

유전 알고리즘에 의한 Hybrid 퍼지 추론기의 구성

°박 세희*, 조 현찬**, 이 홍기***, 전 흥태*
*중앙대학교 전자공학과
**KITE 전자공학과
***중앙대학교 제어계측공학과

Application of Genetic Algorithm to Hybrid Fuzzy Inference Engine

Sae-hie Park*, Hyun-chan Cho**, Hong-gi Lee***, Hong-tae Jeon*
*Dept. of Electronic Engineering
***Dept. of Control and Instrumentation Engineering
Chung-Ang University
** Dept. of Electronic Engineering, KITE

Abstract

This paper presents a method on applying Genetic Algorithm(GA), which is a well-known high performance optimizing algorithm, to construct the self-organizing fuzzy logic controller. Fuzzy logic controller considered in this paper utilizes Sugeno's hybrid inference method, which has an advantage of simple defuzzification process in the inference engine. Genetic algorithm is used to find the optimal parameters in the FLC. The proposed approach will be demonstrated using 2 d.o.f robot manipulator to verify its effectiveness.

경우 실험에 의해 퍼지 규칙 베이스와 언어 변수의 조정이 필요하게 된다. 그러나, 구성한 퍼지 베이스가 최선인지는 의문 이 된다.

이러한 어려움을 보완하기 위하여 제어 규칙들을 자동 생성 하는 연구가 이루어지고 있다. 이러한 연구는 신경망(neural network)과의 융합을 통하는 방법과 유전 알고리즘(genetic algorithm)에 의한 방법을 들 수 있다.[1][2][3]

신경망과의 융합 방식은 제어 규칙 언어 변수들과 소속 함수들을 신경망 구조의 학습 능력을 이용하여 제어 대상에 적합하게 조정하는 방법으로, 학습 방법으로는 오차 역전파 학습 알고리즘(error back propagation learning algorithm)이 널리 사용된다.

1. 서론

1965년 Zadeh 교수에 의해 발표된 퍼지 논리(Fuzzy Logic)는 애매한 정보를 효과적으로 처리 할 수 있어 최근에 그 응용 범위가 확대되고 있다. 특히 퍼지 논리를 이용한 퍼지 논리 제어기(fuzzy logic controller)는 제어 대상의 정확한 수학적 모델링이 불필요하고 언어적 제어 그리고 병렬처리 계산을 가능케하는 등의 잇점을 갖는다.

일반적으로 퍼지 논리 제어기는 퍼지화기(fuzzifier), 추론기(inference engine), 규칙 베이스(rule base) 그리고 비퍼지화기(defuzzifier)로 구성된다. 퍼지화기는 입력 데이터를 퍼지 집합으로 변환하는 기능을 가지며 규칙 베이스는 전문가의 경험이나 실험적 정보에 의해 "IF THEN" 형의 문장으로 구성된 규칙 베이스이다. 그리고 퍼지 추론기는 입력 값과 규칙 베이스로부터 추론에 의해 결과를 생성하며 비퍼지화기는 추론된 값을 실제 대상에 적당한 crisp한 제어 값으로 전환하는 기능을 갖는다.

그리고 퍼지 제어기는 그 추론 방법에 의해 직접법(direct), 간접법(indirect) 그리고 하이브리드(hybrid) 방법으로 분류 할 수 있다. 대표적인 직접법은 Mamdani의 MIN-MAX 추론 방법이다. 반면, 하이브리드 방법은 규칙의 후건부에 입력 값을 매개변수로 한 선형식을 갖는다.

퍼지 제어기의 구성에 있어서 규칙 베이스의 규칙을 선정하는 작업과 언어 변수의 소속함수와 실제계의 값과의 관계를 결정하는 것은 어려운 작업이다. 일반적으로 전문가의 경험에 의해 규칙베이스를 구성하지만 복잡한 시변 비선형 시스템의

본 논문에서는 유전 알고리즘에 의해 퍼지 규칙과 퍼지 언어 변수의 소속함수를 제어대상에 적합하게 자동 생성하는 방법을 제안하고 퍼지 추론 방법으로는 하이브리드 퍼지 추론 방법을 사용한다. 하이브리드 방법은 후건부에 선형식을 갖고 있어 전문가의 경험으로 선형식의 이득(gain)을 선정하는 작업과 동시에 퍼지 언어 변수의 소속함수를 결정하는 하는 작업은 무척 어려운 일이다. 또한 제어 대상의 최적 규칙을 구성한다는 것은 더욱 어려운 작업이 된다. 따라서 유전 알고리즘을 이용하여 이러한 어려움을 극복하고자 한다.

한편 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장에서는 유전 알고리즘을, 3장에서는 하이브리드 퍼지 추론 방법과, 유전 알고리즘에 의해 하이브리드 추론기의 자동 생성 방법을 설명한다. 그리고 4 장에서는 2 자유도 로봇 매니퓰레이터의 궤적제어에의 적용과 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 논하고 5 장에서는 SGA(Simple Genetic Algorithm)의 개선을 설명한다. 그리고 6 장에서는 결론을 논한다.

2. 유전 알고리즘(Genetic Algorithm)[4][5][6]

유전 알고리즘은 자연계의 '적자 생존(Survival of the fittest)'의 원리를 이용하여 1970년대 미국 J.H. Holland교수에 의해 정립된 최적화(optimizing) 알고리즘이다. 이 알고리즘은 자연계에서 선택과 진화(natural selection and evolution)를 근간으로 하고 있으며 미지의 함수를 최적화 하는데 강건한 특징이 있고 다음과 같은 특성을 갖는다.

(1) 유전 알고리즘은 최적화 함수의 인자(parameter)를 이진 문자열(binary string)으로 전환한다.

(2) 유전 알고리즘은 해 공간(solution space)에서 단일 해를 사용하는 것이 아니라 해 집단을(population of solution space)을 이용한다.

(3) 유전 알고리즘은 함수에 대한 미분 가능성이나 연속성 등의 수학적 정보를 필요치 않는다.

유전 알고리즘은 세계의 기본 연산자(reproduction, crossover-교배, mutation-돌연변이)를 근간으로 하고 있으며, 이들 기본 연산자만 사용할 경우 Simple Genetic Algorithm (SGA)으로 분류한다. 그리고 최적화는 다음과 같은 순서에 의해 이루어진다.

- [단계 1] 초기의 이진 문자열의 집단을 생성한다.
- [단계 2] 집단내의 한개 문자열로부터 함수의 인자를 만든다.
- [단계 3] 인자의 함수에 대한 적합도를 구한다.
- [단계 4] 단계 2와 단계 3을 통하여 집단내의 모든 이진 문자열의 적합도를 구한다.
- [단계 5] Reproduction 연산자에 의해 새로운 집단이 될 이진 문자열을 선택한다. 이때, 선택의 기준은 적합도 함수에 의한다.
- [단계 6] Crossover와 mutation 연산자에 의해 새로운 이진 문자열을 만든다.
- [단계 7] 단계 5와 단계 6에 의해 새로운 집단을 만든다.
- [단계 8] 설정된 임의의 기준에 도달 할 때까지 유전 알고리즘을 적용한다.

단계 6에서의 교배 연산자는 임의로 선택한 교배점으로 두개의 이진 문자열의 정보를 교환하는 연산자이다. (그림 1).

$$A_1 = 00000000 \rightarrow A_1' = 00011111$$

$$A_2 = 11111111 \rightarrow A_2' = 11100000$$

그림. 1 두 이진 문자열의 교배(crossover)

그리고 mutation은 이진 문자열에서 임의점의 비트(bit)를 1에서 0으로, 0에서 1로 전환하는 연산자이다 (그림 2).

$$A = 00000000 \rightarrow A' = 00001000$$

그림 2. 돌연변이의 예

이들 기본 연산자를 바탕으로 현재 최적화의 성능을 향상시키기 위해 유전 알고리즘이 개발되고 있다. 여기에는 기존의 최적화 알고리즘에 유전 알고리즘을 접합시키는 방법이 있고, 기본 연산자를 개량시키는 방법이 있다. 또한 새로운 연산자를 만드는 연구도 이루어지고 있다.

3. 하이브리드 퍼지 추론기

퍼지 논리 추론기는 그 추론 방법에 따라 직접법, 간접법 그리고 하이브리드 형태로 대분된다. 직접법의 경우 후건부는 퍼지 언어변수로 지정되며 널리 사용되는 방법으로는 Mamdani의 MIN-MAX 추론 방법이 있다.

하이브리드 추론법에서는 식 (1)과 같이 후건부가 입력의 매개변수로 한 선형식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \text{Rule 1: if } x_1 \text{ is } A_1 \text{ and } x_2 \text{ is } B_1 \text{ then} \\ f_1 = a_1 * x_1 + b_1 * x_2 + c_1 \\ \text{Rule 2: if } x_1 \text{ is } A_2 \text{ and } x_2 \text{ is } B_2 \text{ then} \\ f_2 = a_2 * x_1 + b_2 * x_2 + c_2 \\ \vdots \\ \text{Rule N: if } x_1 \text{ is } A_n \text{ and } x_2 \text{ is } B_n \text{ then} \\ f_n = a_n * x_1 + b_n * x_2 + c_n \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 x_1 과 x_2 는 입력 변수이고 A_i , B_i ($i=1...n$)는 입력 퍼지 변수들이다.

일반적으로 하이브리드 추론 방법에 쓰이는 소속함수의 모양은 이등변 삼각형 모양을 갖고 있으며 규칙의 수 만큼 입력 공간은 분할 되어 분할 된 영역에 적합하게 후건부의 이득을 결정해야 한다.

그리고, 비퍼지화는 식 (2)와 같다.

$$y^* = \frac{\sum A_i(x_1) \cdot B_i(x_2) \cdot f_i(x_1, x_2)}{\sum A_i(x_1) \cdot B_i(x_2)} \quad (2)$$

여기에서 $A_i(x_1)$, $B_i(x_2)$, $f_i(x_1, x_2)$ 는 각각 입력 x_1 에 대한 언어변수 A_i 의 소속 정도, 입력 x_2 에 대한 언어변수 B_i 의 소속 정도, 그리고 후건부의 선형식 결과값을 나타낸다.

한편, 위의 하이브리드 퍼지 논리 제어기의 성능은 다음의 조건들에 의해 좌우된다. 1) 언어변수의 소속 함수 결정, 2) 후건부의 매개변수(parameter) (a_i, b_i, c_i , for $i=1,2,...,n$)의 결정, 3) 소속함수의 전체 집합 (universe of discourse)의 선정 [7]등이다.

Takagi와 Sugeno는 제어 대상의 입출력 관계와 stable Kalman filter를 이용하여 위의 조건들을 해결하였다[8]. 또한 S.Horikawa는 Fuzzy-Neural Network를 이용하였다[1]. 이 방법에서는 신경망의 학습 능력과 입력과 출력 정보를 이용하여 퍼지 논리제어기를 제시하였다. 하지만, 위의 방법들은 제어 대상으로부터 정확한 입출력 관계를 필요로하는 문제점을 갖는다.

따라서 본 논문에서는 위의 문제점을 해결하고 최적의 퍼지 논리제어기의 각 매개변수를 결정하는 방법을 제안한다.

3-1) 전건부 언어변수의 소속함수.

언어변수의 소속함수 모양은 크게 이등변 삼각형과 종형(exponential)으로 대분 할 수 있다. 본 논문에서는 식 (3)을 이용하여 종형의 소속함수를 이용한다.

$$\mu(x) = \exp(-(x-c)^2 / w^2) \quad (3)$$

여기에서 'c'는 소속함수치가 1.0을 갖는 소속함수의 중간 위치를 universe of discourse 상에서 결정하는 변수이고, 'w'는 소속함수의 넓이를 정하는, 또는 fuzziness를 정하는 변수이다. 만일 'w'가 크면 fuzziness는 크며 'w'가 작으면 fuzziness는 작다. 두 변수 'c'와 'w'는 소속함수의 모양을 결정하는 변수로 최적화의 대상으로 선정한다.

3-2) 후건부의 매개변수(parameter)

후건부에는 a_i , b_i 그리고 c_i 의 세 매개변수가 있다. 이 중 a_i 와 b_i 는 unsigned binary로, c_i 는 signed binary로 이진 문자열에 첨가 된다.

3-3) Universe of discourse 선정

퍼지 논리 제어기의 입력은 입력 공간상으로 정규화되어 주어진다. 정규화는 정규화 계인(gain) GE와 GC에 의해 정해진다.

3-4) Fitness function

퍼지 논리 제어기의 목적은 최소한의 오차와 오차 변화 그리고 최소한 에너지 사용으로 주어진 목적을 수행하는데 있다. 이 조건은 퍼지 논리 제어기의 제어 규칙을 생성하는데 기준으로 사용된다. 한편 유전 알고리즘들은 maximizing 알고리즘이므로 다음 식으로 최소화를 최대화로 전환한다.

$$\text{Fitness} = \frac{K_1}{SE} + \frac{K_2}{SCE} + \frac{K_3}{SAE} \quad (4)$$

여기서 SE는 오차 절대치의 합, SCE는 오차변화 절대치의 합, 그리고 SAE는 제어 대상의 입력이 되는 에너지의 절대치의 합이다. 그리고 K_1 , K_2 그리고 K_3 는 상수이다.

위의 매개변수들과 적합도 함수로 유전 알고리즘에 의해 퍼지 논리제어기의 최적화는 다음과 같은 단계로 이루어진다.

- [단계 1]. FLC의 매개변수 갯수로 이진 문자열의 길이를 정한다.
- [단계 2]. 임의 난수 발생으로 전체 집단들 구성한다.
- [단계 3]. 하나의 이진 문자열로부터 FLC의 규칙 베이스와 매개변수를 정한다.
- [단계 4]. 대상(plant)을 제어 하여 적합도를 계산한다.
- [단계 5]. 단계 3과 4로 집단내의 모든 이진 문자열의 적합도를 구한다.
- [단계 6]. Reproduction, 교배 그리고 돌연변이의 진화를 거쳐 새로운 집단을 생성한다.
- [단계 7]. 주어진 조건에 수렴할때 까지 단계 3에서 단계 6까지 계속 수행한다.

4. 2 자유도 로봇 매니플레이터의 퍼지 제어기

제어한 방법의 성능을 검증 하기위해 2 자유도 로봇 매니플레이터의 궤적제어를 위한 퍼지 논리 제어기를 구성한다. 표 1은 매니플레이터의 기계적 매개변수를 나타내고 그림 3은 2 자유도 로봇 매니플레이터를 보여준다.

표 1. 2 자유도 로봇 매니플레이터의 재원

	Link 1	Link 2
Length	0.53m	0.47m
Mass	4.5Kg	4.0Kg

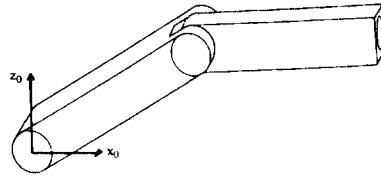
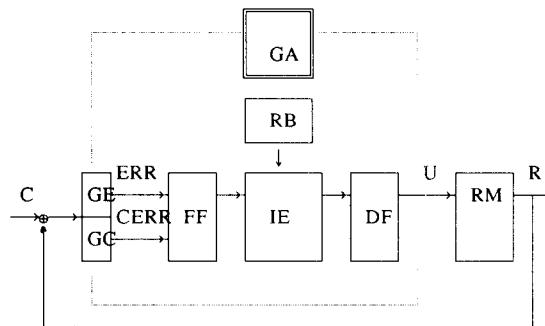


그림 3. 2 자유도 로봇 매니플레이터



- FF : Fuzzifier
- IE : Inference Engine
- RB : Rule Base
- DF : Defuzzifier
- RM : Robot Manipulator
- GA : Genetic Algorithm and Strings

그림 4. 매니플레이터의 퍼지 논리 제어기

그림 4는 유전 알고리즘에 의한 매니플레이터의 퍼지 논리 제어기의 구조를 보여준다. 그림 4에서 GE는 오차, GC는 오차변화의 정규화 계수(normalizing coefficient)이고 C는 명령어, R은 매니플레이터의 상태를 나타낸다.

퍼지 논리제어기의 각 매개변수는 모두 8비트 signed, unsigned로 사용된다. 그리고 교배 확률은 0.66, 돌연변이 확률은 0.033으로 주고 집단의 수는 80으로 한다.

또한 전건부의 언어변수는 NE, ZO 그리고 PO 으로 3개를 갖는다.

4-1) 컴퓨터 시뮬레이션

그림 5는 집단중에서 가장 높은 적합도를 진화 단계별로 보여주고 있다. 진화를 거듭 할 수록 적합도가 어떤 값에 수렴함을 알 수 있으나 수렴 지점에서 진동을 보여주고 있다. 이

는 진화를 하면서 최적의 규칙이 변형을 거듭하는것을 나타낸다.

그림 6은 그림 5에서 보여주는 적합도 함수가 가장 높은 이진 문자열로부터 퍼지 제어기의 규칙 베이스와 매개변수를 구성한 후 진화에 쓰인 명령인 카르테시안(cartesian) 공간상에서 사각형 궤적의 결과를 보여주고 있다. 그리고 같은 규칙 베이스와 매개변수를 가지고 하트(heart)모양의 궤적에 적용하였고 또한 매니플레이터에 부하를 걸었을 경우에도 적용하였다.

그림 7은 하트모양의 궤적의 결과이고 그림 8은 매니플레이터에 부하를 걸었을때의 결과이다.

5. SGA의 개선

앞장에서 진화 단계별로 보여준 적합도는 진화 과정에서 oscillation을 보여주었다. 이 경우 가장 높은 적합도를 갖는 이진 문자열은 진화를 거치면서 사라지고 이로 인해 다음 세대에 더 좋은 이진 문자열을 발생시킬 확율을 줄이는 결과를 낳는다. 따라서 집단에서 가장 높은 적합도를 갖는 이진 문자열을 집단에서 계속 보관하고 새 집단을 생성하는데 참여하게 하면 이 문제를 해결 할 수 있다. 이 방법은 micro-GA에서 아주 작은 수의 집단으로 진화를 할때 쓰이는 방법이다. 즉, SGA에서 쓰이는 세계의 기본 연산자에 다른 연산자를 추가하여 다음과 같은 방법으로 진화를 거듭한다.

SGA에서는 새로운 집단을 만들고 이전의 집단과 대치시킨다. 그러나 추가된 연산자는 집단에서 SGA의 기본 연산자를 사용하여 하나의 이진 문자열을 만들고 집단 중에서 가장 낮은 적합도를 갖는 이진 문자열을 제거 시키고 이 자리에 새 이진 문자열을 추가하는 과정을 거친다. 그리고 교배 확률은 1.0으로 언제나 교배가 이루어지고 돌연변이는 0.033으로 SGA와 같이 이루어진다. 그림 9는 개선된 SGA의 적합도 함수를 각 함수의 평가(evaluation)에 따라 그려준 것이다. 그리고 개선에 의해서 가장 높은 적합도는 SGA의 것보다 높은 적합도를 가졌다.

여기에서 평가와 진화는 다음과 같은 관계를 갖는다. 하나의 집단에 80개의 이진 문자열이 있고 10번의 진화가 이루어진다면 모두 800번의 평가가 이루어져야한다.

그림 9는 개선한 SGA의 적합도 함수의 변화를 보여주고 있고 그림 10은 개선한 SGA의 카르테시안 공간상에서의 사각형 궤적을 보여주고 있다.

그림 11에서는 개선된 SGA의 오차와 오차변화의 퍼지 언어 변수의 소속함수의 모양을 나타내고 표 2는 식 (3)에서 소속함수의 특징을 지우는 매개변수를 나타낸다.

표 3과 표 4는 퍼지 논리 제어기의 후건부의 매개변수를 보여준다.

6. 결론

본 논문은 하이브리드 퍼지 추론 방법에서 Sugeno가 제안한 방법의 퍼지 논리 제어기의 최적 제어 규칙 생성을 위한 유전 알고리즘의 적용을 제안하였다. 본 방법은 고도의 시변 비선형 시스템인 로보트 매니플레이터에서 궤적 제어의 시뮬레이션을 통하여 본 방법의 효용성을 입증하였다.

참고문헌

- [1] Shin-ichi Horikawa, Takeshi Furuhashi, Toshiki Uchikawa and Takashi Tagawa, "A Study on Fuzzy Modeling using Fuzzy Neural Networks," Fuzzy Engineering toward Human Friendly Systems, Vol. 1, pp. 562 - 573, 1991
- [2] Charles L. Karr, "Design of an Adaptive Fuzzy Logic Controller Using a Genetic Algorithm", Proceeding on the fourth international conference on Genetic Algorithm, 1991, pp. 450 - 457
- [3] Philip Thrift, "Fuzzy Logic Synthesis with Genetic Algorithms", Proceeding on the fourth international conference on Genetic Algorithm, 1991, pp. 509 - 513
- [4] D.E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search Optimization & Machine Learning, Addison Wesley, 1989
- [5] Yuval Davidor, Genetic Algorithms and Robotics, World Scientific, 1991
- [6] Lawrence Davis, Handbook of Genetic Algorithm, Van Nostrand Reinhold, 1991
- [7] M.Braae and D.A. Rutherford, "Selection of parameters for a fuzzy logic controller", Fuzzy Sets and Systems 2(1979), 185-199, North-Holland Pub. Comp.
- [8] T.Takagi, M.Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modeling and Control," IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, Vol SMC-15, NO. 1, January/February, 1985
- [9] K.S. Krishnakumar, "Micro genetic algorithms for stationary and nonstationary function optimization", Proc. of SPIE Intelligent Control and Adaptive Systems Conf., 1989
- [10] Bart Kosko, Neural Networks and Fuzzy Systems, Prentice-Hall, Inc, 1992
- [11] 박세희, 김용호, 심귀보, 전홍태, "유전 알고리즘을 이용한 퍼지 규칙 베이스의 자동생성", 전자공학회논문지, 1992, 29 권 B편 2호, pp.60-68
- [12] S.H.Park, H.C.Cho, H.G.Lee, H.T Jeon, "Application of Genetic Algorithm to Hybrid Fuzzy Inference Engine", Proc. of Korea-Japan Joint Conference of Fuzzy Systems and Engineering, 1992, pp.296-301

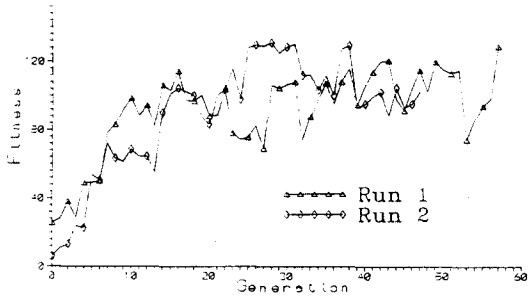


그림 5. 진화 단계상의 적합도

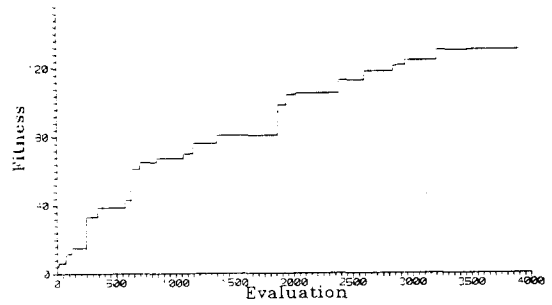


그림 9. 개선된 SGA의 적합도 변화

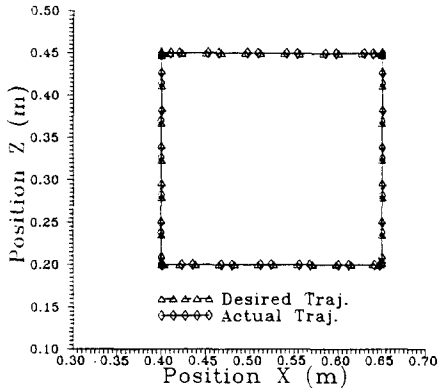


그림 6. 규칙을 찾은 후의 사각형 궤적

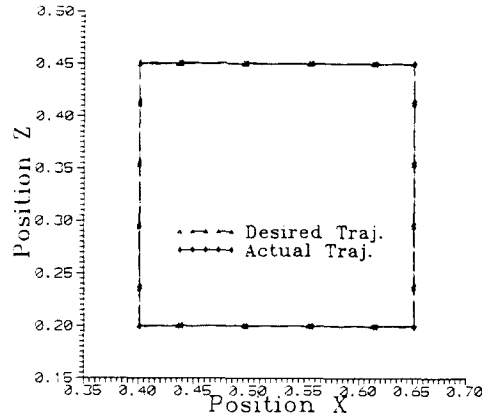


그림 10. 개선된 SGA의 사각형 궤적

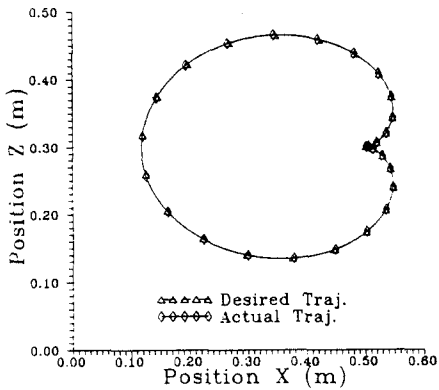
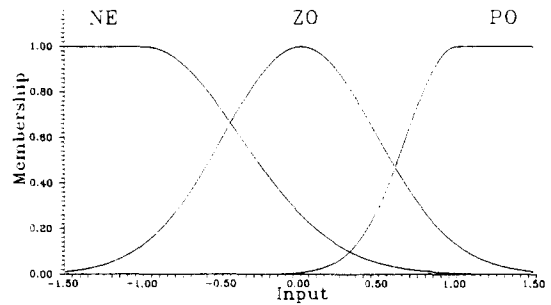


그림 7. 하트모양의 궤적 결과



(a) 오차의 소속함수

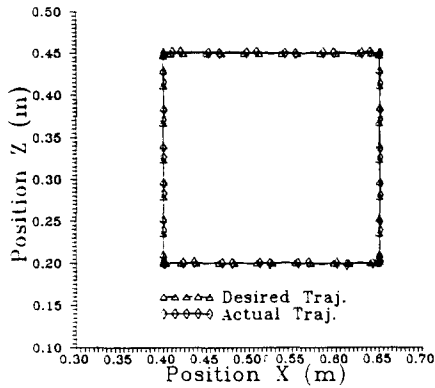
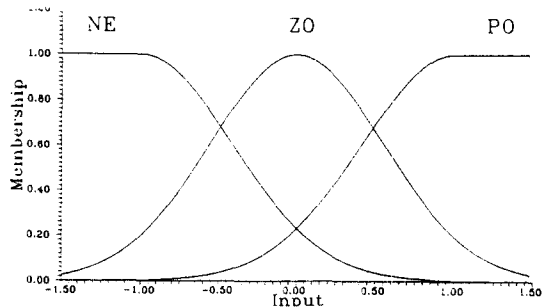


그림 8. 매니플레이터에 부하가 있을 경우의 결과



(b) 오차변화의 소속함수

그림 11. 개선된 SGA의 퍼지 언어변수의 소속함수

표 2. 소속함수의 매개 변수

매개변수		조인트 1	조인트 2
GE		0.0090000	0.0197422
GC		0.0754062	0.1115391
w	NE	0.8648836	0.8287671
	ZO	0.7000000	0.7849315
	PO	0.4506849	0.8260274
c	NE	-1.0	-1.0
	ZO	0.0	0.0
	PO	1.0	1.0

표 3. SGA에의해 찾은 후건부의 매개변수

Err	Cerr	조인트 1의 FLC		
		a	b	c
NE	NE	2.4532250	1.7501000	0.3281250
	ZO	3.2969750	1.0001000	0.1093750
	PO	2.8126000	1.9844750	-1.5625000
ZO	NE	1.3594750	2.8126000	1.5937500
	ZO	3.9532250	1.7969750	0.1875000
	PO	1.7657250	3.7188500	-1.0000000
PO	NE	3.1407250	2.9688500	0.9375000
	ZO	3.1563500	2.0938500	0.4062500
	PO	0.2813500	3.4688500	-0.0781250

Err	Cerr	조인트 2의 FLC		
		a	b	c
NE	NE	1.7969750	2.8282250	0.6562500
	ZO	2.6563500	3.7657250	-1.9687500
	PO	1.6407250	2.2188500	1.7187500
ZO	NE	3.5782250	0.3907250	-1.7500000
	ZO	3.8126000	0.8751000	-0.0625000
	PO	3.2501000	2.8126000	-1.7812500
PO	NE	1.2657250	1.4219750	0.1093750
	ZO	2.1719750	3.5782250	-0.2031250
	PO	0.3751000	0.7657250	1.1718750

표 4. 개선된 SGA에서의 후건부의 매개변수

Err	Cerr	조인트 1의 FLC		
		a	b	c
NE	NE	1.2657250	3.4844750	1.3281250
	ZO	3.9688500	0.0782250	-1.7656250
	PO	3.4844750	3.5469750	-0.0937500
ZO	NE	3.1407250	3.2657250	1.5625000
	ZO	3.6876000	0.5626000	0.7500000
	PO	3.5001000	0.9219750	-0.0156250
PO	NE	0.1407250	1.4688500	0.7187500
	ZO	2.7032250	2.3594750	-0.4062500
	PO	0.2032250	0.2344750	0.3593750

Err	Cerr	조인트 2의 FLC		
		a	b	c
NE	NE	3.8282250	2.5157250	0.7968750
	ZO	2.1719750	0.7032250	-1.9531250
	PO	3.8282250	0.3438500	-1.5000000
ZO	NE	1.0626000	2.8126000	-0.2812500
	ZO	3.0626000	3.7813500	0.0937500
	PO	0.1407250	0.3438500	0.3125000
PO	NE	1.4219750	0.5469750	-1.0781250
	ZO	3.0626000	1.0469750	0.8281250
	PO	3.2969750	1.0469750	0.3906250