = 3.5		Fig.11(1)	Fig.11(2)	Fig.11(3)	Fig.11(4)	Fig.11(5)	...

L : 공극관의 전체길이  
 D : 공극관의 지름  
 d<sub>1</sub>:공극지름  
 t : 공극관의 두께  
 N : 공극분포부분의 수  
 M : 공극분포부분의 공극수  
 a : 공극분포부분사이의 거리

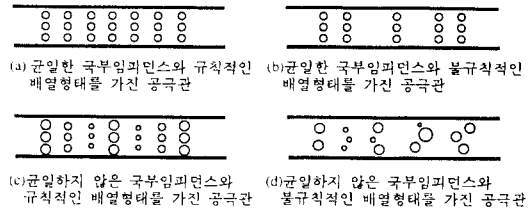


그림1. 여러가지 형태의 공극관

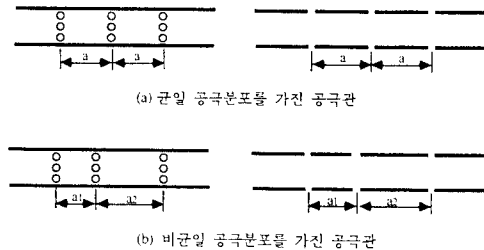


그림2. 공극관의 등가모델



그림3. 공극관을 잘 통과할 수 있는 조건 (체적속도)

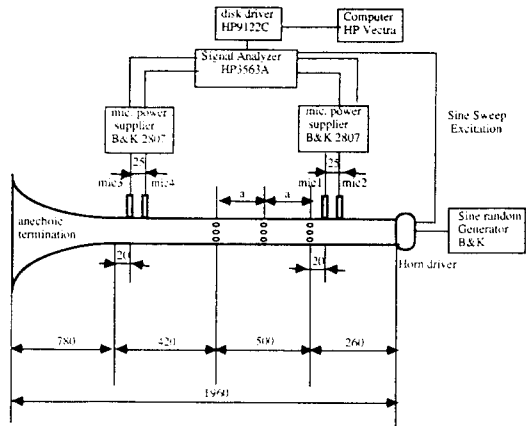


그림 4. 실험장치도 (단위는 mm, a는 공극분포부분들 사이의 거리)

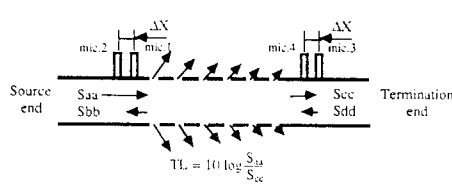
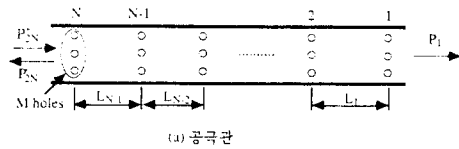
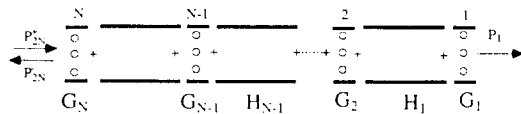


그림 5. 투과손실의 측정

- Saa : 음원단의 입사스펙트럼(autospectrum)
- Sbb : 음원단의 반사스펙트럼(autospectrum)
- Scc : 출구단의 투과스펙트럼(autospectrum)
- Sdd : 출구단의 반사스펙트럼(autospectrum)
- ΔX : 마이크로폰 사이의 거리



(a) 공극관



(b) 전달매트릭스를 이용한 공극관모델

그림 6. 공극관의 이론적인 모델링

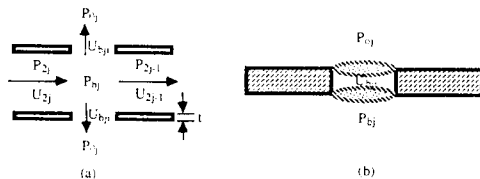


그림 7. 공극분포부분의 모델

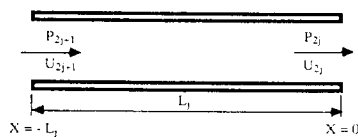


그림 8. 직관요소의 모델

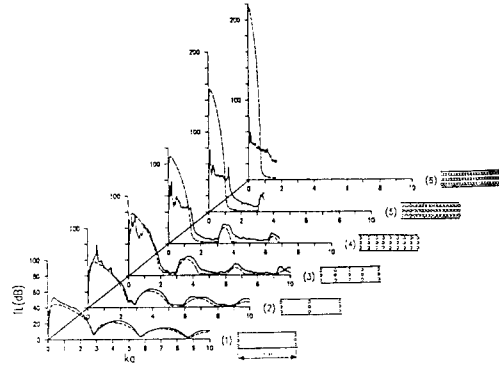


그림 9. Transmission loss of Perforated Pipe in Open Space  
 $D = 32 \text{ mm}$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $t = 1.5 \text{ mm}$   
 $M = 8$ ,  $L = 500 \text{ mm}$   
 (Experiment : Solid line, Simulation : Dashed line)

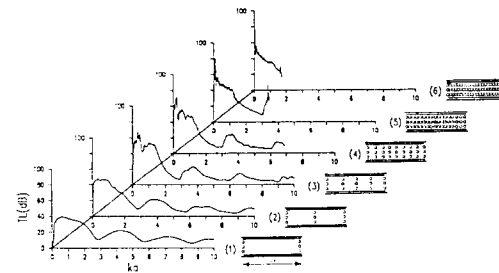


그림 10. Transmission loss of Perforated Pipe  
 $D = 32 \text{ mm}$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $t = 1.5 \text{ mm}$   
 $M = 8$ ,  $L = 500 \text{ mm}$   
 (Experiment with glass wool)

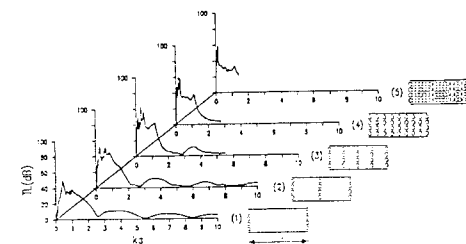


그림 11. Transmission loss of Perforated Pipe  
 $D = 82 \text{ mm}$ ,  $d = 7.5 \text{ mm}$ ,  $t = 3.5 \text{ mm}$   
 $M = 32$ ,  $L = 500 \text{ mm}$

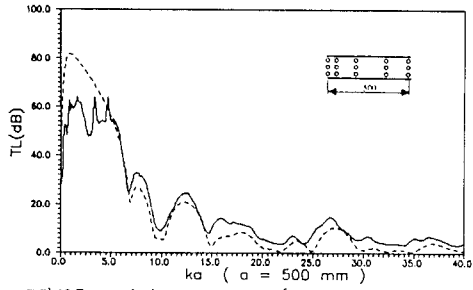


그림 12 Transmission Loss vs ka (Experiment & Simulation)  
 $a = 62.5, 125, 175.5, 125$  mm,  $D = 32$  mm  
 $M = 8$ ,  $N = 5$ ,  $d = 5$  mm

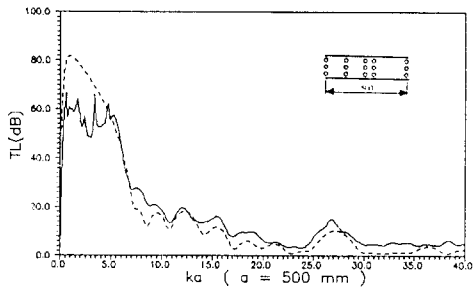


그림 13 Transmission Loss vs ka (Experiment & Simulation)  
 $a = 125, 125, 62.5, 175.5$  mm,  $D = 32$  mm  
 $M = 8$ ,  $N = 5$ ,  $d = 5$  mm

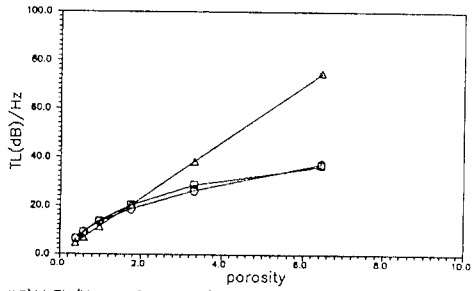


그림 14 TL/Hz vs Porosity ( Frequency range : 0 - 6 kHz )  
 (with increasing branch (N),  $d=5$ mm,  $M=8$ ,  $D=32$ mm )  
 $\circ$ :experiment  $\triangle$ :simulation  $\square$ :experiment with Glasswool