

# 수송체 구조물의 진동특성에 관한

## 설계민감도 해석

Design Sensitivity Analysis for the Vibration Characteristic of Vehicle Structure

이재환\*

### **Abstract**

Design sensitivity analysis method for the vibration of vehicle structure is developed using adjoint variable method. A variational approach with complex response method is used to derive sensitivity expression. To evaluate sensitivity, FEM analysis of ship deck and vehicle structure are performed using MSC/NASTRAN on the super computer CRAY2S, and sensitivity computation is carried on PC. The accuracy of sensitivity is verified by the results of finite difference method. When compared to structural analysis time on CRAY2S, sensitivity computation is remarkably economical. The sensitivity of vehicle frame can be used to reduce the vibration responses such as displacement and acceleration of vehicle.

### 1. 서론

선박, 자동차, 항공기 등 수송체 구조해석에 유한요소법이 사용됨에 따라 초기설계 후 대형 복합 구조물의 해석이 ANSYS, NASTRAN 등의 범용 유한요소 코드에 의해 수행되고 있다. 설계변경시도시, 설계자의 경험과 인지만으로 대형 구조물의 성능변경을 예측하기는 어렵다. 비록 대형 컴퓨터의 사용으로 구조 재해석이 용이하나 정량적 및 이론적 설계수정방향 없이는 인력과 계산시간 소모를 초래하고 때로는 시간제약으로 충분한 재해석을 못할 수가 있다. 이 때 긴요하게 사용될 수 있는 정보는 민감도로서 설계변수 변화에 대한 구조응답 변화를 수치적으로 나타내므로 설계변경에 도움을 줄 수 있다.

설계 민감도해석 (DSA)은 설계변수의 분류에 의해 치수(Sizing)와 형상(Shape) DSA로, 방법에 따라 유한차분법, 연속법, 해석법, 그리고 반해석법 등이 있으며 정적 하중, 고유진동치, 동적하중등의 선형과 비선형 해석에 적용된다[1-2]. 연속법은 유한요소 강성행렬에 대한 미분없이 구조해석 결과를 활용함으로써 범용 유한요소 코드인 EAL, NASTRAN, ANSYS 등과 체계적으로 연결되어 대형 구조물에 대해 연구 발표되어 왔다[3-5].

최적설계에 민감도가 필요하기 때문에 이 분야의 연구자들을 정리하여 발표된 문헌에서도 [6] 각 용도에 적합한 민감도해석이 보여진다. 그러나 진동문제에서 대부분 최적설계에 중점을 둠으로써 민감도해석 방법은 상세히 논의되지 않고 있다.

국내에서의 민감도해석은 최근 설계분야에 활용돼, 진동 특성에 의한 수송체 구조물의 민감도 분야로 송착기 등[7]에 의해 자동차 현가장치의 민감도 해석이, 유한요소-전달메트릭스 결합방법 적용에 의해 동특성의 감도 해석 연구가 조대승 등에 의해[8] 수행되었고, 저주파대(0 ~50Hz) 자동차 승차감 향상을 위해 범용코드의 민감도를 활용한 연구가 김종호 등에 의해[9] 발표되었다.

본문에서는 조화진동시 진동저감을 위한 수송체 프레임의 민감도 계산을 위해, 가상변위 사용으로 변분기본식을 형성한 후 일차 변분으로 민감도 식을 유도하였다. 보, 봉, 막과 판으로 구성된 수송체 구조물에 대해 CRAY2S의 MSC/NASTRAN version 66B로 조화 진동 구조해석을 수행한 후 각 부재의 최대변위에 대해 관성모멘트, 등을 변수로 하여 민감도 계산을 PC에서 수행하였다.

\*충남대학교 선박해양공학과, 정회원

## 1. 진동 구조물의 변분기본식

강제 조화진동시 구조물의 초기 기본방정식이 연속계로 유도된 후 복소수 방법이 도입되어 시간이 배제된 기본방정식이 형성되고 보/봉 구조물에 대한 에너지 쌍일차식에 대한 변분식이 구해진후 이에대한 민감도식이 형성되었다. 이때 구조물계에 점성감쇠가 도입되었다.

### 1.1 조화진동의 기본방정식

강제조화 운동시 연속체의 선형운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$n(x, u) \ddot{z}(x, u, t) + c(x, u) \dot{z}(x, u, t) + K(x, u) z(x, u, t) = F(x, u, t), \quad x \in \Omega, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

$m, c, k$ 는 질량, 감쇠, 강성으로 설계변수  $u$ 와 공간좌표  $x$ 의 함수이고  $\Omega$ 는 구조물의 domain이며 진동응답  $z$ 는  $x, u, t$ 의 음함수가된다. 운동방정식 식 (1)에서 조화운동의 시간  $t$ 를 소거하기위해 식 (2)을 사용한 기계임피던스 방법을 도입하면  $x$ 와  $u$ 로 된 운동방정식 식 (3)이 유도된다.

$$\underline{z}(x, u, t) = z(x, u) e^{i\omega t}$$

$$F(x, u, t) = f(x, u) e^{i\omega t} \quad (2)$$

$$-\omega^2 m(x, u) z(x, u) + i\omega c(x, u) z(x, u) + K(x, u) z(x, u) = f(x, u) \quad (3)$$

식 (3)에서 구조응답  $z$ 는 복소수 변위를 나타낸다. 유한요소법을 사용하여 연속체 방정식을 이산화할 경우 식 (3)은 식 (4)와 같은식으로 표시되며 이 식의 해를 구하는 방법을 direct frequency response 방법이라고 한다. 자유도가 큰 문제의 경우 유한요소 해석시간이 과다하나 정확한 해가 구해진다. 본 연구소에서는 식 (4)를 계산하는 진동해석 과정을 MSC/NASTRAN 으로 수행하여 구조응답  $z$ 를 구한후 민감도 계산에 사용하였다.

$$\{ -\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K] \} \{z\} = \{f\} \quad (4)$$

식 (3)은 가상변위  $\bar{z}$ 를 사용하여 에너지 형태의 적분함수로 변환이 된다.

$$a_u(z, \bar{z}) = \int_{\Omega} \left[ -\omega^2 m(x, u) z + i\omega c(x, u) z + k(x, u) z \bar{z} \right] d\Omega \quad (5)$$

$$l_u(\bar{z}) = \int_{\Omega} f(x, u) \bar{z} d\Omega, \quad \text{for all } \bar{z} \in Z \quad (6)$$

식 (5)에서  $a_u$ 는 에너지 쌍일차 형태 (energy bilinear form)이며  $\bar{z}$ 는 가상변위의 공액변위고 식(6)는 가상일차를 의미한다. 구조감쇠가 있는 구조물에 대한 기본방정식은 다음과 같으며  $\phi$ 는 structural damping 계수이다.

$$a_u(z, \bar{z}) = \int_{\Omega} [-\omega^2 m(x, u) z + (1+i\phi) k(x, u) z] \bar{z} d\Omega \\ = \int_{\Omega} f(x, u) \bar{z} d\Omega = l_u(\bar{z}) \quad (7)$$

## 2.2 보/봉 구조물의 변분식

보에서 관성모멘트  $I(x)$ 는 가변 단면적  $h(x)$ 의 비례함수라 ( $\alpha$ 는 입의의 상수) 하면 변위  $z(x)$ 에 대한 보의 경계치 문제 기본식은 다음과 같다.

$$(E \alpha h^2(x) z_{xx})_{xx} = f(x) \quad (8)$$

$$z(0) = z_x(0) = z(l) = z_x(l)$$

식 (8)에서 하첨자  $x$ 는 함수  $z(x)$ 의  $x$ 에 대한 미분을 의미한다. 탄성계수  $E$ 와 단면차수  $h$ 는 설계변수로 고려될 수 있으며 설계 변수벡터  $u = [E, h(x), I(x)]$ 가 형성된다. 식 (8)은 부분적분에 의해 에너지 형태로 다음과 같이 유도되어

$$\int_0^l E \alpha h^2 z_{xx} \bar{z}_{xx} dx = \int_0^l f \bar{z} dx \quad (9)$$

식 (9)는  $a_u$ 와 외력선형 형태  $l_u$ 표기에 의해 구조물의 기본방정식 (12)가 된다.

$$a_u(z, \bar{z}) = \int_0^l E \alpha h^2 z_{xx} \bar{z}_{xx} dx \quad (10)$$

$$l_u(\bar{z}) = \int_0^l f \bar{z} dx \quad (11)$$

$$a_u(z, \bar{z}) = l_u(\bar{z}) \quad (12)$$

봉 요소가 고려될 경우  $a_u$ 에는 인장과 압축이 포함된다.

$$a_u(z, \bar{z}) = \int_0^l (E \beta h z_x \bar{z} + E \alpha h^2 z_{xx} \bar{z}_{xx}) dx \quad (13)$$

## 3. 민감도 해석

민감도 해석 방법에는 해석적 방법, 유한차분법, 직접미분법, 보조변수법 등이 있으며 기본식이 이산화계(discrete system), 혹은 연속계(continuum system)인가에 따라 해석방법이 상이하다. 본 문의 구조계는 변분식에 기초하므로 연속법(continuum design sensitivity)에 속한다.

### 3.1. 연속법에 의한 민감도 해석

2절에서 유도된 식 (12)의 에너지 쌍일차  $a_u$ 와 외력  $l_u$ 에 대한 설계변수  $u$ 의 1차 변분이 설계변경  $\delta u$  방향으로 성립할 때 다음과 같다.

$$a_u(z', \bar{z}) + a'_{\delta u}(z, \bar{z}) = l'_{\delta u}(\bar{z}) \quad (14)$$

$$a_u(z', \bar{z}) = l'_{\delta u}(\bar{z}) - a'_{\delta u}(z, \bar{z}) \quad (15)$$

여기서 하첨자  $\delta u$ 는 각 항에 대한 설계변수의 1차 변분이고  $z' = z(x; u, \delta u)$ 로서 기본식 (12)의 해인 변위  $z$ 에 대한 1차

변분이다. 식(15)에서  $z$ 가 구해진 상태라면 이식은 일차 변분  $z'$ 에 대한 변분식이며 보조변수법 사용으로 민감도  $z'$  가 구해진다. 변위, 응력 등 구조물의 응답을 적분형태로 나타내면

$$\Psi = \int \int g(z, \nabla z, u) d\Omega \quad (16)$$

여기서  $g$ 는 변위  $z$ , gradient  $z' = [z_1, z_2, z_3]$ 와 설계변수  $u$ 의 함수이며 식(16)의 변분은 다음 식이 된다.

$$\Psi' = \int_{\Omega} [g_z z' + g_{\nabla z} \nabla z' + g_u \delta u] d\Omega \quad (17)$$

$$g_{\nabla z} = \left[ \frac{\partial g}{\partial z_1}, \frac{\partial g}{\partial z_2}, \frac{\partial g}{\partial z_3} \right] \quad (18)$$

식(17)에서 변분  $z$ 가 가상변위  $\bar{z}$ 로 대체될 경우 에너지 쌍일차 형태의 식으로 보조변수  $\lambda$ 를 갖는 보조방정식이 성립된다 [1].

$$a_u(\lambda, \bar{\lambda}) = \int_{\Omega} [g_z \bar{\lambda} + g_{\nabla z} \nabla \bar{\lambda}] d\Omega \quad (19)$$

식(19)에서 구한 보조변수  $\lambda$ 를 식(15)에 사용하여 민감도 식(17)은 다음 식으로 변환된다.

$$\Psi' = \int_{\Omega} g_u \delta u d\Omega + l'_{\delta u}(\lambda) - a'_{\delta u}(z, \lambda) \quad (20)$$

### 3.2. 봉/보 부재의 민감도 해석

부재의 임의점  $\hat{x}$ 의 변위  $z$ 가 범함수로 표현된다면,

$$\Psi = \int_{\Omega} \delta(x - \hat{x}) z d\Omega \quad (21)$$

여기서  $\delta$ 는 Dirac delta 함수를 나타내며  $z$ 에 대한 변분 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi' &= \int_{\Omega} \delta(x - \hat{x}) z' d\Omega \\ &= \int_{\Omega} g_u \delta u d\Omega + l'_{\delta u}(\lambda) - a'_{\delta u}(z, \lambda) \end{aligned} \quad (22)$$

식(22)에서 보조변위  $\lambda$ 를 구하기 위해 보조방정식이 사용된다.

$$a_u(\lambda, \bar{\lambda}) = \int_0^1 \delta(x - \hat{x}) \lambda dx \quad (23)$$

보의 단면치  $h$ 와 탄성계수  $E$ 가 설계 변수인 경우 변위에 대한 민감도식(22)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi' &= - \int_0^1 (E \beta z_x \lambda_x + 2E \alpha h z_{xx} \lambda_{xx}) dx \delta h \\ &\quad - \int_0^1 (\beta h z_x \lambda_x + \alpha h^2 z_{zz} \lambda_{xx}) dx \delta E \end{aligned} \quad (24)$$

## 4 민감도 계산 예제

연속법에 의한 민감도 계산에서 일차적으로 유한요소법에 의한 구조해석을 수행한 후, 후처리데이터 (post

processing data)를 사용하여 민감도를 계산한다. 본 연구에서는 구조해석에 시스템공학 연구소 (SERI)의 CRAY2S에 있는 MSC/NASTRAN version 66B의 direct frequency response 방법을 사용하였으며 데이터 전송은 LAN을 통하여 민감도 계산은 Personal Computer 486에서 수행되었다.

각 예제에서 민감도는  $\psi'$ 로 표시되고 정확도는 유한차분법에 의한 결과  $\Delta\psi$ 와 비교함으로써 입증되었다.  $\psi'$ 은 각 변수의 민감도에 변분치  $\delta u$ 를 곱하여 합산된 값이고  $\Delta\psi = [\psi(u+\delta u) - \psi(u-\delta u)]/2$ 로서 유한 차분법으로 계산된 민감도값이며  $\psi(u+\delta u)$ 는 모든 변수가 1% 증가된,  $\psi(u-\delta u)$ 는 1% 감소된 구조해석 결과이다.  $\psi'/\Delta\psi$ 가 100% 임은 연속법에 의한 민감도가 유한차분법 결과가 일치함을 의미한다.

### 4.1 보/판 복합구조물

Hg. 1의 보/판 구조물은 선체의 deck 부위로서 16개의 NASTRAN QUAD4 판요소와 12개의 보요소 (EL1 - EL12)로 구성되었고, 임의 점의 조화진동 변위와 보의 강성도와의 미분치인 민감도가 계산되었으며, 민감도 해석의 목적은 임의 점의 진동변위 감소에 어느 보요소의 강성도가 주요하게 작용하는지를 인지하는 데 있다. 유한요소 해석을 위해 축소된 판의 두께는 0.1in, 크기는 8 in. x 8 in., 보의 굽힘 강성도 EI에서  $E=3 \times 10^7$  psi,  $I_{x_2}=0.0179$  in<sup>4</sup>,  $I_{x_3}=0.004$  in<sup>4</sup>이며 관성모멘트  $I_{x_2}$ 와  $I_{x_3}$ 가 설계변수이다. 하중이 10lb 크기로 5 Hz 와 6Hz로 작용시 최대변위는 절점 15에서 발생하고 이때 12개의 보요소별 민감도가 계산되었다. 이러한 문제에서 설계변수  $I_{x_3}$ 는  $x_3$  방향 변형에 무관하고 경계조건 부근의 강성도( $I_{x_2}$ )가 변형에 영향이 큰 것을 예측할 수 있는데 민감도 해석을 통하여 이를 확인할 수 있다.

Table 1에는 계산된 민감도  $\psi'$ 와  $\Delta\psi$ 가 비교되어 정확도가 입증되었는데 D는 진동변위, P는 phase angle, V는 속도, A는 가속도, Hz는 외력주기, ND는 z 변위의 절점이 나타내고  $\psi'/\Delta\psi$ 는 민감도의 정확성 비교를 나타낸다. 대부분 100%에서 오차가 크지 않다.

Hg. 2에 외력 주기가 5Hz일 때 절점 15의  $x_3$  방향 진동변위  $z$ 에 대한 보요소 변수  $I_{x_2}$ ,  $I_{x_3}$ 의 민감도가 나타나 있다. 그림에서 보요소 5번 (EL 5)의  $I_{x_2}$ 가 가장 민감하며 고정지지점 부근의 요소 1(EL 1), 9번 (EL 9)도 진동변위 조절에 기여함을 알 수 있다. 즉 1, 4, 9 번 요소의 관성모멘트  $I_{x_2}$ 를 주로 증가시킬 경우 진동변위가 감소한다. 새로운 응답  $z_n = z + \psi' \times \delta I$ 에서 원래변위  $z$ 가 양수,

$\psi$  가 음수이므로  $z_n$  이 감소하게 된다. 이와같이 경제적으로 일정범위내의 재해석을 수행할수 있다. 또한 관성모멘트  $I_{x_0}$ 는 변위에 전혀 무관함을 인지 할 수 있다.

절점 14와 20에서의 X, 방향 변위 z에 대한 민감도는 [10]에 수록돼있으며, 절점 14의 변위에 대해선 요소5번이, 절점 20의 변위에 대해선 요소 9번이 매우 민감함을 알수 있다.

#### 4.2 수송체 프레임

근래 전륜구동 사용과 경량화 차체 설계방향에 따라 자동차의 저진동 문제가 제시되고 있다. 유한요소법의 활용으로 거대규모의 요소로 된 FEM 모델이 사용되어 실차와 비슷한 해석구조가 얻어지고 있고 대형 컴퓨터인 CRAY로 정.동적 해석이 수행되나, 동적문제 해석에는 상당한 시간이 소모되는 문제점이 있다. 또한 해석 후 결과를 가지고 구조변경을 시도할 때 적합한 설계방향이 없으면 설계자의 경험에 의존할수 밖에 없다. 설계민감도 해석을 통하여 저진동 설계에 영향을 주는 주요한 부재를 인식할수가 있다.

Fig. 3의 차체 모델은 약4000개의 보, 판, 스프링 요소로 구성되었고 자유도는 20,000DOF이며 운전석의 진동 변위와 설계변수인 rocker와의 상관관계(미분치)인 민감도가 계산되었다. 최대변위는 엔진 조화주기가 38Hz일 때 발생하여 설계변수는 rocker의 강성도인 굽힘관성모멘트  $I_2$ ,  $I_3$ 와 비틀관성모멘트  $J$ 이다. CRAY2S에서 MSC/NASTRAN의 direct method에 의한 조화 진동에는 991 CPU second가 사용되었으나 PC에서의 민감도 해석 시간은(한 진동수에서, 하나의 변위에 대한 48개의 rocker 변수에 대한) 약 103초가 사용되었다.

Fig. 4(a)-(c) 에는 Z 변위 성분에 대한 각 설계변수의 민감도가 나타나 있다. Z 변위에 영향을 미치는  $I_2$ 와 J는 Fig. 4(a)와 (c)에서 hinge pillar과 driver seat 사이에서 민감도가 매우 크고 음수여서, 이부분의 굽힘과 비틀 강성도를 증가시켜야 운전석의 측감진동응답이 감소함을 알수 있다. 이 민감도를 이용하면 설계변수 변화에 따른 새 진동응답을 곧 알수 있으나, FEM 재해석을 할 경우 CRAY와같은 대형 컴퓨터가 있어야 가능하다. 정확도는 유한차분법에 의한 결과와 비교되어 Table 2에  $I_2$  변수에 대한 설계변수의 민감도가 나타나 있다. Table에서 DR은 driver seat, PA는 passenger seat를 나타내며 민감도는 유한차분 결과와 100% 부근에 일치하여 정확하다고 볼 수 있다. 기타 변수및, X, Y 변위 성분에 대한 rocker의 각 설계변수에 대한 민감도는 참고문헌 [10]에 있으며, 역시 정확도는 유한차분법에 의해 입증되었다.

#### 5 결 론

수송체 설계에서 동적 응답에 대한 프레임의 강성도를 정하는데 어느 부분이 가장 주요한지를 나타내는 설계지표로서 민감도가 계산되었다. 민감도의 음,양 부호는 설계변수 증가 혹은 감소 변경 방향을, 크기는 민감한 정도를 나타낸다. 따라서 조화 운동시 발생하는 임의 점(최대)변위에 대해 어느 설계 변수가 어느정도 영향을 미치는가가 수치로서 가시적으로 표현되었다. 특히 구조물 유한요소해석후 결과데이터를 사용함으로써 유한요소코드 종류에 상관없이 임의 모델에도 적용가능함을 알 수 있다.

\* 계산된 민감도는 정확도가 입증되었을 뿐만 아니라 기존의 축적된 설계 경험과 잘 일치하므로, 대형구조물 진동설계에 사용될 수 있다.

\* 정확한 민감도에 기초하여 일정범위 내에서 경제적인 재해석 수행도 가능하다. 즉 설계 변수 변경시 구조물 응답을 유한요소 해석없이도 민감도로서 예측 가능하다.

\* 특히 거대규모 유한요소 구조해석에 사용된 수퍼 컴퓨터(CRAY2S) 계산시간에 비하면 PC에서의 민감도 계산시간은 극히 짧음을 볼때 사용된 방법이 매우 효과적임을 알 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Haug, E.J., Choi, K.K., and Komkov, V., Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic press, New York, 1986.
- [2] Adelman, H. M. and Haftka, R. T., "Sensitivity Analysis for Discrete Structural Systems," AIAA Journal, Vol. 24, No. 5, pp.814-831.May 1986
- [3] Dopker, B., Choi, K.K., and Lee, J.H., "Design Sensitivity Analysis using EAL: Part 1, Conventional Design Parameters," Technical Report 86-2, CAD Center, U.of Iowa, 1986
- [4] Choi, K.K., and Seong, H.G."Design Component Method for Sensitivity Analysis of Built-up Structures", J. of Structural Mechanics, Vol. 14, No.3, PP.379-399, 1986
- [5] Choi, K.K., Santos, J.L.T., and Frederick, M.C., "Implementation o f Desig n Sensitivity Analysis with Existing Finite Element Codes", ASME J. of Mechanics, Transmissions, Automation in Design, Vol. 109, No. 3,

1987, pp. 385-391.

[6] Haug, E. J., and Cea, J., eds., Optimization of Distributed Parameter Structures, Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, The Netherlands, 1980.

[7] 송철기, 박호, 오재웅, 염성하, "민감도 해석에 의한 자동차 현가장치의 성능 개선에 관한 연구," 대한기계학회 논문집, 제14권, 제6호, PP. 1464-1473, 1990.

[8] 조대승, 김극천, "전달 매트릭스법 및 유한요소-전달 매트릭스 결합방법에 의한 구조계의 동특성 감도해석," 대한조선학회논문집, 제29권 제1호,

[9] 김종호, 임석현, "CAE를 이용한 자동차의 진동저감 연구," 91 추계 학술대회논문집, 한국소음진동공학회, 1991, 11.

[10] 이재환, "수송체 구조물의 진동특성에 관한 설계민감도 해석," 충남대학교, 산업기술연구소, 1992, 10.

후기: 본 연구는 1991년도 한국학술진흥재단의 지방대 신진과제 학술연구 지원으로 수행되었으며, 이기회에 관계자 여러분께 깊은 감사를 드린다.

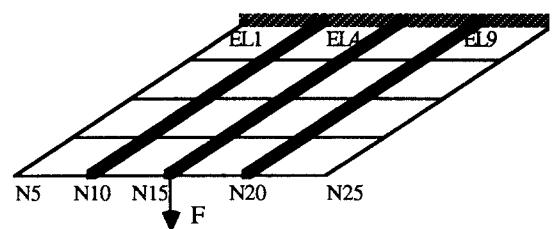


Fig. 1 Beam/plate Deck Structure

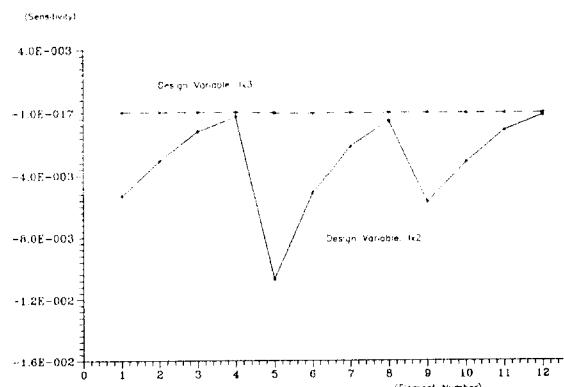


Fig. 2 Design Sensitivity of Displacement at Node 15

Table 1      Design Sensitivity of Displacement at Constrained Node (Design variable:  $u = Ix_2$ )

Hz	ND		$\Psi(u-\delta u)$	$\Psi(u+\delta u)$	$\Delta\Psi$	$\Psi'$	$\Psi'/\Delta\Psi$ (%)
5.0	15	P	0.3577E+03	0.3577E+03	0.3279E-05	0.3499E-05	106.7
		D	0.1026E-02	0.1012E-02	-.6815E-05	-.6609E-05	97.0
		V	0.3222E-01	0.3179E-01	-.2141E-03	-.2076E-03	97.0
		A	0.1012E+01	0.9988E+00	-.6726E-02	-.6522E-02	97.0
6.0	15	P	0.3577E+03	0.3577E+03	0.4922E-05	0.5046E-05	102.5
		D	0.1026E-02	0.1012E-02	-.6816E-05	-.6610E-05	97.0
		V	0.3867E-01	0.3816E-01	-.2570E-03	-.2492E-03	97.0
		A	0.1458E+01	0.1438E+01	-.9687E-02	-.9394E-02	97.0

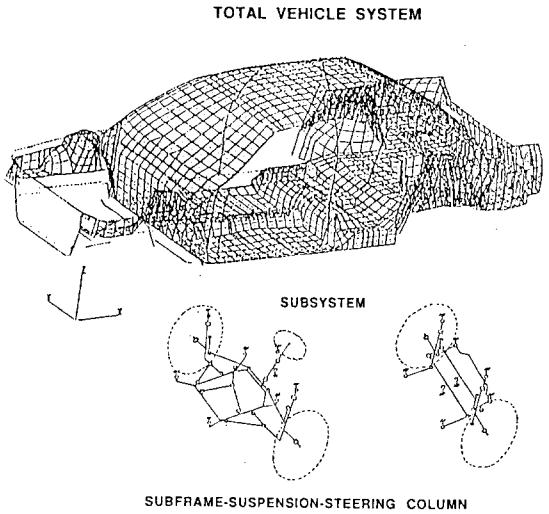


Fig. 3 Finite Element Model of Vehicle System

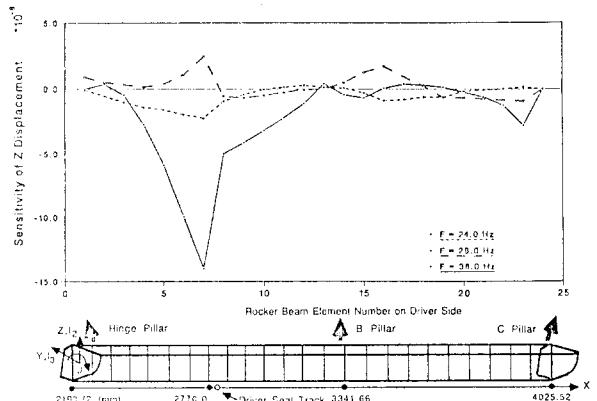


Fig. 4(a) Design Sensitivity of Z Displacement  
(Design Variable:  $u=I_2$ )

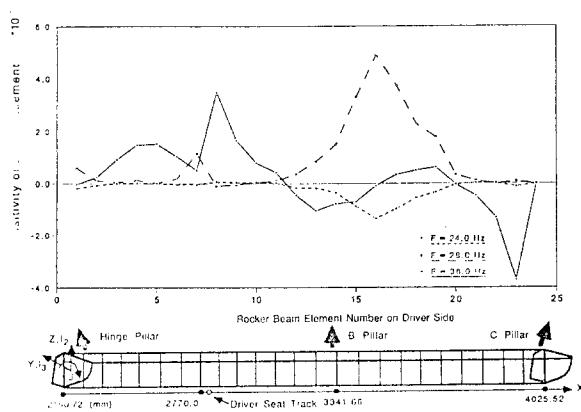


Fig. 4(b) Design Sensitivity of Z Displacement  
(Design Variable:  $u=I_3$ )

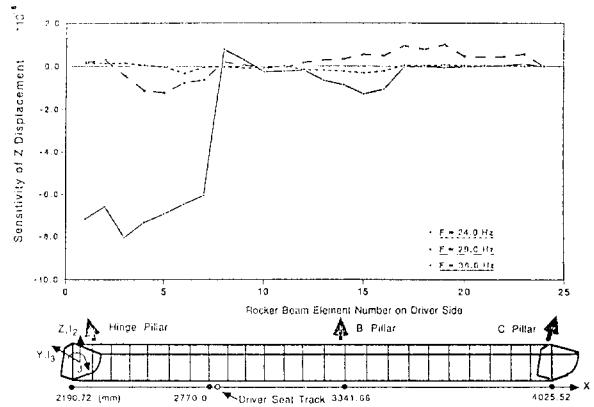


Fig. 4(c) Design Sensitivity of Z Displacement  
(Design Variable:  $u=J$ )

Table 2 Design Sensitivity of Z Displacement (Design variable:  $u = I_2$ )

	Hz	ND	$\Psi(u-\delta u)$	$\Psi(u+\delta u)$	$\Delta\Psi$	$\Psi'$	$\Psi'/\Delta\Psi$ (%)
38.0	DR	P	0.1489D+03	0.1501D+03	0.6082D+00	0.6112D+00	100.5
		D	0.5907D+01	0.5724D+01	-0.9157D-01	-0.9426D-01	102.9
		V	0.1410D+04	0.1367D+04	-0.2186D+02	-0.2251D+02	102.9
		A	0.3367D+06	0.3263D+06	-0.5220D+04	-0.5374D+04	102.9
38.0	PA	P	0.1466D+03	0.1482D+03	0.7539D+00	0.7551D+00	100.2
		D	0.4157D+01	0.3921D+01	-0.1185D+00	-0.1187D+00	100.2
		V	0.9926D+03	0.9361D+03	-0.2829D+02	-0.2835D+02	100.2
		A	0.2370D+06	0.2235D+06	-0.6755D+04	-0.6769D+04	100.2