

## 이족 보행 로봇의 운동 궤적 계획 및 동적 시뮬레이션에 관한 연구

김 창 부      김 용 태  
 인하대학교 공과대학 지동화공학과

### A STUDY ON THE MOTION TRAJECTORY PLANNING AND DYNAMIC SIMULATION OF BIPED WALKING ROBOT

Chang-Boo Kim      Woong-Tae Kim

Dept. of Industrial Automation, Inha University

**ABSTRACT**

This study treats the method for kinematic modeling of the biped walking robot, for synthesizing various gait trajectories, and for calculating adequate values of the joint torque inside the stable region. To synthesize various and anthropomorphic walking easily, the gait trajectory is specified by a set of ten walking parameters, and the trunk motion equation is derived by the zero moment point and the gait trajectory. By distributing ground reaction force and moment reduced at the zero moment point to the both feet, the joint torque equation can be derived readily, and according to this equation, the joint torque to stable walking can be computed.

**1. 서론**

로봇 공학이 발전됨에 따라 다리를 갖고 걸을 수 있는 보행 로봇에 대한 관심을 갖게되었다. 특히, 이족 보행 로봇은 인간과 가장 유사하게 걸을 수 있는 장점 때문에 최근 많은 연구가 진행되어왔다[1, 2, 3, 4, 5]. 그러나, 이족 보행 로봇은 사족, 육족, 팔족 보행 로봇 등의 타 보행 로봇에 비해 안정한 운동 범위가 매우 협소하여 외부 환경에 대한 적응력이 부족하다. 따라서, 안정된 보행을 하기 위해서는 이에 관한 정확한 기구학적 해석과 동력학적 해석이 필수적으로 수행되어야 하지만, 보행 중에 기구학적 연쇄가 개형상과 폐형상으로 반복되고 보행에 따라 구속 조건이 변화하므로 정확한 기구학적 해석과 동력학적 해석이 매우 난해하며, 또한, 걸음세의 모양을 인간과 비슷하게 표현하기도 어렵다. 따라서, 본 연구에서는 다양한 걸음세의 표현을 쉽게 할 수 있는 보행 파라미터를 사용하여, 임의의 걸음세에 대하여 안정하게 움직일 수 있도록 하는 기구학적 해석과 동력학적 해석 방법을 제시 하였다.

초기의 연구는 다리부분으로만 이루어진 이족 보행 로봇에 대하여 행하여 졌으나[1, 2, 3], 이 방법으로는 다양한 걸음걸이로 걸을 수 없으므로 다리부분 및 몸체로 이루어진 이족 보행 로봇에 대한 연구가 이루어 지고있다[4, 5]. 본 연구 역시 몸체를 갖는 이족 보행 로봇에 대하여 해석을 수행하였으며, 미분 방정식을 선형화하지 않고 해를 구함으로써 해석 오차를 줄였다.

**2. 보행 파라미터를 이용한 걸음세 궤적 계획**

이족 보행 로봇의 궤적 계획은 좌우 다리부 및 몸체부 기저 좌표계 (LB), (RB), (TB)의 관성 좌표계에 대한 위치, 속도, 가속도를 결정함으로써 이루어지며, 결정된 기저 좌표계의 위치, 속도, 가속도를 통하여 다리부의 기구학적 해석 및 역 기구학적 해석을 수행한다.

**2.1 이족 보행 로봇의 링크 표시법**

일반적으로 이족 보행 로봇은 여러개의 강체 링크들이 1 자유도를 갖는 회전 관절로써 연결되어 있으며, 보행 중에 기구학적 연쇄가 폐형상과 개형상으로 반복이 계속된다. 따라서, 다관절의 로봇 형상과 기구학적 연쇄의 변화를 수월하게 표현하기 위하여 그림 1.과 같이 전체 로봇트를 각각 N 자유도(본 연구에서는 6 자유도로 가정)를 갖는 왼쪽 및 오른쪽 다리부와 2 자유도를 갖는 몸체부의 독립된 세 부분으로 나누고 각 부분이 힘에서 분기된 형상으로 가정한다.

각 링크의 형상은 그림 2.에서와 같이 Denavit-Hartenberg의 강체 링크 표기법[6]을 사용하여 각 부분의 링크에 고착된 좌표계 (Li), (Rj), (Tk) 및 링크 파라미터(링크 비틀림 각 a, 링크 길이a)와 관절 파라미터(관절 각 θ, 관절 길이 d)로써 표현된다. (T2)와 (TB)는 몸체와 힘의 무게중심에 위치시킨다.

**2.2 다리부의 기구학 및 역기구학**

좌우 다리부 및 몸체부 각각의 링크의 위치를 관절각 변위  $q_L=(q_{L1}, \dots, q_{LN})^T$ ,  $q_R=(q_{R1}, \dots, q_{RN})^T$  및  $q_T=(q_{T1}, q_{T2})^T$ 로써 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^1T_{Li} &= {}^1T_{LB} {}^L B T_{L0} {}^0L A_i(q_{Li}) \dots Li-1 A_{Li}(q_{Li}), i=0, N \\ {}^1T_{Rj} &= {}^1T_{RB} {}^R B T_{R0} {}^0R A_j(q_{Rj}) \dots Rj-1 A_{Rj}(q_{Rj}), j=0, N \\ {}^1T_{Tk} &= {}^1T_{TB} {}^T B T_{T0} {}^0T A_k(q_{Tk}) \dots Tk-1 A_{Tk}(q_{Tk}), k=0, 2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서

$${}^i-1 A_i(q_i) = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\cos a_i \sin q_i & \sin a_i \sin q_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & \cos a_i \cos q_i & -\sin a_i \cos q_i & a_i \sin q_i \\ 0 & \sin a_i & \cos a_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

이며  ${}^1T_{LB}$ ,  ${}^1T_{RB}$ ,  ${}^1T_{TB}$ 는 (LB), (RB), (TB) 좌표계의 관성 좌표계 (I)에 대한 동차 변환 행렬이다.

각 부분의 기저 좌표계의 위치, 속도, 가속도는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} {}^1T_{LB} &= \begin{bmatrix} {}^1R_{LB} & {}^1P_{LB} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, & {}^1T_{RB} &= \begin{bmatrix} {}^1R_{RB} & {}^1P_{RB} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^1T_{TB} &= \begin{bmatrix} {}^1R_{TB} & {}^1P_{TB} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^1V_{LB} &= \begin{Bmatrix} {}^1\dot{P}_{LB} \\ {}^1\dot{W}_{LB} \end{Bmatrix}, & {}^1V_{RB} &= \begin{Bmatrix} {}^1\dot{P}_{RB} \\ {}^1\dot{W}_{RB} \end{Bmatrix}, & {}^1V_{TB} &= \begin{Bmatrix} {}^1\dot{P}_{TB} \\ {}^1\dot{W}_{TB} \end{Bmatrix} \\ {}^1A_{LB} &= \begin{Bmatrix} {}^1\ddot{P}_{LB} \\ {}^1\ddot{W}_{LB} \end{Bmatrix}, & {}^1A_{RB} &= \begin{Bmatrix} {}^1\ddot{P}_{RB} \\ {}^1\ddot{W}_{RB} \end{Bmatrix}, & {}^1A_{TB} &= \begin{Bmatrix} {}^1\ddot{P}_{TB} \\ {}^1\ddot{W}_{TB} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{2.2}$$

여기서 각 부분의 각속도  ${}^1W=({}^1W_x, {}^1W_y, {}^1W_z)^T$ 는 아래와 같은 관계식으로 표현된다.

$$[{}^1W_x] = [d/dt({}^1R)] [{}^1R]^T$$

$$[{}^1W_x] = \begin{bmatrix} 0 & -{}^1W_z & {}^1W_y \\ {}^1W_z & 0 & -{}^1W_x \\ -{}^1W_y & {}^1W_x & 0 \end{bmatrix}$$

좌우 다리부 기저 좌표계에 대한 몸체부 기저 좌표계의 상대 위치, 속도, 가속도는 다음과 같이 표현된다[6,7].

$$\begin{aligned} {}^L B T B(Q_L) &= {}^1 T L B^{-1} {}^1 T T B \\ {}^R B T B(Q_R) &= {}^1 T R B^{-1} {}^1 T T B \\ ({}^1 V_{T B} - {}^1 V_{L B}) &= [J_L(Q_L)] \{ \dot{Q}_L \} + \{ A_L(Q_L) \} \\ ({}^1 V_{T B} - {}^1 V_{R B}) &= [J_R(Q_R)] \{ \dot{Q}_R \} + \{ A_R(Q_R) \} \\ ({}^1 A_{T B} - {}^1 A_{L B}) &= [J_L(Q_L)] \{ \ddot{Q}_L \} + \{ B_L(Q_L, \dot{Q}_L) \} \\ ({}^1 A_{T B} - {}^1 A_{R B}) &= [J_R(Q_R)] \{ \ddot{Q}_R \} + \{ B_R(Q_R, \dot{Q}_R) \} \end{aligned} \quad (2.3)$$

식 (2.3)부터 대수적인 방법[6]이나 수치 해석적 방법[7]으로 다리부의 기구학적 해석 및 역 기구학적 해석을 수행할 수 있다.

### 2.3 기저 좌표계의 궤적 계획

#### 2.3.1 이보 전진시 힙과 양발의 변위

그림 3.에서와 같이 이족 보행 로봇트가 일보 전진할 때에 바닥 면과 전진하는 발 사이의 접촉 상태에 따라서 발의 이탈 상태(Depart Phase,  $0 \leq t < T_d$ ), 흔들림 상태(Swing Phase,  $T_s \leq t < T_s + T_s$ )와 정착 상태(Place Phase,  $T_d + T_s \leq t \leq T_d + T_s + T_p$ )의 세 상태로 나눈다.

이 세 상태에서의 기저 좌표계 (LB), (RB), (TB)의 궤적을 그림 4.에 표현된 보행 파라미터(표 1. 참조) 즉, 보폭( $S_x$ ), 보행 회전각( $S_\theta$ ), 힙 처짐 변위( $H_x$ ), 힙 좌우 이동 변위( $H_y$ ), 힙 회전각( $H_\theta$ ) 및 이탈각( $a_d$ ), 접촉각( $a_p$ )과 경사각( $g_\theta$ ), 힙 높이( $H_h$ ), 발 최대 높이( $S_h$ )를 이용하여 시간의 함수로 계획함으로써 평면 직선 보행, 경사면 직선 보행, 평면 회전 보행 등 자유로운 걸음새를 편리하게 표현할 수 있다.

이족 보행 로봇트가 이보 전진할 때의 좌우 발과 힙의 움직임은 변위 벡터는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} P_R &= 2S_x i + S_y j \\ P_L &= S_x i + (S_y - H_w) j + S_x n_1 + H_w n_2 \\ P_{HRS} &= (S_x - H_h) i + H_h n_1 + S_y/2 j \\ P_{HLS} &= S_x/2 i + (S_y - H_w)/2 j + S_x/2 n_1 + H_w/2 n_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

여기서

$$\begin{aligned} P_R &: \text{원발 지지시 오른발의 이동 변위 벡터} \\ P_L &: \text{오른발 지지시 왼발의 이동 변위 벡터} \\ P_{HRS} &: \text{원발 지지시 힙의 이동 변위 벡터} \\ P_{HLS} &: \text{오른발 지지시 힙의 이동 변위 벡터} \\ H_w &: \text{힙의 너비} \\ S_y &= S_x \tan(S_\theta) \end{aligned}$$

보행 중 발과 힙의 변환 행렬과 각속도 및 각가속도는 관성 좌표계에 대한 발의 회전을 나타내는 Euler Angle  $\alpha = (\alpha_y, \alpha_z)^T$ 와 힙의 회전을 나타내는 Euler Angle  $\beta = (\beta_x, \beta_z)^T$ 를 이용하여 표현된다.

$$\begin{aligned} R_{Foot} &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha_z) & -\sin(\alpha_z) & 0 \\ \sin(\alpha_z) & \cos(\alpha_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_y) & 0 & \sin(\alpha_y) \\ \sin(\alpha_y) & 0 & \cos(\alpha_y) \\ -\sin(\alpha_y) & 0 & \cos(\alpha_y) \end{bmatrix} \\ R_{Hip} &= \begin{bmatrix} \cos(\beta_z) & -\sin(\beta_z) & 0 \\ \sin(\beta_z) & \cos(\beta_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta_x) & -\sin(\beta_x) \\ 0 & \sin(\beta_x) & \cos(\beta_x) \end{bmatrix} \\ W_{Foot} &= \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_y \sin(\alpha_z) \\ \dot{\alpha}_y \cos(\alpha_z) \\ \dot{\alpha}_z \end{bmatrix} \quad W_{Hip} = \begin{bmatrix} \dot{\beta}_x \cos(\beta_z) \\ \dot{\beta}_x \sin(\beta_z) \\ \dot{\beta}_z \end{bmatrix} \\ \dot{W}_{Foot} &= \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}_y \sin(\alpha_z) - \dot{\alpha}_y \dot{\alpha}_z \cos(\alpha_z) \\ \dot{\alpha}_y \cos(\alpha_z) - \dot{\alpha}_y \dot{\alpha}_z \sin(\alpha_z) \\ \dot{\alpha}_z \end{bmatrix} \\ \dot{W}_{Hip} &= \begin{bmatrix} \dot{\beta}_x \cos(\beta_z) - \dot{\beta}_x \dot{\beta}_z \sin(\beta_z) \\ \dot{\beta}_x \sin(\beta_z) + \dot{\beta}_x \dot{\beta}_z \cos(\beta_z) \\ \dot{\beta}_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.5)$$

#### 2.3.2 힙의 궤적 함수.

힙의 위치 및 Euler Angle  $\beta_x, \beta_z$ 를 시간  $t$  ( $0 \leq t \leq T_d + T_s + T_p$ )의 함수로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} T_1 &= T_d + T_s + T_p \\ T_2 &= \frac{1}{2} T_1 \\ t_1 &= t \\ t_2 &= \begin{cases} t, & 0 \leq t < T_2 \\ t - T_2, & T_2 \leq t \leq T_1 \end{cases} \\ H &= H_1 \left( \frac{t_1}{T_1} \right) - \left( \frac{H_1}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_1}{T_1}) + H_2 \\ &+ H_3 \left( \frac{t_2}{T_2} \right) - \left( \frac{H_3}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_2}{T_2}) + H_4 + H_b k \\ \beta_x &= \beta_1 \left( \frac{t_2}{T_2} \right) - \left( \frac{\beta_1}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_2}{T_2}) + \beta_2 \\ \beta_z &= \beta_3 \left( \frac{t_1}{T_1} \right) - \left( \frac{\beta_3}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_1}{T_1}) + \beta_4 \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기서

$$\begin{aligned} H_1 &= S_1 P_{HRS} + (1 - S_1) P_{HLS} \\ H_2 &= (1 - S_1) P_{HRS} \\ H_3 &= \begin{cases} S_1 H_b n_3 + (1 - S_1) H_b n_4, & 0 \leq t < T_2 \\ -S_1 H_b n_3 - (1 - S_1) H_b n_4, & T_2 \leq t \leq T_1 \end{cases} \\ H_4 &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t < T_2 \\ S_1 H_b n_3 + (1 - S_1) H_b n_4, & T_2 \leq t \leq T_1 \end{cases} \\ \beta_1 &= \begin{cases} S_2 H_\theta, & 0 \leq t < T_2 \\ -S_2 H_\theta, & T_2 \leq t \leq T_1 \end{cases} \quad \beta_2 = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < T_2 \\ S_2 H_\theta, & T_2 \leq t \leq T_1 \end{cases} \\ \beta_3 &= \frac{1}{2} S_\theta \quad \beta_4 = (1 - S_1) \frac{1}{2} S_\theta \end{aligned}$$

위의 식에서 접촉 계수  $S_1, S_2$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$S_1 = \begin{cases} 1 & \text{원발 지지시} \\ 0 & \text{오른발 지지시} \end{cases} \quad S_2 = \begin{cases} -1 & \text{원발 지지시} \\ 1 & \text{오른발 지지시} \end{cases}$$

#### 2.3.3 발의 궤적 함수

발의 위치 및 Euler Angle  $\alpha_y, \alpha_z$ 를 이탈, 흔들림 및 정착의 세 상태로 나누어 표현한다.

1) 이탈 상태 ( $0 \leq t < T_d$ )

$$\begin{aligned} t_1 &= t \\ L_x &= F_F - F_F \cos(\alpha_y) \\ L_y &= 0 \\ L_z &= F_F \sin(\alpha_y) \\ \alpha_y &= a_d \left( \frac{t_1}{T_d} \right) - \left( \frac{a_d}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_1}{T_d}) \\ \alpha_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

2) 흔들림 상태 ( $T_d \leq t < T_d + T_s$ )

$$\begin{aligned} t_1 &= t - T_d \\ t_2 &= \begin{cases} t_1, & 0 \leq t_1 < T_s/2 \\ t_1 - T_s/2, & T_s/2 \leq t_1 \leq T_s \end{cases} \\ T_1 &= \frac{1}{2} T_s \\ L_x, y &= K_1 \left( \frac{t_1}{T_s} \right) - \left( \frac{K_1}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_1}{T_s}) + (F_F - F_F \cos(a_d)) i \\ L_z &= K_2 \left( \frac{t_2}{T_s} \right) - \left( \frac{K_2}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_2}{T_s}) + K_3 \\ \alpha_y &= (a_p - a_d) \left( \frac{t_1}{T_s} \right) - \left( \frac{a_p - a_d}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_1}{T_s}) + a_d \\ \alpha_z &= S_\theta \left( \frac{t_1}{T_1} \right) - \left( \frac{S_\theta}{2\pi} \right) \sin(2\pi \frac{t_1}{T_1}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

여기서

$$\begin{aligned} K_1 &= S_1 P_R + (1 - S_1) P_L - (F_H - F_H \cos(a_p)) n_1 - (F_F - F_F \cos(a_d)) i \\ K_2 &= \begin{cases} S_h - F_F \sin(a_d), & 0 \leq t_1 < \frac{1}{2} T_s \\ -F_H \sin(a_p) - S_h, & \frac{1}{2} T_s \leq t_1 \leq T_s \end{cases} \\ K_3 &= \begin{cases} F_F \sin(a_d), & 0 \leq t_1 < \frac{1}{2} T_s \\ S_h, & \frac{1}{2} T_s \leq t_1 \leq T_s \end{cases} \end{aligned}$$

3) 정착 상태 (  $T_d+T_s \leq t \leq T_d+T_s+T_p$  )

$$\begin{aligned} t_1 &= t - (T_d+T_s) \\ L_{x,y} &= (F_H \cos(\alpha_y)) n_1 - F_H n_1 + S_1 P_R + (1-S_1) P_L \quad (2.9) \\ L_z &= -F_H \sin(\alpha_y) \\ a_y &= -a_p \left( \frac{t_1}{T_p} \right) - \left( \frac{-a_p}{2T_p} \right) \sin(2\pi \frac{t_1}{T_p}) + a_p \\ a_z &= S_0 \end{aligned}$$

### 2.3.4 기저 좌표계의 동차 변환 행렬 및 속도와 가속도

각 부분의 관성 좌표계에 대한 기저 좌표계의 동차변환 행렬과 속도, 가속도 벡터를 식(2.4)-(2.9)로부터 아래와 같은 식에서 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^I T_{TB} &= \begin{bmatrix} R_{Hip} & | & H-(S_x/2)i-(H_w/2)j+H_a i \\ 0 & | & 1 \end{bmatrix} \\ {}^I V_{TB} &= \begin{Bmatrix} \dot{H} \\ W_{Hip} \end{Bmatrix} \quad {}^I A_{TB} = \begin{Bmatrix} \ddot{H} \\ \dot{W}_{Hip} \end{Bmatrix} \\ {}^I T_{LB} &= \begin{bmatrix} S_1 I+(1-S_1)R_{Foot} & | & (1-S_1)L \\ 0 & | & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10) \\ {}^I V_{LB} &= \begin{Bmatrix} (1-S_1) \dot{L} \\ (1-S_1) W_{Foot} \end{Bmatrix} \quad {}^I A_{LB} = \begin{Bmatrix} (1-S_1) \ddot{L} \\ (1-S_1) \dot{W}_{Foot} \end{Bmatrix} \\ {}^I T_{RB} &= \begin{bmatrix} S_1 R_{Foot}+(1-S_1)R_* & | & S_1 L+(1-S_1)P_R-S_x i-H_w j \\ 0 & | & 1 \end{bmatrix} \\ {}^I V_{RB} &= \begin{Bmatrix} S_1 \dot{L} \\ S_1 W_{Foot} \end{Bmatrix} \quad {}^I A_{RB} = \begin{Bmatrix} S_1 \ddot{L} \\ S_1 \dot{W}_{Foot} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

여기서

I : 단위 행렬

$$R_* = \begin{bmatrix} \cos(S_0) & -\sin(S_0) & 0 \\ \sin(S_0) & \cos(S_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3. 몸체부의 운동

이족 보행 로봇의 Z.M.P.는 아래의 식으로 표현된다[1,2,3].

$$\begin{aligned} X_{ZMP} &= \frac{\sum(m_i X_i (\dot{Z}_i + g_z) - m_i Z_i (\ddot{X}_i + g_x) + M_{iY})}{\sum m_i (\dot{Z}_i + g_z) + \sum m_j (\dot{Z}_j + g_z) + m_T (\dot{Z}_T + g_z)} \\ &+ \frac{\sum(m_j X_j (\dot{Z}_j + g_z) - m_j Z_j (\ddot{X}_j + g_x) + M_{iY})}{\sum m_i (\dot{Z}_i + g_z) + \sum m_j (\dot{Z}_j + g_z) + m_T (\dot{Z}_T + g_z)} \\ &+ \frac{m_T X_T (\dot{Z}_T + g_z) - m_T Z_T (\ddot{X}_T + g_x) + M_{iY}}{\sum m_i (\dot{Z}_i + g_z) + \sum m_j (\dot{Z}_j + g_z) + m_T (\dot{Z}_T + g_z)} \\ Y_{ZMP} &= \frac{\sum(m_i Y_i (\dot{Z}_i + g_z) - m_i Z_i (\ddot{Y}_i + g_y) - M_{iX})}{\sum m_i (\dot{Z}_i + g_z) + \sum m_j (\dot{Z}_j + g_z) + m_T (\dot{Z}_T + g_z)} \\ &+ \frac{\sum(m_j Y_j (\dot{Z}_j + g_z) - m_j Z_j (\ddot{Y}_j + g_y) - M_{jX})}{\sum m_i (\dot{Z}_i + g_z) + \sum m_j (\dot{Z}_j + g_z) + m_T (\dot{Z}_T + g_z)} \\ &+ \frac{m_T Y_T (\dot{Z}_T + g_z) - m_T Z_T (\ddot{Y}_T + g_y) - M_{iX}}{\sum m_i (\dot{Z}_i + g_z) + \sum m_j (\dot{Z}_j + g_z) + m_T (\dot{Z}_T + g_z)} \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서

- i : 왼쪽 다리부의 링크 번호
- j : 오른쪽 다리부의 링크 번호
- m<sub>i</sub> : 다리부 i 번 링크의 질량
- m<sub>T</sub> : 몸체의 질량
- W<sub>i</sub> : 각 다리부 i 번 링크의 각속도 벡터
- W<sub>T</sub> : 몸체의 각속도 벡터
- (X<sub>i</sub> Y<sub>i</sub> Z<sub>i</sub>)<sup>T</sup> : 각 다리부 i 번 링크의 무게중심의 위치 벡터
- (X<sub>T</sub> Y<sub>T</sub> Z<sub>T</sub>)<sup>T</sup> : 몸체의 무게중심의 위치 벡터
- (g<sub>x</sub> g<sub>y</sub> g<sub>z</sub>)<sup>T</sup> = (g cos(θ<sub>0</sub>) 0 g sin(θ<sub>0</sub>))<sup>T</sup> : 중력 가속도 벡터

M<sub>i</sub> = -d/dt( I<sub>Gi</sub> W<sub>i</sub> )  
 각 다리부의 i 번 링크의 관성 모우멘트 벡터  
 M<sub>T</sub> = -d/dt( I<sub>GT</sub> W<sub>T</sub> ) : 몸체의 관성 모우멘트 벡터  
 식 (3.1)를 r<sub>T</sub>=( X<sub>T</sub>, Y<sub>T</sub>, Z<sub>T</sub> )<sup>T</sup>에 대한 미분 방정식의 형태로 정리하여 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} m_T Z_T & 0 & m_T X_{ZMP} - m_T X_T \\ 0 & m_T Z_T & m_T Y_{ZMP} - m_T Y_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{r}_T \\ \ddot{r}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_T g_z & 0 & m_T g_y \\ 0 & -m_T g_z & m_T g_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_T \\ \dot{r}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -M_{Ty} \\ M_{Tx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow [A] \begin{Bmatrix} \dot{r}_T \\ \ddot{r}_T \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} r_T \\ \dot{r}_T \end{Bmatrix} + \{M_T^*\} = \{\phi\} \quad (3.2)$$

위의 식에서

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \sum(m_i X_i (\dot{Z}_i + g_z) - m_i Z_i (\ddot{X}_i + g_x) - m_i X_{ZMP} (\dot{Z}_i + g_z) + M_{iY}) \\ &+ \sum(m_j X_j (\dot{Z}_j + g_z) - m_j Z_j (\ddot{X}_j + g_x) - m_j X_{ZMP} (\dot{Z}_j + g_z) + M_{jY}) \\ &- m_T X_{ZMP} g_z \\ \phi_2 &= \sum(m_i Y_i (\dot{Z}_i + g_z) - m_i Z_i (\ddot{Y}_i + g_y) - m_i Y_{ZMP} (\dot{Z}_i + g_z) - M_{iX}) \\ &+ \sum(m_j Y_j (\dot{Z}_j + g_z) - m_j Z_j (\ddot{Y}_j + g_y) - m_j Y_{ZMP} (\dot{Z}_j + g_z) - M_{jX}) \\ &- m_T Y_{ZMP} g_z \end{aligned}$$

연산자 \*는 아래와 같이 정의 된다.

$$[A] = [B^*] : A_{1j} = -B_{2j}, \quad A_{2j} = B_{1j}$$

몸체의 무게중심에서 가속도 및 각 가속도는 아래와 같이 q<sub>T</sub>의 함수로 표현되고,

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{r}_T \\ \ddot{r}_T \end{Bmatrix} &= [J_T(q_T)] \begin{Bmatrix} \dot{q}_T \\ \ddot{q}_T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \gamma_T(q_T, \dot{q}_T) \\ \delta_T(q_T, \dot{q}_T) \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Q_T(q_T) \\ \Gamma_T(q_T) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_T \\ \ddot{q}_T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \gamma_T(q_T, \dot{q}_T) \\ \delta_T(q_T, \dot{q}_T) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

몸체부의 관성 모우멘트는 아래와 같이 q<sub>T</sub>의 함수로 표현된다.

$$\begin{aligned} \{M_T\} &= -d/dt( [I_{GT}](W_T) ) \\ &= -[I_{GT}](\dot{W}_T) - [W_T \times][I_{GT}](W_T) \\ &= -[I_{GT}][\Gamma_T](\dot{q}_T) - [I_{GT}](\delta_T) - [W_T \times][I_{GT}](W_T) \\ &\triangleq [C](\dot{q}_T) + \{D\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

따라서 식 (3.3)과 식 (3.4)를 이용하여 식 (3.2)를 q<sub>T</sub>의 함수로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} [A][Q_T][C^*] \begin{Bmatrix} \dot{q}_T \\ \ddot{q}_T \end{Bmatrix} + [A]\{\gamma_T\} + [B]\{r_T\} + \{D^*\} &= \{\phi\} \\ \Leftrightarrow [K_1(q_T)] \begin{Bmatrix} \dot{q}_T \\ \ddot{q}_T \end{Bmatrix} + \{K_2(q_T, \dot{q}_T)\} &= \{\phi\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

또한, 이족 보행 로봇트는 보행 중 이보 전진하기 전과 후에 있어서 형상이 일치하므로 아래와 같은 반복 조건을 갖는다[5].

$$\begin{aligned} q(0) &= q(T_f) \\ \dot{q}(0) &= \dot{q}(T_f) \end{aligned} \quad (3.6)$$

여기서

$$\begin{aligned} q &: \text{관절의 각 변위 벡터} \\ T_f &= 2(T_d+T_s+T_p) \end{aligned}$$

### 4. 관절력의 계산

이족 보행 로봇트의 관절력을 알기 위해서는 우선 바닥면이 로봇트의 양발에 가하는 힘과 모우멘트를 알아야 한다. 이족 보행 로봇트가 보행 중에 바닥면으로부터 받는 힘과 모우멘트를 Z.M.P.에 집중시키면 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_{ZMP} &= \sum m_i r_i + \sum m_j r_j + m_T r_T \\ M_{ZMPx} &= 0 \quad M_{ZMPy} = 0 \\ M_{ZMPz} &= \sum(m_i (Y_{ZMP} X_i - X_{ZMP} Y_i) + m_i (X_i Y_i - Y_i X_i) - M_{iz}) \\ &+ \sum(m_j (Y_{ZMP} X_j - X_{ZMP} Y_j) + m_j (X_j Y_j - Y_j X_j) - M_{jz}) \\ &+ (m_T (Y_{ZMP} X_T - X_{ZMP} Y_T) + m_T (X_T Y_T - Y_T X_T) - M_{Tz}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

식 (4.1)로 표현된  $F_{ZMP}$ 와  $M_{ZMP}=(M_{ZMPx}, M_{ZMPy}, M_{ZMPz})^T$ 를 그림 5.에 나타난 것 같이 보행시 발과 바닥면 사이의 접촉 상태에 따라 (LB)와 (RB)의 원점에 집중된 힘( $f_L, f_R$ )과 모우멘트( $M_L, M_R$ )로 분포시키면 다음과 같으며,

$$f_L = \frac{(1-K_R)\|P_L\|+K_L\|P_R\|}{\|P_L\|+\|P_R\|} F_{ZMP} \quad (4.2)$$

$$f_R = \frac{K_R\|P_L\|+(1-K_L)\|P_R\|}{\|P_L\|+\|P_R\|} F_{ZMP}$$

$$M_o = M_{ZMP} - P_L \times f_L - P_R \times f_R$$

$$M_L = \frac{(1-K_R)\|P_L\|+K_L\|P_R\|}{\|P_L\|+\|P_R\|} M_o$$

$$M_R = \frac{K_R\|P_L\|+(1-K_L)\|P_R\|}{\|P_L\|+\|P_R\|} M_o$$

여기서

$P_L$  : Z, M, P.에서 (LB)까지의 변위 벡터

$P_R$  : Z, M, P.에서 (RB)까지의 변위 벡터

$K_L(R)$  : 왼발(오른발) 접촉 계수

1 바닥과 접촉시

0 바닥에서 떨어졌을때

$\| \cdot \|$  : Euclidian Norm

{LN}과 {RN}에 가해지는 힘( $f_{LN}, f_{RN}$ )과 모우멘트( $M_{LN}, M_{RN}$ )는 아래식에서 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{LN} &= \sum m_i \ddot{r}_i - f_L \\ f_{RN} &= \sum m_j \ddot{r}_j - f_R \\ M_{LN} &= \sum (r_i \times m_i \ddot{r}_i + M_i) - M_L - P_{LB} \times f_L - P_{LN} \times f_{LN} \\ M_{RN} &= \sum (r_j \times m_j \ddot{r}_j + M_j) - M_R - P_{RB} \times f_R - P_{RN} \times f_{RN} \end{aligned} \quad (4.3)$$

따라서, 상기의  $f_{LN}, f_{RN}$  및  $M_{LN}, M_{RN}$ 은 몸체의 운동이 좌우 다리부에 미치는 외력과 같으므로 각 링크에 대한 Newton-Euler방정식을 이용한 후향 반복법(Backward Iteration)[6]을 사용하여 좌우 다리부와 몸체부 관절력을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \{\tau_L\} = [M_L(q_L)]\{\ddot{q}_L\} + U_L(q_L, \dot{q}_L) + \{\tau_{LN}\} \\ \{\tau_R\} = [M_R(q_R)]\{\ddot{q}_R\} + U_R(q_R, \dot{q}_R) + \{\tau_{RN}\} \\ \{\tau_T\} = [M_T(q_T)]\{\ddot{q}_T\} + U_T(q_T, \dot{q}_T) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{\tau\} = [M(q)]\{\ddot{q}\} + U(q, \dot{q}) + \{\tau_N\} \quad (4.4)$$

여기서

$\tau$  : 관절의 회전력

$$\tau_{LNi} = (P_{LN} \times f_{LN} + M_{LN}) \cdot Z_{Li-1}$$

$$\tau_{RNj} = (P_{RN} \times f_{RN} + M_{RN}) \cdot Z_{Rj-1}$$

$P_{LN}^i$  : i 번째 링크의 무게중심으로부터 (LN) 좌표계까지의 변위 벡터

$P_{RN}^j$  : j 번째 링크의 무게중심으로부터 (RN) 좌표계까지의 변위 벡터

$Z_{Li}$  : {Li} 좌표계의 Z축의 관성 좌표계에 대한 성분 벡터

$Z_{Ri}$  : {Ri} 좌표계의 Z축의 관성 좌표계에 대한 성분 벡터

### 5. 전산 알고리즘 및 모의 실험

전체 알고리즘을 크게 네 단계로 나눌 수 있다. 첫 단계에서는 임의의 걸음새에 대하여 주어진 보행 파라미터를 사용하여 이족 보행 로봇의 보행 궤적을 계획한다. 두번째 단계에서는 다리부의 기구학적 해석을 수행함으로써 다리부 관절각의 궤적을 산출한다. 세번째 단계에서는 동역학 파라미터와 전 단계에서 계산된 다리부의 운동을 이용하여, 몸통 운동식(3.5)와 경계 조건식(3.6)을 만족하는 몸체부 관절각의 궤적을 계산한다. 마지막 단계에서는 앞의 단계에서 계산되어진 다리부와 몸체부 관절각의 궤적

을 사용하여 이족보행 로봇의 관절력 방정식(4.4)로부터 관절력을 계산한다.

모의 실험은 표 2.에 주어진 기구학 파라미터와 표 3.에 주어진 동역학 파라미터를 갖는 이족 보행 로봇에 대하여 수행되었다. 실험 1.은 평지 직선 보행에 대한 모의 실험이며, 실험 2.와 실험 3.은 경사면 직선 보행과 평지 회전 보행에 대한 모의 실험이다. 각 실험에 대한 보행 파라미터는 표 4.에 나타내었으며 결과는 각각 그림 6.과 그림 7. 및 그림 8.에 나타내었다.

### 6. 결론

본 연구는 모의 실험과 같이 다양한 걸음새를 보행 파라미터를 사용함으로써 쉽게 계획할 수 있도록 하였으며, 이족 보행 로봇을 세 부분으로 나누어 해석함으로써 기구학적 해석과 동역학적 해석을 쉽게 할 수 있도록 하였다. 또한 바닥면이 로봇에 가하는 힘을 양발에 분포시킴으로써 쉽게 관절력을 계산할 수 있도록 하였다.

### 참고 문헌

- [1] H.Miura, I.Shimoyama, " Dynamic Walk of a Biped," The International Journal of Robotics Research, pp.60-71, 1984
- [2] C.L.Shih, Y.Z.Li, S.Churng, T.T.Lee and W.A.Gruver, " Trajectory Synthesis and Physical Admissibility for a Biped Robot During THE Single-Support Phase," IEEE Int.Conf. Robotics and Automation, pp.1646- 1652, 1990.
- [3] A.Takanishi, M.Ishida, Y.Yamazaki and I.Kato, " Realization of Dynamic Walking By the Biped Walking Robot WL-IORD," '85 ICAR, pp.459- 466.
- [4] A.Takanishi, M.Tochizawa, T.Takeya, H.Karaki and I.Kato, " Realization of Dynamic Biped Walking Stabilized with Trunk Motion under Known External Force," Advanced Robotics, Springer-Verlag, pp.229- 310, 1989.
- [5] M.Vukobratovic, B.Borovoc, D.Surla and D.Stokic, " Scientific Fundamental of Robotics 7," Springer-Verlag, 1990
- [6] K.S.Fu, R.C.Gonzalez and C.S.G.LEE, " Robotics," McGraw-Hill, 1987.
- [7] 김 창부, 윤 장로, " 로봇 매니플레이터 운동의 컴퓨터 시뮬레이션 시스템," '91 KACC, pp.539- 544, 1991.

표 1. 보행 파라미터

Sx	보 폭	
S <sub>0</sub>	보행 회전각	보행시 발이 Z축에 대하여 회전하는 각
H <sub>a</sub>	힘 처짐 변위	힘이 앞발과 뒷발의 중심 위치에서 뒤 처지는 변위
H <sub>b</sub>	힘 좌우 이동 변위	보행시 힘이 지지하는 발쪽으로 이동되는 최대 변위
H <sub>0</sub>	힘 회전각	보행시 힘이 지지하는 발쪽으로 회전하는 최대 각
H <sub>h</sub>	힘 높이	보행시 힘의 높이
α <sub>d</sub>	이탈각	발이 바닥면에서 떨어지는 순간 바닥면과 이루는 각
α <sub>p</sub>	접촉각	발이 바닥면과 접촉하는 순간 바닥면과 이루는 각
β <sub>0</sub>	경사각	바닥면의 경사각
S <sub>h</sub>	발 최대 높이	흔들리는 발의 최대 높이

표2. 기구학 파라미터

(단위 m, rad)

D, H. 파라미터	0 <sub>L</sub>	d <sub>L</sub>	a <sub>L</sub>	α <sub>L</sub>	θ <sub>R</sub>	d <sub>R</sub>	a <sub>R</sub>	α <sub>R</sub>
1	q <sub>L1</sub>	0	.001	π/2	q <sub>R1</sub>	0	.001	π/2
2	q <sub>L2</sub>	0	.420	0	q <sub>R2</sub>	0	.420	0
3	q <sub>L3</sub>	0	0	π/2	q <sub>R3</sub>	0	0	π/2
4	q <sub>L4</sub>	.44	0	π/2	q <sub>R4</sub>	.44	0	π/2
5	q <sub>L5</sub>	0	0	π/2	q <sub>R5</sub>	0	0	π/2
6	q <sub>L6</sub>	0	0	π/2	q <sub>R6</sub>	0	0	π/2
H <sub>w</sub>	.27							
F <sub>F</sub>	.125							
F <sub>H</sub>	.07							

표 3. 동력학 파라미터 (단위 Kg, Kg·m<sup>2</sup>, m)

LINK NAME	MASS	J <sub>x</sub>	J <sub>y</sub>	J <sub>z</sub>	FRAME NO	MASS CENTER POSITION
L FOOT	1.53	.00055	.00045	.00006	{L0}	(0, -.07, 0) <sup>T</sup>
L THIGH	3.21	.00038	.00393	.00393	{L2}	(-.21, 0, 0) <sup>T</sup>
L SHANK	8.41	.01120	.01200	.00300	{L3}	(0, 0, .22) <sup>T</sup>
R FOOT	1.53	.00055	.00045	.00006	{R0}	(0, -.07, 0) <sup>T</sup>
R THIGH	3.21	.00038	.00393	.00393	{R2}	(-.21, 0, 0) <sup>T</sup>
R SHANK	8.41	.01120	.01200	.00300	{R3}	(0, 0, .22) <sup>T</sup>
HIP	6.96	.00700	.00565	.00627	{TB}	(0, 0, 0) <sup>T</sup>
TRUNK	30.8	.02830	.13700	.15140	{T2}	(0, 0, 0) <sup>T</sup>

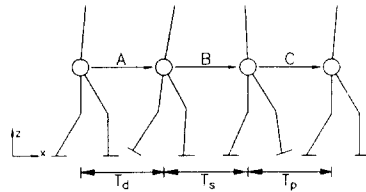


그림 3. 보행의 세 상태

A : 이탈 상태 B : 흔들림 상태 C : 정착 상태

표 4. (단위 m, rad, sec)

	실험 1	실험 2	실험 3
S <sub>x</sub>	0.4	0.4	0.4
S <sub>θ</sub>	0	0	0.24498
H <sub>a</sub>	0	0.025	0.025
H <sub>b</sub>	-0.03	0.06	-0.03
H <sub>θ</sub>	0	0.05236	0.05236
H <sub>h</sub>	1.0	0.97	1.0
α <sub>d</sub>	0.34907	0.34907	0.34907
α <sub>p</sub>	-0.17453	-0.17453	-0.17453
g <sub>θ</sub>	0	0.17453	0
S <sub>h</sub>	0.05	0.05	0.05
T <sub>d</sub>	0.2	0.2	0.2
T <sub>s</sub>	0.2	0.2	0.2
T <sub>p</sub>	0.2	0.2	0.2

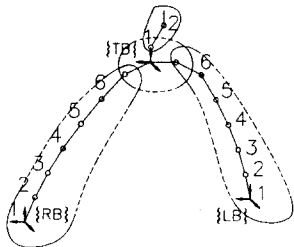


그림 1. 이족보행 로봇의 형상

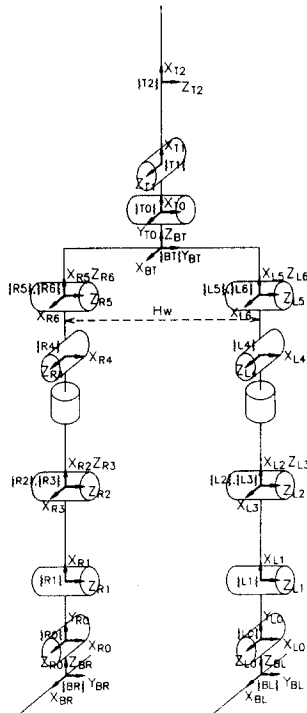


그림 2. D.H. 강체 링크 표기법으로 표현한 이족 보행 로봇

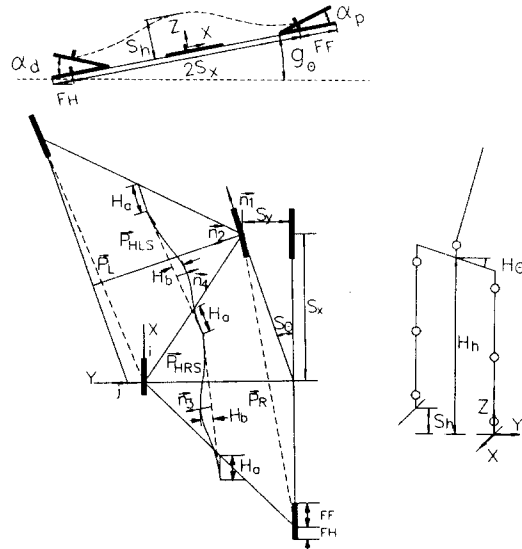


그림 4. 이보 전진 시 양발과 힘의 변위 및 보행 파라미터

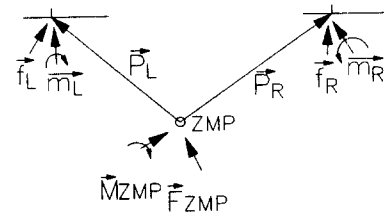


그림 5. {LB}와 {RB}의 원점에 집중된 힘과 모멘트

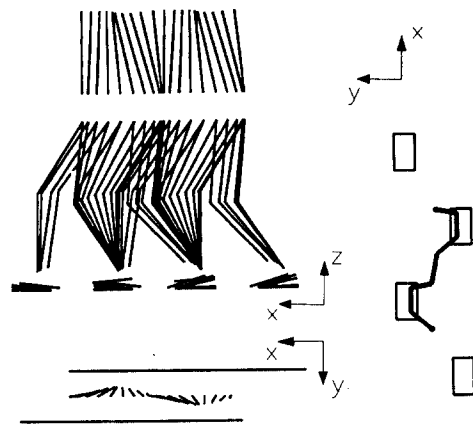


그림 6. 평면 직선 보행시 로봇의 형상 및 Z.M.P. 궤적

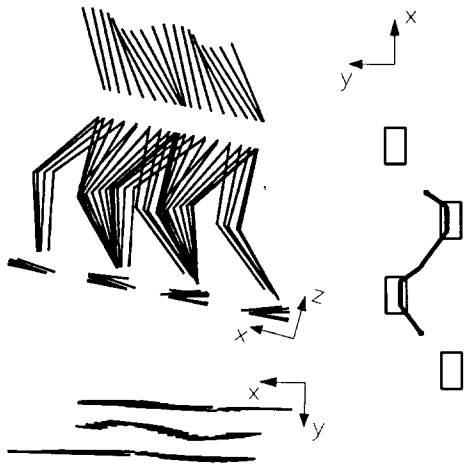


그림 7. 경사면 직선 보행시 로봇의 형상 및 Z.M.P. 궤적

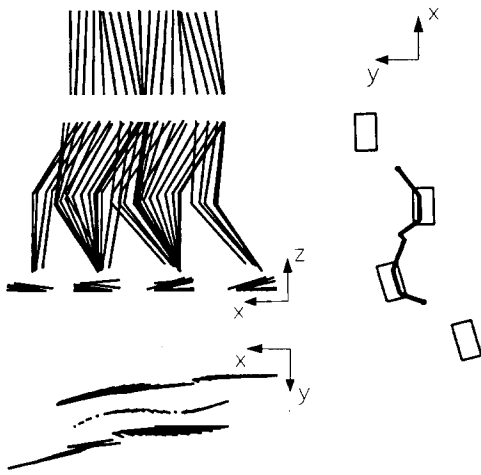


그림 8. a 평면 회전 보행시 로봇의 형상 및 Z.M.P. 궤적

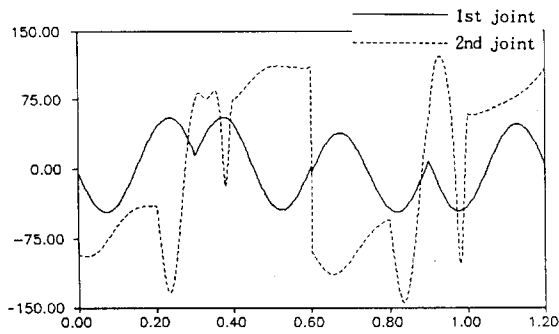


그림 8. b 평면 회전 보행시 몸체부의 관절력

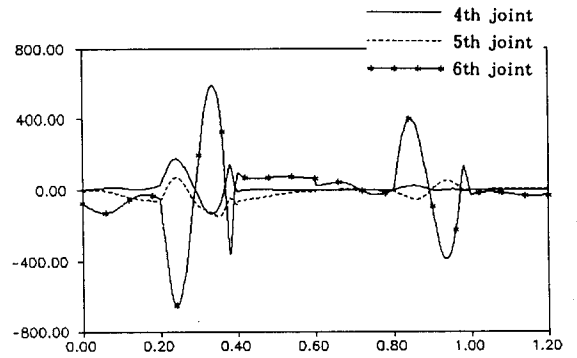
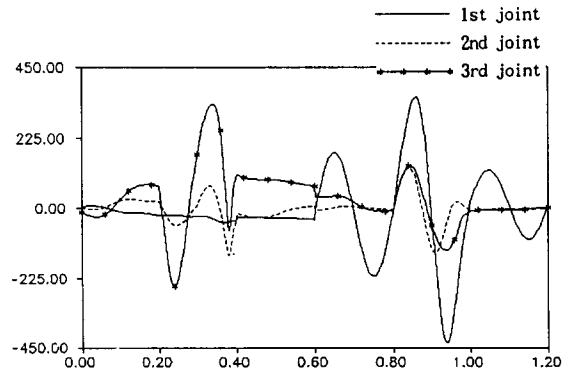


그림 8. c 평면 회전 보행시 왼쪽 다리부의 관절력

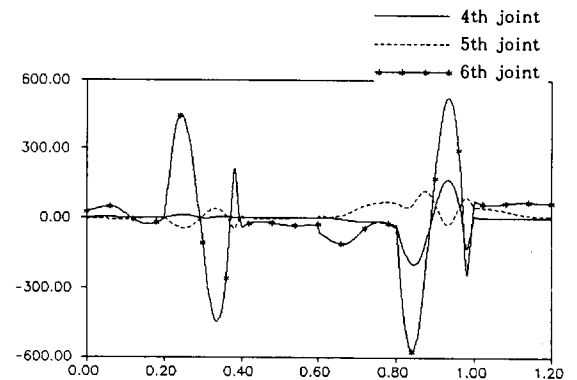
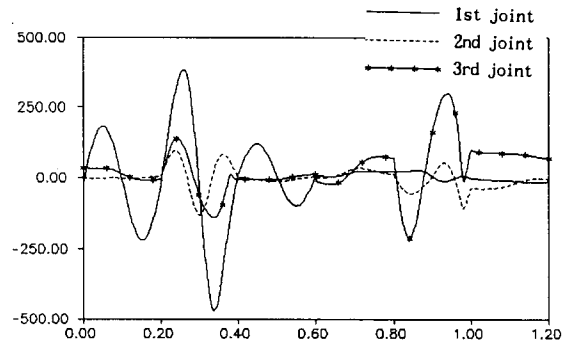


그림 8. d 평면 회전 보행시 오른쪽 다리부의 관절력