

## GPC를 이용한 규칙기반 자기동조 PID제어기에 관한 연구

\*이 창구\*, 김성중\*\*

\* 한국전자통신연구소, \*\* 전북대학교 제어계측공학과

### A Study on the Rule-based Self-tuning PID Controller utilizing GPC

Chang-Goo Lee, Sung-Joong Kim

ETRI, Dept. of Control and Instrument Eng. Chonbuk University

#### ABSTRACT

In this paper, we present a solution to the PID tuning problem by optimizing a GPC(General Predictive Control) criterion. The PID structure is ensured by constraining the parameters to a feasible set defined by the discrete-time Euler approximation of the ideal continuous-time PID controller. The algorithm is extended by incorporating heuristic rules for selection of the significant design parameters. The algorithm has been successfully tested and some results are presented.

#### 1. 서론

PID(Proportional Integral Derivative) 제어기는 그 구조가 간단하여 실현하기가 용이하고, 제어대상 시스템이 큰 지연시간이나 심한 비선형 동특성을 가지지 않는다면 거의 완벽한 제어목적을 이룰 수 있고, 현장운전자들이 현대 제어이론보다는 PID구조에 친숙해져 있다는 등의 장점 때문에 산업현장에서 널리 이용되고 있다.<sup>1)-2)</sup>

그러나, PID 제어기가 좋은 성능을 유지하기 위해서는 제어기의 계수를 공정의 동특성에 따라 적절히 조정하여야 한다. 현재 산업현장에 설치되어 있는 대부분의 PID 제어기는 숙련된 기술자에 의하여 시행착오법으로 동조되고 있으며 이 경우 많은 시간과 경비가 소비된다. 또한, 공정조건이 변하거나 가변 동특성을 갖는 공정에서는 수시로 제어계수를 재조정하여야 하는 단점이 있다. PID 제어기의 동조문제는 그동안 많은 연구가 진행되어 왔으며, 그 대표적인 예로서 Astrom과 Hagglund가 개발한 이론을 상용화한 Satt Control사의 자동동조기를 들 수 있다.<sup>3)-4)</sup> 이 제어기의 동조는 실험에 의한 플랜트 응답특성을 이용한 방법으로 강인성을 지녔다는 장점이 있으나 성능이 뒤떨어지며 재동조에 어려움이 있다. 재동조 문제와 성능향상을 위하여 Cameron과 Seborg는 적응제어기를 PID구조로 변형한 연구결과를 발표하였으며, 이는 PID구조를 갖는 적응제어기 설계와 같은 의미를 지닌다. 또한, Vega와 Zarrop은 불연속 PID 제어기의 계수를 결정하기 위해 LQG형의 비용합수를 도입하는 방법을 제시하였다.<sup>5)-6)</sup>

본 논문에서는 앞서 제시된 동조 개념들을 이용하여 적응 GPC 제어기로 부터 자기동조 PID 제어기를 구현하고자 한다. GPC 제어

기를 선택한 이유는 설계변수들이 적절히 선정되었을 경우 PID 제어기가 지니는 강인성과 함께 성능의 우수성을 들 수 있다. GPC 설계변수를 포함한 샘플링 주기, 모델차수, 입출력한계값 등은 자기동조 구간에서 Astrom과 Hagglund가 제시한 릴레이제어를 이용하여 공정의 동특성을 추정하고 이를 규칙화한 정보에 의하여 결정한다. 본 방법은 산업현장의 대표적인 모델들에 적용하여 우수성을 증명하고 그 결과를 제시하였다.<sup>7)-8)</sup>

#### 2. PID제어와 구축조건

연속시간에서 표준형 PID제어기는 식(1)과 같이 표현한다.

$$u(t) = K [ e(t) + 1/T_i \int e dt - T_d de(t)/dt ] \quad (1)$$

여기에서  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ 는 각각 이득, 적분시간, 미분시간이고,  $e$ 는 제어오차이다. 샘플주기  $h$ 로 식(1)을 이산화하면 식(2)와 같이 속도 형태로 표현된다.

$$u(t) = \frac{G(z^{-1})}{1 - z^{-1}} e(t) \quad (2)$$

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2}$$

식(1)과 식(2)로 부터 연속시간 PID계수와 이산형 PID계수간의 관계를 표시하면 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} K &= -(g_1 + 2g_2) \\ T_i &= h \cdot g_2 / (g_1 + 2g_2) \\ T_d &= -h \cdot (g_1 + 2g_2) / (g_0 + g_1 + g_2) \end{aligned} \quad (3)$$

PID 제어계수  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  값들은 유한한 양의 스칼라 값이어야 하므로 이산 PID 제어계수 값은 식(4)와 같이 구속되어야 한다.

$$g_2 > \varepsilon_1 > 0 \quad (4a)$$

$$g_1 + 2g_2 < -\varepsilon_2 < 0 \quad (4b)$$

$$g_0 + g_1 + g_2 > \varepsilon_3 > 0 \quad (4c)$$

단,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ 는 작은수

PID제어계수는 제어 동작을 보장하기 위해 식(4)의 조건을 만족해야 하며, 그렇지 못한 경우에 최적의 이산계수를 얻기위해 이산값  $g(t)$ 는 투사되어야 한다. 위 식의 부등식은 다음의 행렬형태로 표현된다.

$$g^T h_1 > \varepsilon_i \quad (5)$$

$$\text{단, } h_1 = (0 \ 0 \ 1)^T \quad (5a)$$

$$h_2 = (0 \ -1 \ 2)^T \quad (5b)$$

$$h_3 = (1 \ 1 \ 1)^T \quad (5c)$$

시간  $t$ 에서 최적의 이산 계수를 결정하는 단계는 다음과 같고,

1.  $g = g(t)$ 라 놓고
2.  $g$ 가 위 식을 만족하면 4로 가라.
3.  $g = g + \frac{P(t-1) h_1}{h_1^T P(t-1) h_1} (\varepsilon_i - g^T h_1)$
4.  $g(t) = g$ 라 놓는다.

$P(t-1)$ 행렬에는 단위 행렬을 사용하여 이산시간 제어계수가 연속 시간 제어계수에 대응하지 않는 경우에는 위의 4단계를 통해서 최적의 연속시간 계수에 대응되게 하였다.

### 3. 자기동조 PID 제어기

출력예측자  $y(t+j)$ , 제어오차  $e$ , 과거의 제어신호  $u(t-1)$ 등에 의해 PID계수를 반복적으로 결정하기 위해 다음과 같은 GPC 성능 지수를 생각하자.

$$J(N_1, N_2) = E \left[ \sum_{j=N_1}^{N_p} [y(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=N_1}^{N_p} \lambda(j) \Delta u(t+j-1)^2 \right] \quad (6)$$

단,  $N_1$ 은 최소 출력구간  
 $N_p$ 은 최대 출력구간  
 $\lambda(j)$ 는 제어가중치 수열

시간  $t+j$ 에서 원하는 기준 입력값  $w(t+j)$ 는 사전에 알고 있다고 가정하고,  $j > N_0$ 인 동안에  $\Delta u(t+j-1) = 0$ 으로 생각하는 후퇴구간제어(receding horizon control)를 사용한다. 또한, PID제어는  $\Delta u(t)$ 만을 결정하므로 제어구간  $N_0$ 는 1로 선택하고  $\lambda(j)$ 는  $\lambda$ 로 선정하면, PID제어계수  $g$ 에 관하여 최소화되는 GPC사양은 다음과 같이 된다.

$$J(g) = E \left[ \sum_{j=1}^{N_p} [y(t+j) - w(t+j)]^2 + \lambda \Delta u(t)^2 \right] \quad (7)$$

추정된 플랜트 계수  $\theta$ 에 의한 예측출력을 식(7)에 대입하면

$$J(g, \theta) = \sum_{j=1}^{N_p} [G_j \Delta u(t+j-1) + F_j y(t) - w(t+j)]^2 + \lambda \Delta u(t)^2 \quad (8)$$

이 되고, PID 제어계수  $g$ 에 관한 식을 유도하기 위해 식(8)에서  $G_{j-1} \Delta u(t)$ 를 더하고 변후 식을 정리하면 식(9)와 같이 된다.

$$J(g) = \sum_{j=1}^{N_p} [y(t+j) - w(t+j) - G_{j-1} \Delta u(t) + G_j \Delta u(t)]^2 \quad (9)$$

식(9)의 비용함수는 식(10)과 같이 표현할 수 있으며,

$$g = \min [b_1^T g + 1/2 g^T C_1 g] \quad (10)$$

식(10)을 최소로 하는  $g$ 는 식(11)과 같다.

$$g = -b_1 / C_1 \quad (11)$$

$$\text{단, } b_1 = \pi_b(t), C_1 = \pi_c(t) e_t e_t^T$$

$$\pi_b(t) = 2 \sum_{j=1}^{N_p} G_{j-1} [y(t+j) - G_{j-1} \Delta u(t) - w(t+j)] \quad (12)$$

$$\pi_c(t) = 2 \left[ \sum_{j=1}^{N_p} G_{j-1}^2 + \lambda \right] \quad (13)$$

여기에서  $\pi_b(t)$ 는 제어오차를 반영하고,  $\pi_c(t)$ 는 제어신호의 가중치를 반영한다. 이렇게 구한 제어계수는 식(14)가 되며,

$$g = - \frac{\pi_b(t)}{\pi_c(t)} (e_t \ e_t)^{-1} e_t \quad (14)$$

역행렬을 구하는 과정을 피하기 위해 역행렬에 관한 명제를 사용하면 이산 PID제어 계수를 다음과 같이 순차적으로 계산할 수 있다.

$$g(t) = g(t-1) - \frac{\pi_c(t) P(t-1) e_t}{1 + \pi_c(t) e_t^T P(t-1) e_t} [e_t^T g(t-1) + \frac{\pi_b(t)}{\pi_c(t)}] \quad (15)$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{\pi_c(t) P(t-1) e_t e_t^T P(t-1)}{1 + \pi_c(t) e_t^T P(t-1) e_t} \quad (16)$$

### 4. 시스템 구성

본 연구에서 구현하고자 하는 자기동조 PID 제어기의 구조는 그림 1과 같다. 이 방법은 초기동작시 릴레이제어에 의하여 PID제어기의 초기값을 구하고(RPID), 임계값에 의한 제어설계 변수를 규칙화하여 감독자층을 형성한다. 감독자는 제어응답이 안정상태에 이르렀다고 판단될때 GPID모드로 전환하고, 매 샘플시간마다 반복적으로 추정한 공정정보를 이용 GPC 제어기법에 의해 제어기를 설계한후에 이 제어기가 PID구조를 갖도록 변환한다.

본 논문에서는 GPC설계변수의 적절한 선정을 위한 규칙을 제공함으로써 GPC제어기의 범용성을 부여하고 이를 PID로 변형함으로써 성능향상과 함께 산업현장의 적용성을 높이고자 한다. 이를 실현하기 위하여 감독자층에서는 초기동조시 릴레이 동조실험에 의하여 얻어진 여러가지 정보를 이용하여  $N_0$ ,  $N_p$ ,  $\lambda$  값을 정한다. 샘플링주기(h)와  $N_0$ ,  $N_p$  등의 설계변수를 선정하는데 고려하여야 할 사항은 계산량과 안정성이며, 이를 고려한  $N_0$ ,  $N_p$ ,  $\lambda$ , h의 선정 규칙은 다음과 같다.

-샘플링주기 선정 규칙

샘플링주기(h)의 선정과 지연시간 L에 대한 정보는 GPC제어기 설계에 있어서 매우 중요한 사항이다. 특히, 샘플링 주기(h)는 최대비용구간  $N_p$ 를 선정하는 문제와 연관되어 있어서 더욱 중요하다. 샘플링주기를 결정하는 데는 먼저 산업공정에 통용되는 값 즉, 1963년 user conference에 제시된 표 1에 의하여 샘플링주기 h를 정하는 규칙을 유도한다.

표 1. 산업공정에 따른 샘플링주기 선정

| 산업공정                 | 샘플링주기(h)        |
|----------------------|-----------------|
| Flow Loop            | 1 sec           |
| Level, Pressure Loop | 5 sec           |
| Temperature Loop     | 15 sec - 20 sec |

그후, 릴레이실험에서 얻어진 임계값을 이용하여 샘플링주기 선정 규칙을 다음과 정한다.

$$\begin{aligned}
 &h = t_c/8 \\
 &\text{If } (h < \text{표값}) \\
 &\text{Then } h = t_c/8 \\
 &\text{Else } h = \text{표값}
 \end{aligned} \tag{17}$$

- GPC 설계변수의 선정 규칙

$N_p$ 와  $N_u$ 는 default로 10, 1로 선정하며, 다만  $N_p$ 는 항상  $L/h$ 보다 커야한다. 이 조건이 만족하지 않을 경우에는 샘플링주기를 표 1에 언급한 값을 초과하지 않는 범위내에서 증가한다.  $\lambda$ 는 GPC설계에 있어서 가장 민감한 설계변수이며, 여러 실험결과 지연시간이 없는 1차시스템에는 0으로 하였을 때 좋은 특성을 나타내나 이외의 모든 다른 플랜트에는 불안정한 제어결과를 보여주었다. 이의 보편적인 선정을 위하여 본 논문에서는 릴레이 동조실험에 의한 임계값과의 관계를 실험하여 이를 규칙화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &\lambda = t_c/k_c \\
 &\text{If } \lambda < k_c \\
 &\text{Then } \lambda = 0.8 * t_c/k_c \\
 &\text{Else } \lambda = 1.2 * t_c/k_c
 \end{aligned} \tag{18}$$

- 불안정 감시 규칙

불안정 감시부의 역할은 전체 제어시스템이 불안정한 상태로 가고 있는가를 감지하는 것이다. 이러한 기능의 적절한 수행은 극한 입출력값이 실제적으로 발생하기 이전에 감지되어야 한다. 특히, 어려운 점은 급격한 불안정상태를 과도현상이나 잡음영향과 구분하는데 있다. 본 연구에서 사용되는 불안정 감시부는 Gertler가 제시한 기법을 채택하여 변형하였다. 즉, 제어오차  $e(k)$ 를 샘플링주기(h)동안  $N$ 회 읽어들이 이 중에서  $N_n$ 개의 최대, 최소값을 제거한 후에 다음과 같은 moving average filter식에 의하여 필터링한 값  $\hat{e}(k)$ 를 구하고 이를 이용하여 안정도를 판별한다.

$$\hat{e}(k) = \frac{N - N_n}{N} \sum_{i=1}^{N-n} |e(k-i)| \tag{19}$$

필터된 값  $\hat{e}(k)$ 은 두 threshold값  $w_1$ ,  $w_2$ 와 비교하여 제어시스템이 안정한가 또는 불안정한가를 판별하는데 이용한다. 즉, 그림 2에서와 같이  $\hat{e}(k) < w_1$ 이면 안정하고,  $\hat{e}(k) > w_2$ 이면 불안정하다. 또한,  $w_1 \leq \hat{e}(k) \leq w_2$ 이면 오차동향 분석을 수행한다.

Moving average 기법으로 필터링된 출력오차  $\hat{e}(k)$ 는 발진성분을 내재할 수 있으며, 동향분석 과정에서 불확실한 결정을 할 수 있으므로 이에 대한 연구는 더 요구된다. 오차의 동

향분석은 필터된 출력  $\hat{e}(k+i)$ 의 임의의 구간에 대한 선형커브로부터 구해진다.

$$\hat{e}(k+i) = \hat{c} + \hat{e}(k) \tag{20}$$

만약,  $\hat{c}$ 가 0보다 크면 시스템은 불안정 국면으로 진행중이다. 안정도 판별을 위한 영역값  $w_1$ ,  $w_2$ 은 본 논문에서는 각각  $w_1 = 0.01 * \text{기준입력}$ ,  $w_2 = 2w_1$ 으로 선정하여 실험하였다.

5. 실험 및 결론

본 연구에서 제시된 GPC제어기로 부터 변형한 PID제어기의 특징과 성능을 평가하기 위하여 시스템의 차수와 지연시간이 변하는 공정에 일반 PID제어기와 GPC로 부터 변형한 PID제어기를 적용한 결과가 각각 그림 3, 그림 4에 나타났다. 그림 3에서 보듯이 초기 동조구간에서는 릴레이 실험에 의해 구해진 임계값을 이용 PID동조계수를 구하였기 때문에 좋은 결과를 보여 주나 시스템의 차수와 지연시간이 변화함에 따라 제어 성능이 극히 나빠져 재동조가 필요하다. 반면 그림 4는 시스템의 차수와 지연시간의 변화에도 적응성이 있음을 보였으나 변화시점마다 약간의 발진과 오버슈트가 발생함을 알 수 있다. 이를 개선하기 위하여 감속자중에서는 필요에 따라 이를 적절히 조절하여야 하며, 이에 대한 연구는 기본 제어이론과 현장운전자의 경험지식을 적절히 제어루우프에 병합시켜야 한다.

참고문헌

- 1) F. G. Shinskey, Process Control Systems, McGraw-Hill, 1979.
- 2) C. A. Smith, A. B. Corripio, Principles and Practice of Automatic Process Control, John Wiley and Sons, 1985.
- 3) J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers," *Trans. ASME*, Vol. 64, pp. 759-768, November 1942.
- 4) K. J. Astrom and T. Hagglund, "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specification on Phase and Amplitude Margins," *Automatica*, Vol. 20, No. 5, pp. 645-651, 1984.
- 5) A. Carmeron, "Consideration in the Application of Self-tuning PID Controller using EXACT tuning algorithm," *Mesurement and Control*, Vol. 19, November 1986.
- 6) P. Vega, C. Prada and V. Alexandre, "Self-tuning predictive PID controller", *IEE Proc.* Vol. 138, No. 3, May 1991.
- 7) Clarke, K.W., C. Mohtadi and P.S. Tuffs, "Generalized Predictive Control", *Automatica*, Vol. 23, No. 2, pp. 137-148, 1987.

8) Arne Henningsen and Anders Christensen, "A PID autotuner utilizing GPC and constraint optimization", Proc. 29th conference on decision and control, 1990.

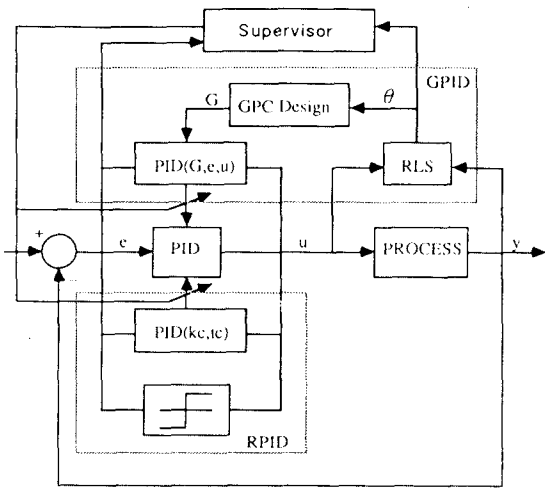


그림 1. 지식기반 자기동조 PID제어기

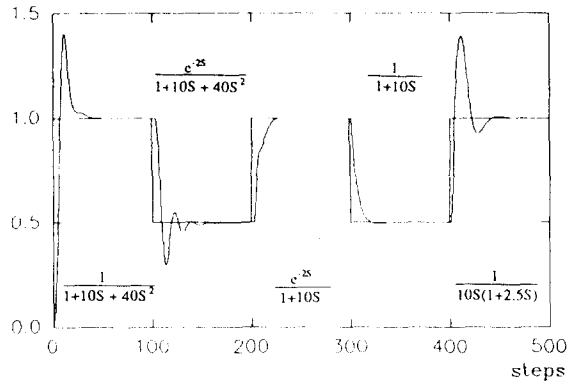


그림 4. GPC로 부터 유도된 PID제어기를 적용한 응답곡선

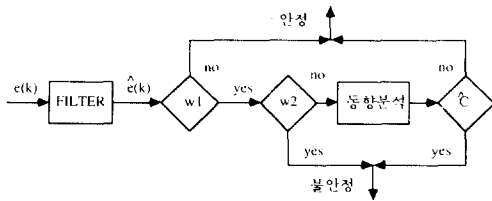


그림 2. 시스템의 안정도 판별도

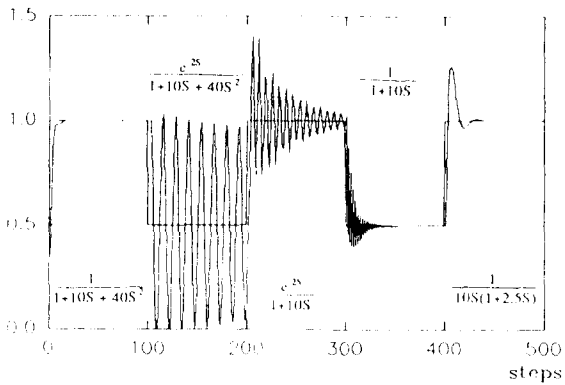


그림 3. 일반 PID제어기를 적용한 응답곡선