'92 韓國自動制御學術會議論文集 1992. 10. 19~21

카메라 캘리브레이션을 이용한 이동로봇의 위치 및 자세 추정

* 정 기주*, 최 명환**, 이 범희*, 고 명삼*
*서울대학교 제어계측공학과, 자동화시스템 공동연구소 **강원대학교 제어계측공학과

Estimation of the Position and Orientation of the Mobile Robot Using Camera Calibration

* Gee Joo Jeong*, Myoung Hwan Choi**, Bum Hee Lee*, Myoung Sam Ko*
*Dept. of Control & Instrumentation Eng. Seoul National University *Automation and System Research Institute
**Dept. of Control & Instrumentation Eng. Kang Won University

ABSTRACT

When a mobile robot moves from one place to another, position error occurs due to the limit of accuracy of robot and the effect of environmental noise. In this paper, an accurate method of estimating the position and orientation of a mobile robot using the camera calibration is proposed. Kalman filter is used as the estimation algorithm. The uncertainty in the position of camera with repect to robot base frame is considered well as the position error of the robot. Besides developing the mathmatical model for mobile robot calibration system, the effect of relative position between camera and calibration points is analyzed and the method to select the most accurate calibration points is also presented.

1 서 론

대개의 경우에 로봇이 움직일때는 로봇자체의 정밀도의 한계나 또는 외부 환경의 영향에 의해 명령된 자세와 실제의 자세사이에 어느정도의 오차가 존재하게 된다. 실제로 이동로봇의 경우 이동시에 대략 ±3cm의 오차를 나타내는 것으로 알려져 있다. 이러한 오차는 로봇이 수행하는 작업의 질을 저하시킬 수 있으며, 경우에 따라서는 작업의 수행 자체를 불가능하게 하는 중요한 장애요인이 될 수 있다. 따라서 이러한 오차를 해석하고 로봇의 정확한 위치를 알아내는 것은 상당히 중요한 의미를 갖는다.

카메라 캘리브레이션(calibration)은 기계시각(machine vision)의 가장 기초적인 과정으로 3차원 공간과 카메라 화상평면과의 대응관계로부터 카메라 내부의 기하학적, 광학적 특성(내부 파라미터)와 기준좌표계에 대한 카메라 좌표계의 위치와 자세(외부 파라미터)을 결정하는 과정을 말한다. 따라서 이를 응용하면 로봇의 위치와 자세를 추정하는 데에도 사용할 수 있다. 실제로 현재까지 화상정보를 이용하여 움직이는 물체의 위치와 자세 또는 그밖의 운동특성을 알아내거나, 로봇자신의 위치와 방향을 알아내는 방법에 대한 연구가 활발하게 이루어 지고 있다. 그런데 이러한 연구의 대부분은 로봇에 대해 카메라가 고정되어 있다는 것을 전제로 하고 있다. 그러나 일반적으로 이동로봇의 캘리브레션을 수행할 때에는 이러한 가정을 적용하기 힘들다. 왜냐하면 화상정보를 이용하기 위해서는 카메라가 캘리브레이션 포인트들을 볼 수 있어야 하는데 카메라가 로봇에 고정되어 있다면 이동로봇이 어떤 위치와 자세를 갖느냐에 따라 이것이 불가능해질 수도 있으며, 볼수 있다고 하더라도 카메라와 캘리브레션 포인트들의 상대적인 위치에 따라 캘리브레이션 정확도가 큰 차이를 보일 수 있으므로 보다 정확한 캘리브레이션을 수행하기 위해서는 카메라가 움직이는 것이 반드시 필요하게 된다.

따라서 본 논문에서는 칼만 필터 알고리즘을 사용하여 로봇에 대한 카메라의 위치의 불확실성을 고려한 이동 로봇의 캘리브레이션 시스템을 모델링하고 이를 시뮬레이션을 통해 확인한다. 또한 로봇의 캘리브레이션을 수행할 때에 카메라와 캘리브레이션 포인트들의 상대적인 위치에 따라 정확도가 어떻게 달라지는가를 수학적으로 분석하고, 이를 기준으로 가장 정확도가 높은 캘리브레이션 포인트를 선택하는 방법도 제시한다.

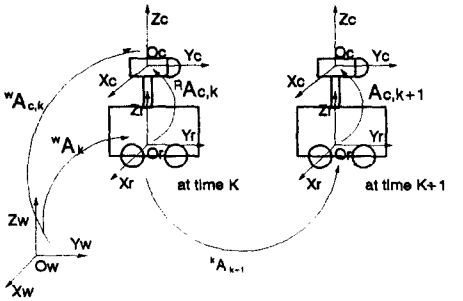
2. 이동 로봇 캘리브레이션 시스템의 구조

로봇 캘리브레이션의 목적은 특정한 지점에서 로봇의 정확한 위치와 자세를 알아내는 데에 있다. 일반적으로 카메라 캘리브레이션을 이용하여 로봇의 캘리브레이션을 수행하고자 할 때에는 다음과 같은 문제점이 생긴다.

카메라 캘리브레이션을 통해서 직접적으로 얻을 수 있는 것은 로봇의 위치와 자세가 아니라 카메라의 위치와 자세이다. 이때 로봇의 기준 좌표계와 카메라 좌표계 사이에는 일종의 동형변환관계(homogeneous transformation)가 성립하게 되는데 카메라가 로봇에 고정되어 있다면 카메라 캘리브레이션을 통해 얻어진 카메라의 위치로부터 로봇의 위치를 간단히 계산할 수 있지만 카메라가 로봇위에서 움직이게 되면 이로 인해 로봇에 대한 카메라의 위치에 불확실성이 생기게 된다. 따라서 이동로봇 캘리브레이션 시스템을 정확하게 모델링 하기 위해서는 다음과 같은 점들이 고려되어야 한다.

1)2차원 화상정보에 포함되는 외란(noise)에 의한 오차
2)로봇에 대한 카메라 위치의 불확실성으로 인한 오차
3)로봇 자체의 이동시 발생하는 이동 오차

위의 3가지 오차 요인들은 일반적으로 통계적인 특성을 나타내는 것으로 알려져 있다. 이중에서 1) 카메라의 2차원 화상정보에 포함되는 외란에 의한 오차는 카메라 캘리브레이션의 정확도에 직접적인 영향을 끼치게 되는데, 이 오차는 카메라 좌표계상에서 캘리브레이션 포인트들의 3차원적인 좌표에 대해 일정한 통계적 분포를 갖는 것이 아니고, 2차원 화상정보에 대해 일정한 통계적 특성을 갖는다고 보는 것이 타당하다. 이렇게 가정하면 카메라와 캘리브레이션 포



그림<1> 이동로봇 캘리브레이션 시스템의 구조

인트들과의 상대적 위치에 따라 신호 대 잡음비(SNR:signal to noise ratio)가 달라지게 되어 캘리브레이션 정확도가 차이가 나게 된다. 따라서 이러한 영향들을 분석하여 매 캘리브레이션을 수행할 때마다 가장 정확도가 높은 캘리브레이션 포인트를 선택하는 것이 필요하게 된다.

앞절에서 설명한 사항들을 고려한 로봇 캘리브레이션 시스템은 기학적으로 모델링하면 위의 그림 <1>과 같다. 이때 각 좌표계와 동형 변환 행렬은 다음과 같이 정의된다.

($O_W X_W Y_W Z_W$) : 전체 시스템의 기준좌표계

($O_R X_R Y_R Z_R$) : 이동 로봇의 기저 좌표계

($O_C X_C Y_C Z_C$) : 카메라 좌표계

$^{W}A_k$: 시간 K 에서의 기준좌표계로부터 이동 로봇의 기저좌표계까지의 동형 변환 행렬

$^{W}A_{C,k}$: 시간 K 에서의 기준좌표계로부터 카메라 좌표계까지의 동형변환 행렬

$^{R}A_{C,k}$: 시간 K 에서의 이동 로봇의 기저좌표계로부터 카메라 좌표계까지의 동형 변환 행렬

$^{k}A_{k+1}$: 전체 기준 좌표계에 대한 시간 K 에서의 이동로봇의 기저좌표계와 시간 (K+1)에서의 이동로봇의 기저좌표계사이의 동형 변환 행렬

$^{C,k}A_{k+1}$: 이동 로봇의 기저좌표계에 대한 시간 K 에서의 카메라 좌표계와 시간 (K+1) 에서의 카메라 좌표계사이의 동형 변환 행렬

그림 <1>의 로봇 캘리브레이션 시스템을 모델링하기 위해서 다음과 같은 몇가지의 가정을 두었다.

가정 1) 2차원 화상정보상의 잡음, 로봇에 대한 카메라 카메라의 위치의 불확실성에 의한 오차, 이동로봇의 이동 오차는 모두 가우시언 분포를 갖는 백색 잡음으로 서로 상관관계가 없다

가정 2) 캘리브레이션 포인트들의 위치는 정확히 알고 있다.

3. 카메라 캘리브레이션

3.1 카메라 모델링

카메라 캘리브레이션에 필요한 카메라 모델은 일반적으로 널리 알려진 핀홀 모델을 사용한다. 핀홀 모델을 사용할 경우에 카메라 캘리브레이션에서 추정되어야 할 파라미터를 정의하면 다음과 같다.

1. 기준좌표계(X_W, Y_W, Z_W)로부터 카메라좌표계(x,y,z)로 변환하는 식을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{bmatrix} + T \qquad (3.1)$$

여기서 $R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}$ $T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$

여기서 추정되어야 할 파라미터는 회전변환행렬 R 과 위치변환벡터 T 이다. 이때 기준좌표계(X_W, Y_W, Z_W)에서 카메라좌표계(x,y,z)로의 변환식은 항상 유일하게 결정된다.

2. 카메라좌표계로부터 화상좌표계로의 투사변환식은 다음과 같다.

$$X_i = f\frac{x}{z}, \qquad Y_i = f\frac{y}{z} \qquad (3.2)$$

이 식에서 추정되어야 할 파라미터는 촛점거리 f 이다.

3. 본 논문에서 사용하는 CCD 카메라의 경우 화상정보가 디지타이저를 통해 전달되는데 이때 발생하는 화상좌표값 (X_i, Y_i)와 컴퓨터 화상좌표값 (X_f, Y_f)간의 변환식은 다음과 같다.

$$X_f = s_x (d_x \frac{N_{cx}}{N_{fx}})^{-1} X_i + C_x \qquad (3.3)$$

$$Y_f = d_y^{-1} Y_j + C_y \qquad (3.4)$$

여기서

(X_f, Y_f) : 컴퓨터 기억버퍼에서 화소의 위치

(C_x, C_y) : 컴퓨터 기억버퍼에서 중심의 위치

d_x : X(주사선) 방향의 CCD 센서간의 간격

d_y : Y 방향의 CCD 센서간의 간격

N_{cx} : X 방향의 센서의 수

N_{fx} : 컴퓨터로 샘플링 되는 한 주사선당 화소의 수

여기서 추정되어야 할 파라미터는 화상스케일 계수 (uncertainty image scale factor) s_x이다.

3.2 캘리브레이션 알고리즘

카메라 캘리브레이션 방법은 점대응 관계를 이용하는 방법과 선대응 관계를 이용하는 방법이 있다. 여기서는 J.K.Kim[1]에 의해 제안된 직선대응 관계를 이용한 캘리브레이션 방법을 사용한다. J.K.Kim은 외부 파라미터인 위치와 자세뿐만 아니라 촛점거리와 화상 스케일계수를 내부 파라미터로 추가하여, 보다 일반적으로 적용될 수 있는 직선의 대응관계를 이용한 카메라 캘리브레이션 방법을 제안하였다.

J.K.Kim에 의해 제안된 카메라 캘리브레이션 방법은 두 단계를 거쳐 파라미터를 구하게 된다. 첫번째 단계에서는 선의 대응관계를 이용하여 선형방정식을 구성하고, 이로부터 R, f, s_x를 구하고, 두번째 단계에서는 첫번째 단계에서 구한 추정치들을 사용하여 점대응 관계를 이용하여 T를 추정할 수 있는 선형방정식을 구성한다.

3.2.1 선대응 관계를 이용한 R, f, s_x의 결정

3차원 공간상에 직선이 주어져 있을때 기준좌표계에 대한 이 직선 l을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$l : \underline{P}_W = \underline{N}_W t + \underline{P}_{W0} \qquad (3.5)$$

여기서

$\underline{N}_W = (a, b, c)^T$는 직선의 방향벡터

$\underline{P}_{W0} = (X_{W0}, Y_{W0}, Z_{W0})^T$

$\underline{P}_W = (X_W, Y_W, Z_W)^T$는 직선상의 점

직선 l의 화상좌표계에서의 화상은 다음과 같이 표현된다.

$$L : AX_i + BY_i + C = 0 \qquad (3.6)$$

식(3.6)에 식(3.2)을 대입하면 다음이 얻어진다.

$$M : AX + BY + f^{-1}CZ = 0 \qquad (3.7)$$

식(3.7)은 직선 l과 L을 포함하고 광학중심 O를 포함하는 직선 l의 투사평면 M을 카메라 좌표계에서 표현하는 식이

된다. 이때 투사평면 M의 법선벡터를 $\underline{N}$이라 하면

$$\underline{N} = (A, B, f^{-1} \cdot C)^T \quad (3.8)$$

이며 $\underline{N}$은 투사평면 M과 직교한다.

식(3.5)에 의해 표현되는 직선 l의 방향벡터를 카메라 좌표계로 나타내면 식(3.1)에 의해 다음과 같다.

$$\underline{n} = R \cdot \underline{n}_w \quad (3.9)$$

직선 l은 투사평면 M상의 직선이므로 직선 l의 방향벡터는 투사평면 M의 N과 항상 직교하게 된다. 즉

$$\underline{n} \cdot \underline{N} = 0 \quad (3.10)$$

식(3.9)을 식(3.10)에 대입하면

$$\underline{n}_w^T \cdot R \cdot \underline{N} = 0 \quad (3.11)$$

식(3.11)을 정리한 다음 양변을 r_5로 나누어 선형 방정식을 세우면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} aA & bA & cA & aB & cB & aC & bC & cC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x \cdot r_1 \cdot r_5^{-1} \\ s_x \cdot r_2 \cdot r_5^{-1} \\ s_x \cdot r_3 \cdot r_5^{-1} \\ r_4 \cdot r_5^{-1} \\ r_6 \cdot r_5^{-1} \\ f^{-1} \cdot r_7 \cdot r_5^{-1} \\ f^{-1} \cdot r_8 \cdot r_5^{-1} \\ f^{-1} \cdot r_9 \cdot r_5^{-1} \end{bmatrix} = -bB \quad (3.12)$$

단 $r_5 \neq 0$

이때 $A=(Y_j-Y_i)$, $B=s_x(X_j-X_i)$, $C=s_x(X_iY_j-X_jY_i)$

하나의 직선에 대해 식(3.12)과같은 선형 방정식이 하나 생기므로 8개 이상의 직선이 있다면 위의 식은 풀릴 수 있다.

3.2.2 점대응을 이용한 T의 결정

3.2.1절에서 구한 R, s_x, f의 값을 가지고 점대응을 이용하여 T를 계산하는 선형방정식은 다음과 같이 구한다. 식(3.1),(3.2)를 이용하면

$$X_i = f\frac{x' + T_x}{z' + T_z}, \quad Y_i = f\frac{y' + T_y}{z' + T_z} \quad (3.13)$$

여기서 $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{bmatrix}$

위 식을 선형 방정식으로 고치면

$$\begin{bmatrix} -f & 0 & X_i \\ 0 & -f & Y_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f \cdot x + X_i \cdot z \\ -f \cdot y + Y_i \cdot z \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

식 (3.14)으로부터 두개 이상의 점대응을 이용하면 T를 구해낼 수 있다.

3.2.3 카메라와 캘리브레션 포인트의 상대적 위치가 카메라 캘리브레이션 정확도에 미치는 영향

카메라와 캘리브레이션 포인트와의 상대적인 위치를 나타내는 파라미터는 카메라 좌표계상에서의 카메라와 캘리브레이션 포인트와의 거리이다. 그러면 카메라와 캘리브레이션 포인트와의 거리가 캘리브레이션의 정확도에 미치는 영향을 분석해 보자. 이해를 쉽게 하기 위하여 x, y, z축상의 거리를 따로 생각하기로 한다. 카메라좌표계로부터 화상좌표계로의 투사변환식은 식 (3.2)과 같이 나타낼 수 있었다. 식 (3.2)에서 X_i, Y_i를 x, y, z에 대해 편미분해보면 다음의 결과를 얻는다.

$$\frac{\partial X_i}{\partial x} = f\frac{1}{z}, \quad \frac{\partial X_i}{\partial z} = f\frac{x}{z^2}$$
$$\frac{\partial Y_i}{\partial y} = f\frac{1}{z}, \quad \frac{\partial Y_i}{\partial z} = f\frac{y}{z^2} \quad (3.15)$$

$\frac{\partial X_i}{\partial x}, \frac{\partial X_i}{\partial z}, \frac{\partial Y_i}{\partial x}, \frac{\partial Y_i}{\partial y}$의 물리적인 의미는 캘리브레이션 포인트 P의 카메라 좌표계상의 X, Y, Z좌표의 변화에 따른 화상좌표계상의 X, Y좌표의 변화율이다. 위의 결과로부터 만약 z가 크다면 $\frac{\partial X_i}{\partial x}, \frac{\partial X_i}{\partial z}, \frac{\partial Y_i}{\partial y}, \frac{\partial Y_i}{\partial z}$는 모두 매우 작아진다. 이것이 작다는 것은 카메라좌표계상에서 캘리브레이션 포인트의 위치가 크게 변하더라도 화상 좌표계상에서의 위치는 조금밖에 변하지 않음을 의미한다. 거꾸로 생각하면 화상좌표계상에서의 캘리브레이션 포인트의 위치에 약간의 오차가 발생하더라도 카메라 좌표계상의 위치로 환산한 캘리브레이션 포인트의 위치에는 커다란 오차가 생기게 됨을 의미한다. 위의 결과로부터 다음과 같은 결론을 내릴수 있다. 카메라 캘리브레이션의 정확도를 높이기 위해서는 카메라와 캘리브레이션 포인트군과의 Z축 방향의 거리는 가까울수록 좋다. 따라서 위의 기준에 따라 가장 정확도가 높은 캘리브레이션 포인트를 선택하기 위해 성능지수 J(z)를 적당하게 정의하고, 각 캘리브레이션 포인트들에 대해 J(z)를 평가하여 J(z)를 최소로 하는 포인트를 선택하도록 한다.

4 이동로봇 캘리브레이션 시스템 모델링

4.1 이산 칼만 필터

본 논문에서는 칼만필터를 사용하여 로봇 캘리브레이션 시스템을 모델링한다. 일반적으로 파라미터를 추정하는 방법으로는 일괄 처리방법과(예: 최소 자승법)과 순차적인 처리방법(예: 칼만필터)이 있다. 칼만필터와 같은 순차적 추정방법은 본 연구에서와 같이 시스템이 정적이지 않고 동적으로 변화하는 경우에 특히 유용한 방법이다.

칼만필터는 연속 칼만필터(continuous Kalman filter)와 이산 칼만필터(discrete Kalman filter)로 나뉘는데, 여기서 모델링하고자 하는 이동로봇의 경우에는 캘리브레이션을 연속적으로 수행하는 것이 아니라 로봇이 어느 한 지점에서 새로운 지점으로 이동한 시점마다 캘리브레이션을 수행하므로 이산 시스템으로 볼 수 있다.

다음과 같이 표현되는 이산 선형 시스템과 측정 방정식이 있다고 하자.

$$\text{System model} : X_{k+1} = A_k X_k + B_k U_k + G_k W_k \quad (4.1)$$
$$\text{Measurement model}: Z_k = H_k X_k + D_k V_k \quad (4.2)$$
$$\hat{X}_0 \sim (\bar{X}_0, P_{x0})$$

위에서 W_k, V_k는 각각 다음의 성질을 갖는 백색잡음이다.

$$E\{ W_k \} = 0 \qquad E\{ V_k \} = 0$$
$$E\{ W_k W_j^T \} = Q_k \delta_{kj} \qquad E\{ V_k V_j^T \} = R_k \delta_{kj}$$

칼만필터는 W_k와 V_k가 위의 성질을 만족할때 상태변수 X_k와 추정상태변수 $\hat{X}_k$의 오차 공분산 $E\{ (X_k-\hat{X}_k)(X_k-\hat{X}_k) \}$를 최소로 하는 $\hat{X}_k$를 찾는 최적 추정자가 된다.

칼만필터에 의해 최적의 추정치를 찾는 과정은 다음의 두 단계에 의해 이루어진다.

< Time update >

$$\text{error covariance} : P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T \quad (4.3)$$
$$\text{estimate} : \hat{X}_{k+1}^- = A_k \hat{X}_k + B_k U_k \quad (4.4)$$

< Measurement update >

error covariance :

$$P_{k+1} = [(P_{k+1}^-)^{-1} + H_{k+1}^T (D_{k+1} R_{k+1} D_{k+1})^{-1} H_{k+1}]^{-1} \quad (4.5)$$

$$\text{estimate} : \hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1}(Z_{k+1} - H_{k+1}\hat{X}_{k+1}^-)$$
$$K_{k+1} = P_{k+1} H_{k+1}^T (D_{k+1} R_{k+1} D_{k+1})^{-1} \quad (4.6)$$

4.2 시스템의 동적특성 모델링

본 절에서는 4.1절의 칼만필터를 본 논문의 연구 대상인 로봇캘리브레이션 시스템에 적용하기 위해 시스템을 모델링하는 방법을 서술한다. ${}^kA_{k+1}'$와 ${}^WA_k'$를 ${}^kA_{k+1}$와 ${}^WA_k$(norminal transformation)의 실제값이라 정의하자. 이

때 ${}^{W}A_k'$와 ${}^{W}A_{k+1}'$사이의 관계는 다음과 같다.

$$ {}^{W}A_{k+1}' = {}^{W}A_k' {}^{k}A_{k+1} \quad (4.7) $$

그러나 실제로는 오차가 발생하므로 ${}^{k}A_{k+1}'$와 ${}^{k}A_{k+1}$사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$ {}^{k}A_{k+1}' = (I + {}^{k}\delta A_{k+1}) {}^{k}A_{k+1} \quad (4.8) $$

식(4.8)을 식(4.7)에 대입하면 다음의 결과를 얻는다.

$$ {}^{W}A_{k+1}' = {}^{W}A_k' {}^{k}A_{k+1} + {}^{W}A_k' {}^{k}\delta A_{k+1} {}^{k}A_{k+1} \quad (4.9) $$

이때 ${}^{W}A_{k+1}'$를 성분별로 나타내어 보면

$$ {}^{W}A_k' = \left[\begin{array}{c|c} {}^{W}R_k' & {}^{W}T_k' \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} r_{1k} & r_{2k} & r_{3k} & t_{xk} \\ r_{4k} & r_{5k} & r_{6k} & t_{yk} \\ r_{7k} & r_{8k} & r_{9k} & t_{zk} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad (4.10) $$

상태변수 X_k를 다음과 같이 정의하자.

$$ X_k^1 = (r_{1k}, r_{2k}, \cdots\cdots, r_{9k})^T \quad (4.11) $$

$$ X_k^2 = (t_{xk}, t_{yk}, t_{zk})^T \quad (4.12) $$

$$ X_k = (X_k^1 \mid X_k^2)^T \quad (4.13) $$

식 (4.9)를 상태방정식의 꼴로 나타내어 보자. 계산 과정의 편리함을 위해회전변환 부분과 위치변환 부분을 나누어 생각하자.

(a) 회전변환 부분

식 (4.9)로부터 회전변환 부분을 따로 떼어 보면

$$ {}^{W}R_{k+1}' = {}^{W}R_k' {}^{k}R_{k+1} + {}^{W}R_k' {}^{k}\delta R_{k+1} {}^{k}R_{k+1} \quad (4.14) $$

${}^{k}\delta R_{k+1}$를 다음과 같이 정의하자.

$$ {}^{W}\delta R_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & -R\delta_z & R\delta_y \\ R\delta_z & 0 & -R\delta_x \\ -R\delta_y & R\delta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15) $$

식(4.14)를 전개하여 상태방정식 형태로 써보면 다음과 같다.

$$ X_{k+1}^1 = A_k^{11} X_k^1 + G_k^{11} W_k^1 \quad (4.16) $$

여기서 $W_k^1 = [\ R\delta_x \quad R\delta_y \quad R\delta_z\ ]^T$

(b) 위치변환 부분

식(4.9)의 위치변환 부분을 생각해 보자.

$$ {}^{W}T_{k+1}' = {}^{W}R_k' {}^{k}T_{k+1} + {}^{W}T_k' + {}^{W}R_k' {}^{k}\delta R_{k+1} {}^{k}T_{k+1} + {}^{W}R_k' {}^{k}\delta T_{k+1} \quad (4.17) $$

${}^{W}\delta T_{k+1}$를 다음과 같이 정의하자.

$$ {}^{k}\delta T_{k+1} = [\ R\delta_x \ R\delta_y \ R\delta_z\ ]^T \quad (4.18) $$

식(4.17)을 전개하여 상태방정식의 형태로 써보면

$$ X_{k+1}^2 = A_k^{21} X_k^1 + A_k^{22} X_k^2 + G_k^{21} W_k^1 + G_k^{22} W_k^2 \quad (4.19) $$

$$ W_k^2 = [\ R\delta_{tx} \ R\delta_{ty} \ R\delta_{tz}\ ]^T $$

식(4.16)과 식(4.19)를 결합하여 완전한 형태의 상태방정식을 만들어 보면 다음과 같다.

$$ X_{k+1} = A_k X_k + G_k W_k \quad (4.20) $$

$$ A_k = \left[\begin{array}{c|c} A_k^{11} & 0 \\ \hline A_k^{21} & A_k^{22} \end{array}\right], \quad G_k = \left[\begin{array}{c|c} G_k^{11} & 0 \\ \hline G_k^{21} & G_k^{22} \end{array}\right], \quad W_k = \left[\begin{array}{c} W_k^1 \\ \hline W_k^2 \end{array}\right] $$

4.3 캘리브레이션 오차 모델링

카메라 캘리브레이션을 수행할 때 전체 기준좌표계에서 바라본 캘리브레이션 포인트의 위치 P_W와 카메라 좌표계에서의 위치 P사이에는 (3.1)절의 식(3.1)과 같은 관계가 성립한다. 식(3.1)을 동형변환 행렬을 이용하여 표시하여 보면 다음과 같이 된다.

$$ P = {}^{C}A_W \cdot P_W, \qquad {}^{C}A_W = \left[\begin{array}{c|c} R & T \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right] \quad (4.21) $$

그런데 보통의 경우 구하고자 하는 값은 기준좌표계에서 카메라 좌표계로의 변환행렬이므로 이를 ${}^{W}A_C$라 하면 식(4.21)는 다음과 같이 된다.

$$ P_W = {}^{W}A_C \cdot P = {}^{C}A_W^{-1} \cdot P \quad (4.22) $$

행렬 ${}^{W}A_C$의 각 성분을 다음과 같이 다시 정의하고 카메라 캘리브레이션시에 발생하는 오차를 모델링 해보도록 하자.

$$ {}^{W}A_C = \left[\begin{array}{c|c} R & T \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right], \quad R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} $$

앞에서 가정한 바와 같이 카메라 캘리브레이션 오차는 2차원 화상좌표상의 외란에 의해 발생한다. 2차원 화상좌표상의 외란을 X축, Y축별로 각각 δX_i, δY_i라 정의하면 이러한 외란에 의해 기준좌표계로부터 카메라 좌표계로의 동형변환 행렬 ${}^{W}A_C$의 각성분 $r_1, r_2, \cdots\cdots, r_9, t_x, t_y, t_z$가 각각 어떤 오차를 나타내는가를 수학적으로 표현하는 것이 모델링의 목표이다. 모델링은 카메라 캘리브레이션 알고리즘으로 최소 자승법을 사용했을 경우만을 생각하기로 한다. 우선 첫번째로 회전변환부분의 오차를 모델링해보자.

카메라 캘리브레이션시 생성되는 직선의 수를 n개라고 하고 각각의 직선에 대해 (3.2.1)절의 식(3.12)과 같은 선형방정식을 세웠다고 하자. n개의 선형방정식을 벡터의 형태로 써보면 다음과 같이 된다.

$$ P_k Y_k = q_k \quad (4.23) $$

이때 $P_k = (p_{1k}, p_{2k}, \cdots\cdots, p_{8k})$

$= (a_k A_k, b_k A_k, \cdots\cdots, c_k C_k)$

$q_k = (-b_k B_k)$

$Y_1 = (s_x \cdot r_1 \cdot r_5^{-1}, \cdots\cdots, f^{-1} \cdot r_9 \cdot r_5^{-1})^T$

Y_1를 구하고자 하는 값으로 했을 때 각 식의 오차의 제곱의 합 S는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$ S = \sum_{k=1}^{n} |e_k|^2 = \sum_{k=1}^{n} (P_k \cdot Y_1 - q_k)^T (P_k \cdot Y_1 - q_k) $$

S를 최소로 하는 Y_1를 구하기 위해 $\frac{\partial S}{\partial Y_1} = 0$임을 이용하면

$$ Y_1 = \left(\sum_{k=1}^{n} P_k^T \cdot P_k \right)^{-1} \cdot \sum_{k=1}^{n} P_k^T \cdot q_k \quad (4.24) $$

식(4.24)의 우변을 구성하고 있는 요소들 가운데에 A_k, B_k, C_k은 모두 불규칙 변수들로 볼 수 있고 나머지 a_k, b_k, c_k들은 모두 상수이다. 따라서 벡터 Y_1의 각 성분은 각각 불규칙변수 A_k, B_k, C_k들의 함수로 표현될 수 있다. 그런데 이때 A_k, B_k, C_k는 식(3.12)에서와 같이 정의되므로 Y_1는 캘리브레이션 포인트들의 좌표 X_{ik}, Y_{ik}들의 함수가 된다. 또한 Y_1으로부터 ${}^{W}A_C$의 각 성분인 r_i를 얻을 수 있으므로 결국 최종적으로 r_i들은 각각 다음과 같이 X_{ik}, Y_{ik} 들의 함수로 나타낼 수 있다.

$$ r_i = f_i(X_{i1}, Y_{i1}, \cdots\cdots, X_{im}, Y_{im}) $$

이때 X_{ik}, Y_{ik}의 미세한 오차에 따라 r_i들이 나타내는 오차는 다음과 같다.

$$ \Delta r_i = \frac{\partial f_i}{\partial X_{i1}} \Delta X_{i1} + \cdots\cdots + \frac{\partial f_i}{\partial Y_{im}} \Delta Y_{im} \quad (4.25) $$

식 (4.25)를 Jacobian Matrix를 써서 나타내면

$$ \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \vdots \\ \Delta r_9 \end{bmatrix} = J_1 \begin{bmatrix} \Delta X_{i1} \\ \Delta Y_{i1} \\ \vdots \\ \Delta X_{im} \\ \Delta Y_{im} \end{bmatrix}, \quad J_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_{i1}} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Y_{im}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_9}{\partial X_{i1}} & \cdots & \frac{\partial f_9}{\partial Y_{im}} \end{bmatrix} $$

여기서 2차원 화상평면상의 외란이 각 포인트마다 독립적으로 발생하며, 크기가 충분히 작아서 미소변환으로 볼 수 있다고 가정하자. 그러면 ΔX_{ik}는 모두 δX_i와 같은 확률분포를 갖는 외란으로 생각할 수 있으며, 마찬가지로 ΔY_{ik}도 모두 δY_i와 같은 확률분포를 갖는 외란으로 생각할 수 있다. 이때 δX_i, δY_i는 모두 평균이 0이고 분산이 각각 σ_{xi} σ_{yi}인

백색잡음이라고 가정했으므로 Δr_i도 모두 가우시언 분포를 갖는 불규칙변수로 볼 수있으며, 각각의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$E\{ \Delta r_i \} = 0 \qquad i=1, \cdots, 9$$

$$E\{ \Delta r_i^2 \} = \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_{ik}} \right)^2 \sigma_{xi}^2 + \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial f_i}{\partial Y_{ik}} \right)^2 \sigma_{yi}^2$$

따라서 Δr를 각각 δX_i, δY_i의 선형 조합으로 표시하면

$$\Delta r_i = \left[\sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_{ik}} \right)^2 \right]^{1/2}, \delta X_i + \left[\sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial f_i}{\partial Y_{ik}} \right)^2 \right]^{1/2} \delta Y_i \qquad (4.26)$$

식 (4.27) 을 행렬을 이용하여 써보면 다음과 같이 된다.

$$\Delta R = C_1 \cdot \delta_i . \qquad (4.27)$$

$$\Delta R = \left[\Delta r_1 \quad \Delta r_2 \quad \cdots\cdots \quad \Delta r_9 \right]^T$$

다음으로는 위치변환부분의 오차를 모델링해보자. 회전변환부분에서와 마찬가지로 카메라 캘리브레이션시 사용하는 포인트의 갯수를 m, 이로부터 생성되는 직선의 수를 $n={}_mC_2$개라고 하고 각각의 직선에 대해 (3.2.2)절의 식(3.14)과 같은 선형방정식을 세웠다고 하자. n개의 선형방정식을 행렬로 나타내보면 다음과 같이 된다.

$$P_k \cdot Y_2 = Q_k \qquad (4.28)$$

여기서

$$P_k = \begin{bmatrix} -f & 0 & X_{ik} \\ 0 & -f & Y_{ik} \end{bmatrix}, \quad Y_2 = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}, \quad Q_k = \begin{bmatrix} -f \cdot x_k' + X_{ik} \cdot z_k' \\ -f \cdot y_k' + Y_{ik} \cdot z_k' \end{bmatrix}$$

Y_2를 구하고자 하는 값으로 했을 때 각 식의 오차 e_k를 회전변환의 경우와 같이 다음과 같이 정의하자.

$$e_k = P_k \cdot Y_2 - Q_k \qquad (4.29)$$

그러면 위와 같은 오차의 제곱의 합을 최소화하는 해는 회전변환의 경우와와 같이 아래 식처럼 나타낼 수 있다.

$$Y_2 = \left(\sum_{k=1}^{n} P_k^T \cdot P_k \right)^{-1} \cdot \sum_{k=1}^{n} P_k^T \cdot Q_k \qquad (4.30)$$

회전변환에서와 마찬가지로 벡터 Y_2의 각 성분도 각각 다음과 같이 불규칙변수 X_{ik}, Y_{ik}들의 함수로 표현될수 있다.

$$T_i = g_i(X_{i1}, Y_{i1}, \cdots\cdots, X_{im}, Y_{im}) \qquad (4.31)$$

이때 X_{ik}, Y_{ik}의 미세한 오차에 따른 Y_2의 각 성분들이 나타내는 오차는 다음과 같다.

$$\Delta T_i = \frac{\partial g_i}{\partial X_{i1}} \Delta X_{i1} + \cdots\cdots + \frac{\partial g_i}{\partial Y_{in}} \Delta Y_{im} \qquad (4.32)$$

식 (4.32)를 Jacobian Matrix를 써서 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta T_x \\ \Delta T_y \\ \Delta T_z \end{bmatrix} = J_2 \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_{i1} \\ \Delta Y_{i1} \\ \vdots \\ \Delta Y_{im} \\ \Delta Y_{im} \end{bmatrix}, \quad J_2 \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial X_{i1}} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial Y_{im}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial X_{i1}} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial Y_{im}} \\ \frac{\partial g_3}{\partial X_{i1}} & \cdots & \frac{\partial g_3}{\partial Y_{im}} \end{bmatrix}$$

그런데 ΔX_{ik}, ΔY_{ik}는 모두 δX_i, δY_i와 같은 확률분포를 가지므로 ΔX_{ik},ΔY_{ik} 의 선형조합으로 이루어지는 ΔT_x, ΔT_y, ΔT_z도 역시 가우시언 분포를 갖는 불규칙변수로 볼 수 있으며 각각의 평균과 오차는 다음과 같다.

$$E\{ \Delta T_i \} = 0$$

$$E\{ \Delta T_i^2 \} = \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial g_i}{\partial X_{ik}} \right)^2 \sigma_{xi}^2 + \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial g_i}{\partial Y_{ik}} \right)^2 \sigma_{yi}^2$$

따라서 ΔT_x, ΔT_y, ΔT_z를 각각 δX_i, δY_i의 선형 조합으로 표시하면

$$\Delta T_i = \left[\sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial g_i}{\partial X_{ik}} \right)^2 \right]^{1/2} \delta X_i + \left[\sum_{k=1}^{m} \left(\frac{\partial g_i}{\partial Y_{ik}} \right)^2 \right]^{1/2} \delta Y_i \qquad (4.33)$$

식 (4.33)을 행렬을 이용하여 써보면 다음과 같이 된다.

$$\Delta T = C_2 \cdot \delta_i . \qquad (4.34)$$

$$\Delta T = \left[\Delta T_1 \quad \Delta T_2 \quad \Delta T_9 \right]^T$$

식(4.27)과 식 (4.34)를 하나로 묶어서 최종적으로 카메라 캘리브레이션 오차를 모델링하는 식을 구해보면

$$\Delta C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \cdot \delta_i \qquad , \Delta C \equiv \begin{bmatrix} \Delta R \\ \Delta T \end{bmatrix} \qquad (4.35)$$

4.4 시스템 측정 방정식 모델링

4.2절에서 시스템의 상태변수를 K번째 시간에서의 이동로봇의 위치와 자세를 나타내는 동형변환 행렬의 각 성분으로 잡고 시스템의 동적특성을 모델링하였다. 본절에서는 시스템의 측정방정식을 모델링한다. 로봇 캘리브레이션 시스템에서 측정을 행하는 것은 카메라 캘리브레이션을 수행하는 것으로 볼수 있고, 측정값은 카메라 캘리브레이션으로 얻어진 카메라의 위치와 자세라 할 수 있다. 따라서 K 번째 시간에서 측정이 행해졌을 때 측정된 측정변수 Z_k를 카메라 캘리브레이션으로 얻어진 전체 기준좌표계와 카메라 좌표계 사이의 동형변환 행렬 ${}^{W}A_{C,k}$의 각 성분으로 잡을 수 있다. ${}^{W}A_{C,k}'$, ${}^{R}A_{C,k}'$, ${}^{Ck}A_{k+1}'$를 각각 ${}^{W}A_{C,k}$, ${}^{R}A_{C,k}$, ${}^{Ck}A_{k+1}$의 실제값이라 정의하자.여기서 전체 기준좌표계에 대한 카메라의 위치와 자세를 나타내는 ${}^{W}A_{C,k}'$를 각 성분별로 나타내어 보면 다음과 같이 된다.

$${}^{W}A_{C,k}' = \left[\begin{array}{c|c} {}^{W}R_{C,k}' & {}^{W}T_{C,k}' \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} z_{1k} & z_{2k} & z_{3k} & z_{xk} \\ z_{4k} & z_{5k} & z_{6k} & z_{yk} \\ z_{7k} & z_{8k} & z_{9k} & z_{zk} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \qquad (4.36)$$

그리고 측정변수 Z_k는 다음과 같이 정의된다.

$$Z_k^1 = (Z_{1k}, Z_{2k}, Z_{3k}, \cdots\cdots, Z_{9k})^T \qquad (4.37)$$

$$Z_k^2 = (Z_{xk}, Z_{yk}, Z_{zk})^T \qquad (4.38)$$

$$Z_k = (Z_k^1 \mid Z_k^2)^T \qquad (4.39)$$

시간 K에서의 전체 기준좌표계에 대한 이동로봇의 위치 및 자세와 카메라의 위치및 자세사이의 관계를 동형변환행렬들 사이의 관계식으로 표현해보면 다음과 같다.

$${}^{W}A_{C,k}' = {}^{W}A_k' {}^{R}A_{C,k}' \qquad (4.40)$$

식 (4.40)에서 ${}^{R}A_{C,k}'$는 다음과 같이 나타내어 진다.

$${}^{R}A_{C,k}' = {}^{R}A_{C,k-1}' (I + {}^{C,k-1}\delta A_k) {}^{C,k-1}A_k \qquad (4.41)$$

윗식에서 ${}^{C,k-1}\delta A_k$는 카메라가 로봇위에서 움직일 때 발생하는 이동오차를 나타내며, 이로 인해 로봇에 대한 카메라의 위치에 불확실성이 발생하게 된다. 그리고 카메라 캘리브레이션을 통해 얻을 수 있는 값인 ${}^{W}A_{C,k}$과 실제의 값인 ${}^{W}A_{C,k}'$에는 캘리브레이션 오차때문에 다음의 관계가 성립한다.

$${}^{W}A_{C,k} = {}^{W}A_{C,k}' + \Delta {}^{W}A_{C,k} \qquad (4.42)$$

따라서 식(4.41) (4.42)을 (4.40)에 대입하여 정리하면

$${}^{W}A_{C,k} = {}^{W}A_k' {}^{R}A_{C,k-1}' {}^{C,k-1}A_k + {}^{W}A_k' {}^{R}A_{C,k-1}' {}^{C,k-1}\delta A_k {}^{C,k-1}A_k + \Delta {}^{W}A_{C,k} \qquad (4.43)$$

그런데 윗식에서 ${}^{R}A_{C,k-1}'$는 실제로는 알수 없는 값이므로 (K-1)번째 시간에서 추정된 값을 사용하여야 한다. 그리고 첫번째 항의 ${}^{W}A_k'$는 상태변수 에 해당하는 것이므로 문제가 없지만 두번째 항에 포함되어 있는 ${}^{W}A_k'$는 칼만 필터의 측정방정식에서 측정오차의 계수 행렬에 해당하는 부분이므로 실제로는 알수 없는 값인 ${}^{W}A_k'$를 사용할 수 없다. 따라서 ${}^{W}A_k'$대신 (K-1)번째 시간에서의 ${}^{W}A_{k-1}'$의 추정치인 ${}^{W}\hat{A}_{k-1}$과 로봇 제어기로부터 명령된 시간 (K-1)로부터 시간 K까지의 동형변환 행렬인 ${}^{k-1}A_k$을 이용하여 구한 ${}^{W}A_k$(norminal transformation)를 사용하여야 한다. (K-1)번째 시간에서의

${}^{R}A_{C,k-1}$'의 추정치인 ${}^{R}\hat{A}_{C,k-1}$는 다음과 같이 구해진다.

$$ {}^{R}\hat{A}_{C,k-1} = {}^{W}\hat{A}_{k-1}{}^{-1} \cdot {}^{W}A_{C,k-1} \qquad (4.44) $$

윗식에서 ${}^{W}\hat{A}_{k-1}$는 칼만 필터 알고리즘을 사용하여 시간 (K-1)에서 추정된 값이며 ${}^{W}A_{C,k-1}$는 시간 (K-1)에서 카메라 캘리브레이션을 이용하여 추정된 값이다. 그리고 ${}^{W}A_k$는 다음의 식에 의해 구해진다.

$$ {}^{W}A_k = {}^{W}\hat{A}_{k-1}\ {}^{k-1}A_k \qquad (4.45) $$

${}^{R}A_{C,k-1}$'대신 ${}^{R}\hat{A}_{C,k-1}$를 사용하고 ${}^{W}A_k$'대신 ${}^{W}A_k$를 사용하여 식 (4.43)를 다시 써보면 다음과 같다.

$$ {}^{W}A_{C,k} = {}^{W}A_k\,{}^{R}\hat{A}_{C,k-1}{}^{C,k-1}A_k + {}^{W}A_k{}^{R}\hat{A}_{C,k-1}{}^{C,k-1}\delta A_k{}^{C,k-1}A_k + \Delta {}^{W}A_{C,k} \qquad (4.46) $$

윗식에서 ${}^{R}\hat{A}_{C,k-1}{}^{C,k-1}A_k$를 $A_{C,k}$, ${}^{W}A_k{}^{R}\hat{A}_{C,k-1}$를 A_{C-1}라 정의하고 식(4.46)을 다시 써보면

$$ {}^{W}A_{C,k} = {}^{W}A_k\,A_{C,k} + A_{C-1}{}^{C,k-1}\delta A_k{}^{C,k-1}A_k + {}^{W}\Delta A_{C,k} \qquad (4.47) $$

계산 과정의 편리함을 위해 식(4.47)을 회전변환 부분과 위치변환 부분으로 나누어 생각하자.

(a)회전변환 부분

식(4.47)에서 회전변환부분만을 따로 써보면 다음과 같다.

$$ {}^{W}R_{C,k} = {}^{W}R_k\,R_{C,k} + R_{C-1}{}^{C,k-1}\delta R_k{}^{C,k-1}R_k + {}^{W}\Delta R_{C,k} \qquad (4.48) $$

${}^{C,k-1}\delta R_k$를 다음과 같이 정의하자.

$$ {}^{C,k-1}\delta R_k = \begin{bmatrix} 0 & -c\delta_z & c\delta_y \\ c\delta_z & 0 & -c\delta_x \\ -c\delta_y & c\delta_x & 0 \end{bmatrix} $$

식(4.48)을 성분별로 정리하여 상태방정식의 형태로 써보면 다음과 같이 된다.

$$ Z_k{}^{1} = H_k{}^{11}X_k{}^{1} + N_k{}^{11}{}^{C}\delta_r + \Delta R \qquad (4.49) $$

$$ {}^{C}\delta_r = \begin{bmatrix} c\delta_x & c\delta_y & c\delta_z \end{bmatrix}^T $$

(b)위치변환부분

식(4.47)의 위치변환부분을 써보면 다음과 같다.

$$ {}^{W}T_{C,k} = {}^{W}R_k\,T_{C,k} + {}^{W}T_k + R_{C-1}{}^{C,k-1}\delta R_k{}^{C,k-1}T_k + R_{C-1}{}^{C,k-1}\delta T_k + {}^{W}\Delta T_{C,k} \qquad (4.50) $$

${}^{W}\delta T_{k+1}$를 다음과 같이 정의하자.

$$ {}^{C}\delta_t = {}^{C,k-1}\delta T_k = \begin{bmatrix} c\delta_{tx} & c\delta_{ty} & c\delta_{tz} \end{bmatrix}^T, $$

식(4.50)을 정리하여 상태방정식의 형태로 표시하여 보면,

$$ Z_k{}^{2} = H_k{}^{21}X_k{}^{1} + H_k{}^{22}X_k{}^{2} + N_k{}^{21}\,{}^{C}\delta_r + N_k{}^{22}\,{}^{C}\delta_t + \Delta T \qquad (4.51) $$

식(4.49)과 식(4.51)를 결합하여 완전한 형태의 상태방정식을 만들어 보면 다음과 같다.

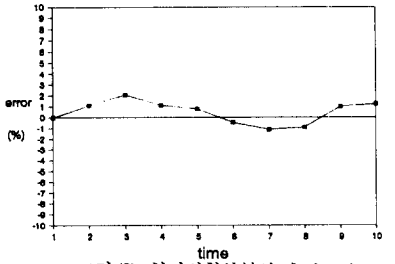
$$ Z_k = H_kX_k + N_k\delta C + \Delta C = H_kX_k + D_kV_k \qquad (4.52) $$

$$ H_k = \left[\begin{array}{c|c} H_k{}^{11} & 0 \\ \hline H_k{}^{21} & H_k{}^{22} \end{array}\right],\quad N_k = \left[\begin{array}{c|c} N_k{}^{11} & 0 \\ \hline N_k{}^{21} & N_k{}^{22} \end{array}\right],\quad D_k = \left[\begin{array}{c|c} N_k & I \end{array}\right], $$

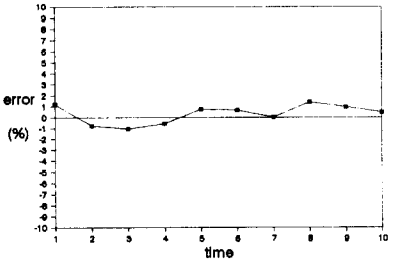
$$ \delta C = \begin{bmatrix} {}^{C}\delta_r \\ \hline {}^{C}\delta_t \end{bmatrix},\quad \Delta C = \begin{bmatrix} \Delta R \\ \hline \Delta T \end{bmatrix},\quad V_k = \begin{bmatrix} \delta C \\ \hline \Delta C \end{bmatrix} $$

5. 시뮬레이션 결과

본 연구의 시뮬레이션은 다음과 같은 조건하에서 수행되었다. 우선 이동 로봇이 직사각형 모양의 작업공간내에서 움직인다고 가정하고, 캘리브레이션 포인트군의 갯수는 총 6개로 했다. 가장 정확도가 높은 캘리브레이션 군을 찾는 목적함수로는 $f(z) = z^2$을 사용하였으며, 이동 로봇이 이동하는 위치는 매 시점마다 임의로 발생시키는 방법을 사용하였다. 이때 이동로봇의 Z축 방향으로는 위치변환이 일어나지 않는다고 가정하였으며, X축, Y축 방향의 회전변환도 일어나지 않는다고 가정하였다. 그림<2> <3>에 시뮬레이션의 결과가 나타나 있다. 결과를 살펴보면 회전변환행렬과 위치변환벡터의 추정치가 시간이 지나도 어느정도 일정한 편차



그림<2> 회전변환부분의 추정오차



그림<3> 위치변환부분의 추정오차

이내의 비교적 정확한 값을 나타내는 것을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 칼만 필터 알고리즘을 사용하여 다음의 사항을 고려한 이동 로봇의 캘리브레이션 시스템을 모델링 하였다.

1) 2차원 화상평면상의 외란에 의한 오차
2) 로봇에 대한 카메라의 위치의 불확실성에 의한 오차
3) 이동로봇의 이동 오차

모델링의 결과를 시뮬레이션을 통해 확인한 결과 본 논문의 모델링이 정확함을 확인할 수 있었다. 특히 여기에서 사용한 모델링 방법은 선형의 모델을 사용하였으므로 계산이 비교적 간단하고, 이동로봇의 캘리브레이션뿐만 아니라 일반적인 로봇의 경우에도 쉽게 적용할 수 있다는 것이 장점이다.

참고 문헌

[1]김 정국, "직선 대응관계를 이용한 카메라 캘리브레이션에 관한 연구" 서울대학교 공학 석사 학위논문, 1991.

[2]R.Y.Tsai and R.K.Lenz, "Real time versatile robotics hand/eye calibration using 3D machine vision", Proc. IEEE conf. on Robotics and Automation, vol.1, pp.554-561, 1988.

[3]K.D.Grmban, C.E.Thorpe and T.Kanade, " Geometric camera calibration using systems of linear equations", Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, vol.1, pp.562-567, 1988.

[4]Behrooz Kamgar-Parsi, "Minimization of the quantization error in camera calibration".

[5]P.Liang, J.F.Lee, and S. Hackwood, "A general framework for robot hand-eye coordination", Proc.IEEE Conf on Robotics and Automation, vol.1, pp.562-567, 1988.

[6]S.Lee and Y.Kay, "An accurate estimation of 3D position and orientation of a moving object for robot stereo vision : Kalman filter approach", Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, vol.1, pp.414-419, 1990.