

벡터채널 격자필터를 이용한 시스템 파라미터 추정

장 세경^{0*}, 황 원걸^{**}, 기 창두^{**}

* 전남대학교 대학원 기계공학과, ** 전남대학교 기계설계학과

Estimation of System Parameters by Vector Channel Lattice Filter

S.K. Jang^{*}, W.G. Hwang^{**}, C.D. Kee^{**}

* Grad. School, Dept. of Mechanical Eng., Chonnam Nat. Univ.

** Dept. of Machine Design Eng., Chonnam Nat. Univ.

Abstract

Recently there have been increasing interests in adaptive identification and control of flexible structures. In this paper, vector channel lattice filters and their applications to parameter identification of flexible structures are studied. Numerical examples are given to show its performance to estimate the natural frequencies of 5 - mass system. It is observed that vector channel lattice filter converges quickly and identifies modal frequencies even when some of them is unobservable for some measurements. Experimental results demonstrated the ability of the lattice filter to identify the natural frequencies and the damping ratios of cantilever beam and pipe.

1. 서론

최근 유연구조물의 적응 신호처리와 적응 제어에 대한 관심이 크게 증가하고 있다. 최소 자승법은 적응 파라미터 추정에 광범위하게 이용되고 있으나, 대형 유연구조물은 각기 다른 시간에 가진된, 이론적으로 무한한 진동 모우드를 갖고 있으므로 차수를 고정한 모델에 기초한 이 방법은 유연구조물의 시스템 파라미터 추정에 커다란 제한을 갖고 있다. 최소자승 격자필터는 시간과 차수에 대하여 회귀하는 최소자승 파라미터 추정 알고리즘이며, 따라서 차수 회귀 특성으로부터 디지털 입출력 모델의 파라미터 뿐만 아니라 유연구조물에 실제적으로 가진된 모우드의 수를 규명할 수 있다. 또한 격자필터 알고리즘은 입력신호에 대해 Gram-Schmidt 직교화 과정을 수행하기 때문에 예측오차가 서로 직교하여 각 단계 서로 비연성되므로 각단계로 최적화가 가능하며 큰 차수에 대하여 입출력이 안정되고 수치적으

로 안정되어 있어 실시간 처리가 가능하다는 장점을 가지고 있다.

Lee, Morf, Friedlander⁽¹⁾가 최초로 격자 형태를 이용한 시간반복 방정식을 유도하여 신호처리와 제어에 적용하였으며, Montgomery와 Sundararajan⁽²⁻³⁾가 유연 빔의 적응 제어에 격자필터를 사용하였다. 또한 Jabbari와 Gibson⁽⁴⁻⁷⁾은 매우 조밀하게 분포하는 고유진동수를 갖는 복잡한 유연구조물의 시스템 파라미터 추정에 응용하였다.

본 연구에서는 직교 투영을 이용하여 다입출력 시스템에 적용할 수 있는 벡터채널 격자필터 알고리즘⁽⁷⁾을 구현하고 그 수렴성과 유용성에 대해 고찰하고, 5자유도 시스템의 시뮬레이션을 통하여 격자필터 알고리즘의 성능을 검증하였으며 유연구조물인 외팔보와 파이프 구조물에 대해서 실험을 행하여 유연구조물의 진동특성 해석에 사용할 수 있음을 보였다.

2. 벡터채널 격자필터(Vector Channel Lattice Filter)

벡터채널 격자필터는 다음과 같은 형태로 입출력을 표현한다.

$$Y(t) + \sum_{j=1}^n Y(t-j) A_j = W(t) \quad (1)$$

여기서 $Y(t)$ 는 $m \times p$ 행렬이고, A_j 는 $p \times p$ 행렬, $W(t)$ 는 서로 독립된 평균이 0인 행렬이며 p 는 채널의 수이다. 입력이 1개이고 출력이 m 개라면, 첫번째 채널은 측정 벡터 $[y_1(t) \ y_2(t) \ \dots \ y_m(t)]^T$ 인 실제 출력채널이 되며, 두번째 채널은 m 벡터 $[u(t) \ 0 \ \dots \ 0]^T$, 세번째 채널은 $[0 \ u(t) \ 0 \ \dots \ 0]^T$, 최종적으로 $m+1$ 채널은 $[0 \ \dots \ 0 \ u(t)]^T$ 으로 벡터채널 격자가 구성된다.

i 채널의 무한 history 벡터는

$$Y^i(t) = [(y^i(t))^T, (y^i(t-1))^T, \dots]^T, \quad i = 1, \dots, p \quad (2)$$

이 되며, 다음과 같은 Hilbert space에서 정의된다.

$$I_2(R^m, \lambda) = \{ Y = [y_1^T, y_2^T, y_3^T, \dots]^T : \|Y\|^2 = \langle Y, Y \rangle < \infty \} \quad (3)$$

내적은 식(4)와 같이 망각지수(forgetting factor), λ 를 사용하여 계산하고,

$$\langle Y, \hat{Y} \rangle = \sum_{j=1}^{\infty} \lambda^{j-1} y_j^T \hat{y}_j, \quad 0 < \lambda \leq 1 \quad (4)$$

전진오차 f_n^i 과 후진오차 b_n^i 를 식(5), (6)으로 정의하면

$$f_n^i = [I - P_n(t)] Y^i(t), \quad i = 1, \dots, p \quad (5)$$

$$b_n^i = [I - P_n(t+1)] Y^i(t-n), \quad i = 1, \dots, p \quad (6)$$

벡터채널 격자필터 알고리즘은 다음과 같이 된다.

$$\Delta_{n+1}(t) = \lambda \Delta_{n+1}(t-1) + e_n^T(t) G_n^{-1}(t-1) r_n(t-1) \quad (7)$$

$$G_{n+1}(t) = G_n(t) - r_n(t) R_n^{-r}(t) r_n^T(t) \quad (8)$$

$$e_{n+1}(t) = e_n(t) - r_n(t-1) R_n^{-r}(t-1) \Delta_{n+1}^T(t) \quad (9)$$

$$R_{n+1}^e(t) = R_n^e(t) - K_{n+1}^{-r}(t) R_n^{-r}(t-1) \Delta_{n+1}^T(t) \quad (10)$$

$$r_{n+1}(t) = r_n(t-1) - e_n(t) R_n^{-e}(t) \Delta_{n+1}(t) \quad (11)$$

$$R_{n+1}^r(t) = R_n^r(t-1) - \Delta_{n+1}^T(t) R_n^{-e}(t) \Delta_{n+1}(t) \quad (12)$$

또한 AR 계수는 다음과 같이 계산된다(7).

$$C_{n+1,i}(t) = C_{n,i}(t) - B_{n,i}^{-r}(t) R_n^{-r}(t) r_n^T(t) \quad (13)$$

$$B_{n+1,i+1}(t) = [B_{n,i}(t) - C_{n,i}(t) G_n^{-1}(t) r_n^T(t)] - A_{n,i}^{-e}(t) R_n^{-e}(t) \Delta_{n+1}(t) \quad (14)$$

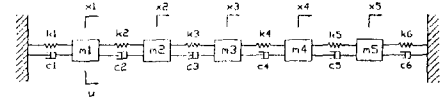
$$A_{n+1,i}(t) = A_{n,i}(t) - [B_{n,i}(t) - C_{n,i}(t) G_n^{-1}(t) r_n^T(t)] R_n^{-r}(t-1) \Delta_{n+1}^T(t) \quad (15)$$

위에서 알 수 있는 바와 같이 벡터채널 격자필터 알고리즘을 수행하는 데는 역행렬의 계산이 필요하며, 이를 행렬의 형태에 관계없이 안정되게 계산하기 위하여 특이값 분해를 이용하여 역행렬을 계산하고 격자필터의 알고리즘을 구현하였다.

3. 시뮬레이션 및 고찰

벡터채널 격자필터 알고리즘의 유용성과 신뢰성을 검증하기 위해 그림 1과 같은 5자유도 시스템에 대하여 샘플링

시간을 0.1 초로 하여 시뮬레이션을 행하였다. 그림 1의 시스템은 5개의 고유진동수(0.82, 1.59, 2.25, 2.75, 3.08 Hz)를 갖고 있다.



$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 1 \\ k_1 &= k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = 100 \\ c_1 &= c_2 = c_3 = c_4 = c_5 = c_6 = 0.5 \end{aligned}$$

Fig. 1 5 - mass system

질점 1에 잡음신호를 가할 때 질점 1의 변위 X_1 을 측정하여 필터 차수를 10으로 하여 추정한 시간에 따른 고유진동수와 감쇄비의 추정치를 그림 2에 나타내었으며, 질점 3의 변위 X_3 을 측정하여 추정한 시간에 따른 고유진동수와 감쇄비의 추정치를 그림 3에 나타내었다. 그림 2로부터 고유진동수와 감쇄비의 수렴은 빠르고 안정적임을 알 수 있으며, 또한 그림 3에서 질점 3이 2차, 4차 진동모우드의 절점에 위치하고 있으므로 이를 관측할 수 없으나 나머지 고유진동수는 빠르고 안정적으로 수렴해감을 확인할 수 있다. 그림 4에 질점 2, 3, 4의 변위를 측정하여 추정한 시간에 따른 고유진동수와 감쇄비의 추정치를 나타내었다. 그림 2 - 4로부터 채널수가 증가함에 따라 고유진동수와 감쇄비가 더 안정적으로 수렴해감을 알 수 있으며, 질점 3만의 변위로 찾을 수 없었던 고유진동수를 채널을 늘림으로 인해 추정할 수 있음을 확인하였다. 또한 표 1에 질점 1, 2, 3, 4

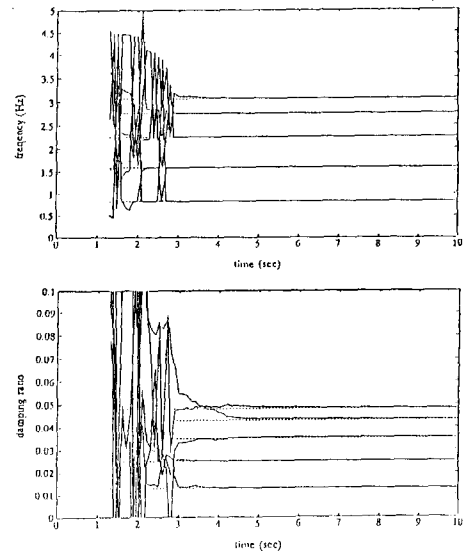


Fig. 2. Estimation result from the displacement of mass 1

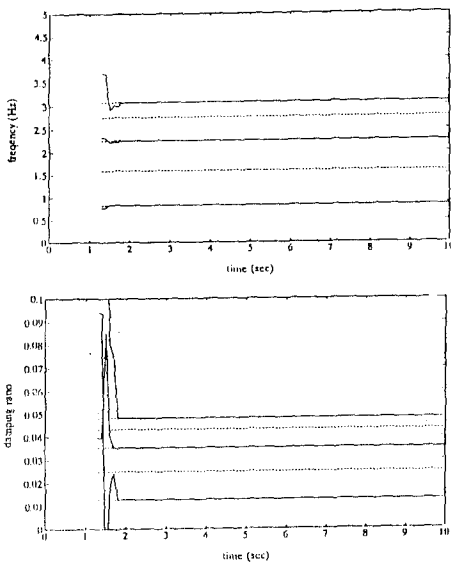


Fig. 3. Estimation result from the displacement of mass 3

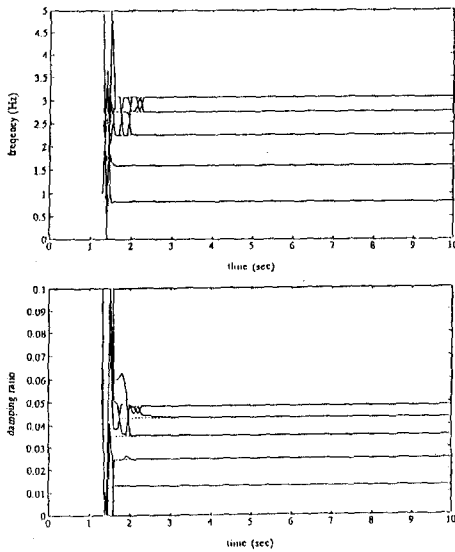


Fig. 4. Estimation result from the displacement of masses 2, 3, 4

의 변위를 측정하여 필터 차수를 12로 하여 추정된 고유진동수와 감쇠비 그리고 복소유수를 나타내었다. 표 1로 알 수 있듯이 필터 차수를 증가시키에 따라 가짜근이 나타나는 데 이의 판별은 복소유수의 크기가 현저하게 작은 근이 모드 특성에 대응하지 않는 근이므로 복소유수를 사용하여 판별할 수 있다. 시스템의 차수는 다음식을 사용하여 결정하며 $F(N)$ 의 차가 최소가 될 때를 차수로 하였다.

$$F(N) = T \cdot \ln \left[\frac{1}{T} R_n^*(T) \right] + 2N \cdot \log T$$

그림 5에 차수 증가에 따른 $F(N)$ 의 차를 나타내었으며 그림으로부터 시스템 차수가 10임을 알 수 있다. 또한 그림 6에 복소유수를 사용하여 구한 모드형을 나타내었다.

Mode	Residue	추정치		이론치	
		Freq.	Damp.	Freq.	Damp.
1	0.008	0.82	0.01	0.82	0.01
2	0.013	1.59	0.03	1.59	0.03
3	0.012	2.25	0.04	2.25	0.04
4	0.008	2.75	0.04	2.76	0.04
5	0.002	3.08	0.05	3.08	0.05
	0.000	4.53	0.03		

Table 1. Identification of system parameters

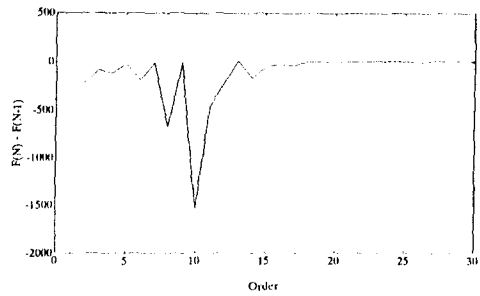
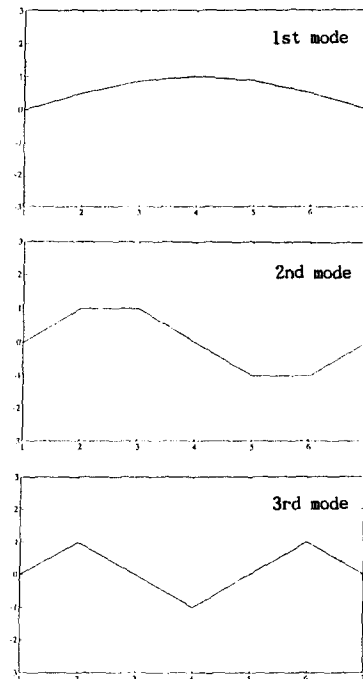


Fig. 5. System order determination



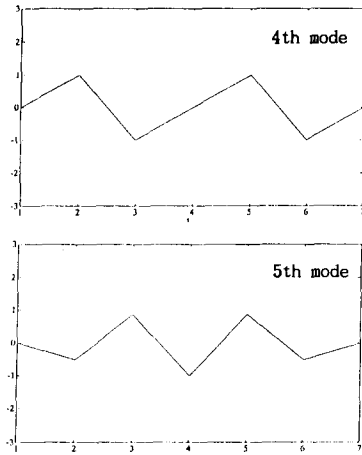


Fig. 6. Mode shape of 5-mass system

조화입력 신호와 잡음신호를 조합한 신호를 질점 1에 가할 때 질점 3, 4, 5의 변위를 측정하여 필터 차수를 10으로 하여 추정한 시간에 따른 고유진동수와 감쇄비의 추정치를 그림 7에 나타내었다. 그림 7로부터 조화 입력시에도 고유진동수와 감쇄비의 수렴은 빠르고 안정적임을 알 수 있다.

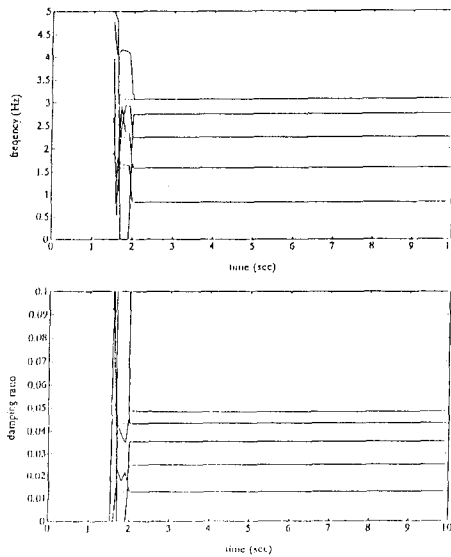


Fig. 7. Estimation result from the displacement of masses 3, 4, 5

4. 실험결과 및 고찰

4.1 외팔보 진동해석

벡터채널 격자필터 알고리즘을 이용한 시스템의 동적 파라미터 추정의 신뢰성을 검증하기 위해 그림 8과 같은 외팔

보를 진동실험하여 FFT 분석기(B&K 2032)를 사용한 해석 결과와 비교했다. 외팔보는 크기가 400 × 45 × 9 mm 인 연강 재질(E = 150Gpa)을 사용하였다.

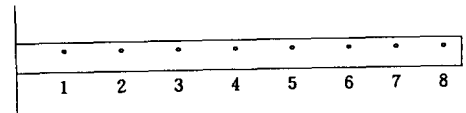


Fig. 8. Cantilever Beam

외팔보를 고정단으로부터 50mm간격으로 8개의 측정점으로 분할하여 측정점 5에 가속도계를 연직방향으로 부착하고, 임펄스 해머를 사용하여 가진점을 측정점1부터 8까지 이동하면서 연직방향으로 가진하여 그 응답을 측정하였다. 임펄스 해머로는 전하 감도가 1.00 pC/N인 B&K 8202를 사용하였으며, 가속도계는 전하감도가 9.99 Pc/g인 B&K 4371을 사용하였다. 측정된 신호는 전하증폭기(B&K 2635)로 증폭되어 디지털 오실로스코프(Nicolet 2090)에 데이터를 임시 저장하고 GPIB를 통하여 PC에 입력하는 방법을 사용하였다. 해석주파수 범위는 0~1000 Hz로 하였으며 주파수 특성을 고려하여 500 micro second의 샘플링 간격으로 1024개의 힘과 가속도 데이터를 측정하였다. 표 2에 필터 차수를 10으로 하여 추정한 고유진동수를 FFT 분석기로 해석한 결과와 비교하였다. 여기서 이론치는 외팔보의 진동수 방정식으로부터 계산하였다. 표 2로부터 이론값과 2%정도의 상대오차 내에서 비교적 잘 일치하고 있어 실제 구조물의 진동특성 해석에 적용할 수 있음을 알 수 있다.

가진점	MODE	이론치	FFT 분석기	격자필터
1	1	40.3	39.3	39.0
	2	252.3	258.4	255.7
	3	707.9	713.2	708.2
2	1		39.3	40.6
	2		254.5	254.3
	3		704.7	723.1
3	1		39.7	40.5
	2		252.6	254.6
	3		709.5	721.6
4	1		39.8	40.3
	2		251.7	253.8
	3		717.0	720.8
5	1		39.9	40.4
	2		252.8	253.7
	3		710.3	721.6
6	1		40.0	40.4
	2		256.4	254.7
	3		708.9	719.2
7	1		39.9	40.3
	2		256.3	253.8
	3		717.1	721.8
8	1		39.9	40.3
	2		251.8	254.8
	3		708.4	721.6

Table 2. Comparison of natural frequencies (Hz)

또한 표 3에 5점을 가진한 데이터로 필터 차수를 10으로 하여 추정한 고유진동수, 감쇠비, 특성방정식의 근의 크기를 나타내었다. 표 3에서 알 수 있듯이 필터 차수를 증가시키면 따라 가짜근이 나타나는데 이의 판별은 구조물의 감쇠비가 적을 때 전달함수의 특성근은 Z평면상의 단위원 주위에 분포하게 되므로 근의 크기가 단위원 상에서 상대적으로 멀리 떨어져 있는 601.6Hz, 684.6Hz가 모우드 특성과 대응되지 않은 진동수임을 알 수 있고, 이는 샘플링 정리에 의한 Nyquist 주파수보다 높은 주파수 성분이 분석 주파수 성분에 가산된 즉 에리어싱(aliasing)에 의한 것이라 생각된다. 그림 9는 필터 차수를 14로 하여 추정한 고유진동수의 추정치를 나타내고 있으며 이론치에 빠르게 수렴해 가고 있음을 알 수 있다. 그림 10에 차수 증가에 따른 F(N)의 차를 나타내었으며 그림으로부터 시스템 차수가 6임을 알 수 있다. 추정치에 오차가 발생한 요인은 측정시 잡음의 혼입과, 외팔보의 부정확한 경계조건에 기인한 것으로 사료된다.

Mode	Pole	추정치		이론치
		Freq.	Damp.	Freq.
1	0.999	40.4	0.006	40.3
2	0.997	253.7	0.004	252.3
3	0.982	721.6	0.008	707.9
	0.944	601.6	0.030	
	0.825	684.6	0.089	

Table 3. Identification of system parameters

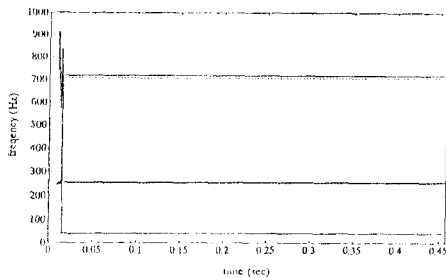


Fig. 9. Estimation result for natural frequencies

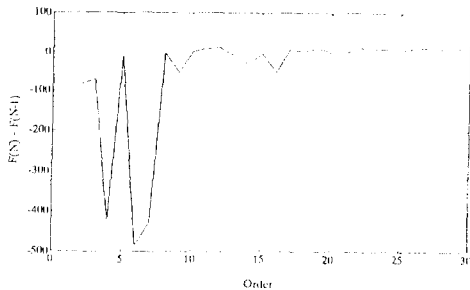


Fig. 10. System order determination

4.2 파이프 구조물의 진동 해석.

벡터채널 격자필터에 의한 유연구조물의 진동해석의 신뢰성을 검증하기 위하여 유연구조물인 자동차 배기 파이프를 진동실험하여 진동 해석 프로그램인 ANSYS에 의한 해석과 FFT 분석기를 사용한 해석 결과와 비교하였다.

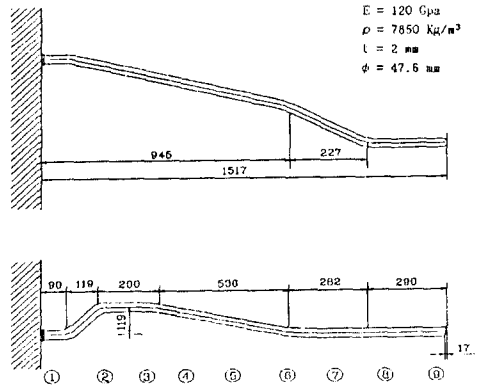


Fig. 11. Exhaust pipe

실험에 사용한 파이프의 제원 및 중요치수는 그림 11과 같으며, 파이프 형상을 고려하여 9개의 측정점으로 분할하여 9점에 가속도계를 부착하고 가진점을 이동하면서 데이터를 측정하여 격자필터와 FFT 분석기를 사용하여 모우드 해석을 행하였다. 해석주파수 범위는 0~1000 Hz로 하였으며 주파수 특성을 고려하여 500 micro second의 샘플링 간격으로 1024개의 힘과 가속도 데이터를 측정하였다. 또한 파이프를 6개의 직선 파이프 요소와 5개의 곡선 파이프 요소를 사용하여 모델링하여 ANSYS를 사용하여 진동해석 하여 800 Hz 이내의 고유진동수를 표 5에서 서로 비교하였다. 표 4로부터 1차 모우드를 제외하고는 상대오차 5%내에서 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 1차 모우드를 추정하지 못한 이유는 샘플링 데이터 수가 부족한 것에 기인된 것으로 생각되며 측정시간을 늘리면 추정할 수 있으리라 사료된다. 그림 12에 필터 차수를 20으로 하여 고유진동수를 추정한 결과를 나타내었다.

모우드	ANSYS	FFT 분석기	격자필터
1	9.8	9.9	
2	71.9	74.5	78.8
3	134.0	122.4	119.9
4	276.3	301.8	298.8
5	424.2	441.0	436.8
6	660.6	636.8	634.9

Table 5. Comparison of natural frequencies (Hz)

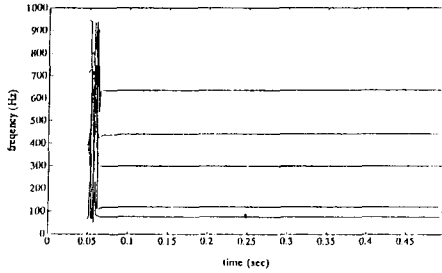


Fig. 12. Estimation result for natural frequencies

5. 결론

본 연구에서는 시간과 차수에 대하여 회귀하고 큰 차수에 대하여 수치적으로 안정되어 있어 실시간 처리가 가능하며 다입출력 시스템에 적용할 수 있는 벡터채널 격자필터 알고리즘을 특이값 분해를 사용하여 구현하였다.

5자유도 시스템의 시뮬레이션을 통하여 잡음입력과 조화 입력에 관계없이 빠른 수렴성을 확인하였으며 그 성능을 검증하였다. 또한 벡터채널을 사용함으로써 하나의 측정 데이터로는 추정할 수 없었던 시스템 파라미터를 빠짐없이 추정할 수 있음을 보이므로써 벡터채널 구축의 필요성과 유용성을 확인하였다. 필터 차수 증가에 따라 나타나는 가짜근을 residue와 pole을 비교하여 판별하였으며 residue를 사용하여 모우드형을 계산하였다. 또한 시스템의 차수 결정에 필요한 자료를 제시하고, 유연구조물인 외팔보와 파이프 구조물에 대해서 가진실험을 행하여 유연구조물의 진동특성 해석에 사용할 수 있음을 보였다.

참고문헌

1. D.T.L. Lee, M. Morf, and B. Friedlander, "Recursive Least Squares Ladder Estimation Algorithms," IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-29, pp.627-641, June 1981.
2. N. Sundararajan and R.C. Montgomery, "Identification of Structural Dynamics Systems Using Least Squares Lattice Filters," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 6, pp.374-381, Sep. - Oct. 1983.
3. N. Sundararajan and R.C. Montgomery, "Adaptive Modal Control of Structural Dynamics Systems Using Recursive Lattice Filters," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 8, pp.223-229, Mar. - Apr. 1985.

4. J.S. Gibson and F. Jabbari, "An ARMA Model for a Class of Distributed Systems," Proc. CDC, pp. 1171-1175, Las Vegas, Dec. 1984.

5. F. Jabbari and J.S. Gibson, "Adaptive Identification of Flexible Structures by Lattice Filters." Proc. AIAA Conf. on Guidance, Navigation and Control, pp.941-949, Monterey, CA, 1989.

6. F. Jabbari and J.S. Gibson, "Identification of Flexible Structures Using an Adaptive Order-Recursive Method," Proc. CDC, pp.1168-1673, Austin, Texas, Dec. 1988.

7. F. Jabbari and J.S. Gibson, "Vector Channel Lattice Filters and Identification of Flexible Structures," IEEE Trans. on Automatic Control, pp.448-456, May 1988.