

# 수중운동체의 유체계수 추정을 위한 시스템 식별기법 연구

양승윤<sup>o</sup> 최종락 김홍렬  
국방과학연구소

## A Study on the System Identification Technique for Hydrodynamic Coefficient Estimation of Underwater Submersible

Seung-Yun Yang Joong-Lak Choi Heung-Youl Kim

Agency for Defense Development

### Abstract

It is necessary to estimate hydrodynamic coefficients to design the auto-pilot system and motion simulator of submersible vehicle.

In this paper, an algorithm was designed to estimate hydrodynamic coefficients of submersible vehicle. Using this algorithm, the hydrodynamic coefficients were estimated from measurements of full scale trial. The estimated hydrodynamic coefficients were used for the design of an auto-depth controller(ADC) of submersible vehicle, and the resulting ADC are proved to have a better performance than the previous one.

### 1. 서 론

수중운동체의 자동조종장치설계, 합조종 시뮬레이터 설계, 기동성 예측 및 조종성능 평가를 위해서는 수중운동체의 유체계수 추정이 필수적으로 요구된다. 현재 유체계수 식별에 관한 국내 연구현황으로는 구속모형시험인 PMM(Planar Motion Mechanism) 시험이 주로 이용되고 있고 시스템 식별법을 이용한 계수추정방법은 공력계수 추정에는 적용되고 있으나 유체계수 추정에 관한 연구는 아직 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 수중운동체의 유체계수 추정을 위한 알고리즘은 출력 측정값과 모델출력값의 차이인 오차로 정의되는 목적함수를 최소화시키는 방법으로 뉴턴-랩슨법과 최대경사법을 이용한 수정된 최소자승법으로 설계하였으며, 이 방법은 실선의 속도성분 측정치 없이 변위성분의 측정치만으로도 유체계수 추정이 가능하며, 실선 계수 식별에 문제가 되는 초기조건에 민감하지 않다는 특징을 가지고 있다. 실선시험의 측정 데이터를 이용하여, 실선의 유체계수 식별을 위해, 시스템 제어입력을 수중운동체의 선미타 제어편각을 입력으로 하여 연직면(히브-피치)에서의 지그-재그(Zig-Zag)운동이 되도록 인가하였으며, 이때 측정되는 시스템 출력은 속도계(EM-Log)에서의 합속도, 자이로(Gyro)에서의 자세각, 심도계(Depth Transducer)에서의 심도이다.

측정된 데이터는 DAS(Data Acquisition System)에 일괄 저장하고 측정잡음은 FFT를 이용한 필터링 기법을 이용하여 제거하였다. 또한 실선시험 데이터를 이용한 계수 식별법으로 추정한 유체계수를 수중운동체의 자동심도 제어기 개발에 실제 적용하여 제어성능을 향상시켰다.

### 2. 수중운동체 모델

수중운동체의 수학적 운동방정식은 운동체에 미치는 힘과 모멘트, 즉 트림 및 벨로스터 탱크 작동에 의한 운동 속도와 무관한 정적인 항, 추력, 저항 및 양력에 의한 동적인 항, 수면 근처에서 파도 또는 해류에 의한 항, 그리고 제어판 작동에 의해 선체에 전달되는 타력 등으로 이루어지며, 이에따

른 수중운동은 수평면 운동(Surge, Sway, Yaw)과 연직면 운동(Pitch, Roll, Heave)으로 6자유도를 가진다. 본 연구에서는 미해군 연구소인 DTTC(David Taylor Research Center)에서 개발한 수중운동체의 수정된 운동방정식[1]에서 x-y대칭 평면에 대한 운동만 고려하였다. 즉, 롤(Roll)과 요(Yaw)가 무시할 정도로 작고, 병진속도 U는 일정하다고 가정하였다. 연직면에 대하여 기하학적으로 대칭을 가지는 수중운동체의 운동을 그림 2.1에 나타내었다. 동체 좌표계 x,y,z의 원점은 중력 중심에 위치하며 x,y,z축은 동체의 관성 주축이다.

연직면에 대한 수중운동체의 자배 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13}-U_0 & a_{11}U_0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & a_{34}-a_{31}U_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ 0 \\ b_{31} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ 0 \\ \xi_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기서,  $\dot{z}$  : Depth rate

$z$  : Depth

$\dot{\theta}$  : Pitch rate

$\theta$  : Pitch

$\delta_s$  : Deflection of stern plane

이며, 시스템 파라미터는 다음과 같은 속도의 함수로 주어진다.  $\xi$ 는 외란 벡터이다.

$$a_{11} = (\frac{\rho}{2})^3 Z_w U_0 / (m - \frac{\rho}{2})^3 Z_w$$

$$a_{13} = (\frac{\rho}{2})^3 Z_q + m U_0 / (m - \frac{\rho}{2})^3 Z_w$$

$$a_{24} = -U_0$$

$$a_{31} = (\frac{\rho}{2})^3 M_w U_0 / (I_y - \frac{\rho}{2})^3 M_q$$

$$a_{33} = (\frac{\rho}{2})^4 M_q U_0 / (I_y - \frac{\rho}{2})^3 M_q$$

$$a_{34} = BZ_B / (I_y - \frac{\rho}{2})^3 M_q$$

$$b_{11} = (\frac{\rho}{2})^{12} Z_s U_0^2 / (m - \frac{\rho}{2})^3 Z_w$$

$$b_{31} = \left( \frac{\rho}{2} 13M_s U_0^2 \right) / \left( I_y - \frac{\rho}{2} 15M_q \right)$$

$$\zeta_1 = (\omega - B) / \left( m - \frac{\rho}{2} 13Z_w \right)$$

$$\zeta_3 = X_B B / \left( I_y - \frac{\rho}{2} 15M_q \right)$$

### 3. 수정된 최소자승법을 이용한 유체계수

식별 알고리즘 유도

수중운동체의 운동방정식은 1차의 벡터식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dX}{dt} = f(X, \delta_a : a) : t > 0 \quad (3-1)$$

여기서  $X$ 는 수중운동체의 상태벡터이고,  $\delta_a$ 는 입력,  $a$ 는 유체계수벡터를 나타낸다. 시간  $t=0$ 에서 초기조건  $X(0)=X_0$ 라 두면 주어진 입력  $\delta_a(t)$ 에 대하여방정식(3-1)의 초기치 문제에 대한 해가 구간  $[0, t_N]$ 에서 얻어질 수 있다.

이론적인 컴퓨터 계산 해 즉 모델 출력값이

$$X_c = X_c(t; a) : 0 \leq t \leq t_N \text{ 이고} \quad (3-2)$$

여기서,  $X_c = [z, z, \theta, \theta]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$

상태변수의 실현 측정치가

$$X_e = X_e(t) : 0 \leq t \leq t_N \text{ 이면} \quad (3-3)$$

여기서,  $X_e = [0, z, 0, 0]^T$

$X_c$ 와  $X_e$ 의 차이인 오차가 최소화되게 하는 유체계수 벡터,  $a$ 를 찾아내는 것이 이 연구의 목표가 된다. 상태변수들의 컴퓨터 계산치와 실험기록치 사이의 차이를 정의하기 위해서 다음과 같이 정의되는 목적함수를 이용한다.

$$\epsilon = \sum_{i=1}^N \phi_i^T(a) \lambda \phi_i(a) \quad (3-4)$$

여기서,  $\phi(a) = X_c(t_i; a) - X_e(t_i)$   $(3-5)$

$A$  : 대각선 요소를 갖는 가중치 행렬

이제, 최적의 계수벡터  $a^*$ 은 식(3-4)로부터  $a$ 에 대한 오차함수의 미분치가 아래와 같이 영이되어야 한다.

$$\left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial a} \right\}_{a=a^*} = 0 \quad (3-6)$$

$a$ 에 대하여 식(3-4)를 미분하게되면

$$\left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial a} \right\} = 2 \sum_{i=1}^N (J_i)^T A (J_i) \quad (3-7)$$

여기서,  $J_i = \partial \phi_i / \partial a = \partial X_c(t_i; a) / \partial a$ 로 정의되는 자코비안 행렬(Jacobian Matrix)이다.

운동방정식(3-1)에서 비선형 형태의 벡터 함수  $f$ 는 유체계수벡터  $a$ 를 이용해서 식(3-7)의 기울기 벡터 해를 정확히 구할 수가 없다.

그래서, 자코비안 행렬  $J_i$ 의 결정을 위한 보조방법이 제안되어야 한다.  $a$ 에 관한 방정식(3-1)의 미분은 결국 변분문제(Variational Problem)가 된다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial X}{\partial a} \right) = \left( \frac{\partial f}{\partial X} \right) \left( \frac{\partial X}{\partial a} \right) + \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right) \quad (3-8)$$

여기서  $\left( \frac{\partial X}{\partial a} \right)_{t=0} = 0$  이다.

주어진 유체계수 벡터  $a$ 에 대하여  $t=0$ 에서  $t=t_N$ 까지 식(3-1)과 식(3-8)을 동시에 적분함으로서 다음과 같은 함수를 생성시킨다.

$$X_c(t; a), \quad \frac{X_c(t; a)}{\partial a} \quad (3-9)$$

함수(3-9)를 식(3-7)에 대입시키면 현재의 값  $a$ 에서 기울기

벡터의 성분을 결정할 수 있다.

$a$ 에 관한 기울기벡터 식(3-7)의 테일러 급수를 이용한 전개식은 식(3-10)과 같고 이식은 수정시  $\Delta a$  계산을 위한 방정식을 제공한다.

$$0 = \left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial a} \right\}_a + \left[ 2 \sum_{i=1}^N (J_i)^T A (J_i) \right]_a \Delta a \quad (3-10)$$

이 방법이 전형적인 최소자승법인 뉴튼-랩슨법(Newton-Raphson Method)이다.

또 다른  $\Delta a$ 의 결정방법은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$0 = \left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial a} \right\}_a + \lambda \Delta a \quad (3-11)$$

이 방법은 수정치가 기울기벡터의 방향이 최소화되게 하는 방법으로서 최대 경사법(Steepest Descent Method)으로 알려져 있다.

초기조건에 민감하지 않은 최대경사법과 수렴성이 좋은 뉴튼-랩슨법을 이용하여 수정된 최소자승법을 구하기 위하여 식(3-10)과 식(3-11)에 의해 예측되는  $\Delta a$ 의 증첩을 다음과 같은 형태로 구성할 수 있다.

$$0 = \mu \left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial a} \right\}_a + \left[ 2 \sum_{i=1}^N (J_i)^T A (J_i) + \lambda I \right]_a \Delta a \quad (3-12)$$

여기서  $\mu$ 는 수정치의 크기를  $\lambda$ 는 기울기 방향을 조절한다.

초기 추정치에서  $a^*$ 로 수렴하기 위해서는 식(3-12)의  $\mu$ 와  $\lambda$ 의 값을 적절하게 선정해야 한다.

$\Delta a$ 를 결정하는데 사용되는 수정요소는 다음과 같다.

$$\lambda = \max_{1 \leq k \leq n} \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial a_k} \right| \quad (3-13)$$

$$\mu = \begin{cases} 0.5, & \lambda > 1 \\ \frac{1}{1+\lambda}, & \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (3-14)$$

위에서 제안한 최적화 절차는 식(3-12)의 예측에 의한  $a$ 의 수정값으로 식(3-1)과 식(3-8)을 연속적으로 적분함으로서 얻어진다.

#### 4. 유체계수 식별법의 실선적용

##### 가. 개요

본 연구에서 개발된 유체계수 식별 알고리즘의 주요적용목적인 수중운동체의 자동심도 제어시스템은 연직면(Heave-Pitch)에서의 운동이 지배적이므로 수중운동체의 운동을 연직면 2자유도 운동만 고려하여 모델링 하였다.

즉, 유체계수 식별을 위한 알고리즘 수행시 사용된 가정은 다음과 같다.

○ 수면상의 운동은 존재하지 않는다. 즉  $v=0, p=0, r=0$

○ 추력벡터는  $x$ 축 방향으로 작용하며, 항력을 같다.

○ 전진방향 속도는 일정하고, 공격각은 매우작다.

수중운동체의 선미타 제어면각을 입력으로 연직면에서 지그-재그(Zig-Zag)조종에 의한 속도, 심도, 자세각, 타각의 실선시험 데이터를 측정치로 사용하였다. 수정된 최소자승법을 이용하여 설계된 유체계수 식별 알고리즘으로 수중운동체의 유체계수를 식별하고, 실선시험 궤적과 비교하여 개발된 알고리즘의 실험적 검증을 수행하였다. 또한 PMM계수[2]를 이용한 궤적과도 비교/분석 하였다. 마지막으로 식별된 유체계수로 자동심도 제어기를 수정 설계하여[3] 성능향상으로 그 유용성을 입증하였다.

본 연구에서 제안한 유체계수 식별 알고리즘은 유체계수를 추정하기 위해 PC-386을 사용하였으며, 사용한 컴퓨터 언어는 포트란(Fortran)77이다. 수중운동체의 유체계수 식별 절차는 그림4-1과 같다.

## 나. 실선시험 궤적과 수정된 최소자승법으로 추정된 계수를 이용한 궤적비교.

뉴튼-랩슨법과 최대경사법을 이용한 수정된 최소자승법으로 설계된 유체계수 식별 알고리즘에 의해 추정된 유체계수는 초기조건에 민감하지 않고, 수렴성이 좋았다.

특히, 이 방법은 속도성분( $\dot{z}, \dot{\theta}$ ) 없이 변위성분( $z, \theta$ )만으로 유체계수 추정이 가능하였고, 결과궤적도 실선궤적과 비교하여 상당히 잘 맞았다. 그림4-2에 궤적비교가 나타나 있다.

이 방법으로 유체계수를 추정함에 있어서는 정확한 측정데이터가 필요하고 또한 식(3-12)에서의  $\mu$ 와  $\lambda$ 값의 적절한 크기 조절이 필요하다.

## 5. 실험적 검증

제안한 방법으로 식별된 유체계수의 유용성을 입증하기 위하여 수중운동체의 자동심도 제어기에 적용하여 그 성능을 시험평가해 보았다. 수중운동체의 자동심도 제어시스템의 성능시험 결과는 그림5-1과 같다.

PMM 계수값을 이용하여 설계된 자동심도 제어기는 심도유지 기능이 불안정하였으며, 특히 크고 급격한 선미타각의 작동으로 인하여 심한 소음이 발생하였다. 식별된 유체계수를 이용하여 수정 설계된 자동심도 제어기는 심도 유지성능이 매우 향상되었으며, 특히 크고 급격한 선미타각의 움직임이 평활한 작동으로 개선되었다.

## 6. 결론

본 연구에서는 연직면(Heave-Pitch)상에서의 수중운동체의 유체계수를 추정할 수 있는 유체계수 식별 알고리즘을 유도하였으며, 실선 시험을 통하여 그 효용성을 검증하였다.

실선에 장착된 자동심도 제어장치의 성능시험 결과 기존 PMM방법에 의한 유체계수 값에 비하여 본 연구에서 제안한 식별법과 수중운동체의 실선시험 데이터에 의하여 추정된 유체계수 값이 보다 정확함을 알 수 있었으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 제안된 수정된 최소자승법으로 설계된 유체계수 식별 알고리즘에 의하여 추정된 계수를 이용한 궤적은 수중운동체의 실선시험 궤적에 비교적 잘 추종했다. 특히 이방법

은 속도성분 없이 변위성분만으로도 유체계수의 추정이 가능하였으며 초기조건에도 비교적 민감하지 않는 것으로 나타났다. 그러나 이방법으로 정확한 유체계수를 식별하기 위해서는 수정치의 크기와 기울기 방향의 결정요인인  $\mu$ 와  $\lambda$ 값의 선정이 중요하고, 데이터 측정을 위한 정밀한 계측센서가 필요하다.

- 식별된 유체계수의 유용성을 실험적으로 검증하기 위하여 PMM값을 이용하여 설계된 자동심도제어기와 유체계수 식별 알고리즘으로 식별된 계수값을 적용하여 수정 설계된 자동심도 제어기와의 심도유지 제어성능 시험을 수행한 결과 제안된 자동심도 제어기가 심도 유지성능이 우수함이 입증되었다.

결론적으로 본 논문에서 제안한 유체계수 식별 알고리즘은 수중운동체의 변위성분 측정만으로 연직면 상에서의 유체계수 추정이 가능하며, 수중운동체 자동심도 제어장치의 성능 개선 및 조종훈련 장비의 리얼리즘 향상등에 유용하게 활용될 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌

- [1] Morton Gertler and Grant R. Hagen, "Standard Equations of Motion For Submarine Simulation", Naval Ship Research and Development Center, Washington, D.C., 1967
- [2] 양승일외 3명, "PKM(ㄷ)저항조종모형시험보고", SENP -413 -87074c, 국방과학연구소, 1987
- [3] 최종락외 3명, "수중합 자동심도 제어시스템 설계연구", NSRD-513-90472, 국방과학연구소, 1990

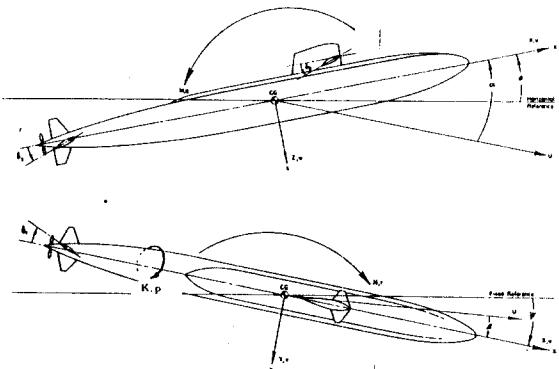


그림2.1 수중운동체의 운동좌표계

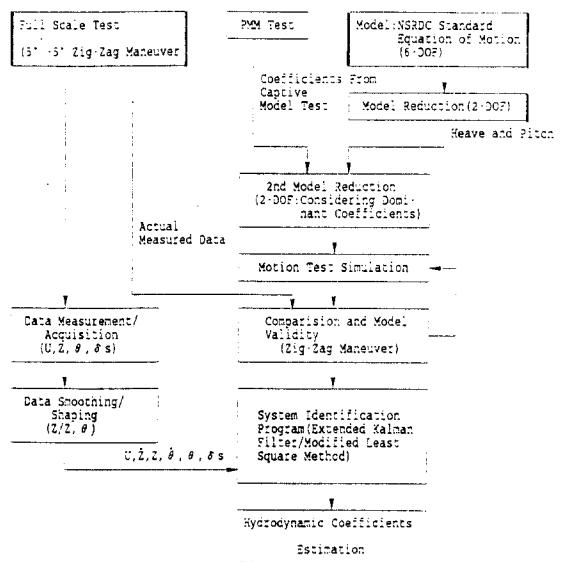


그림4.1 수중운동체 유체계수 식별 절차

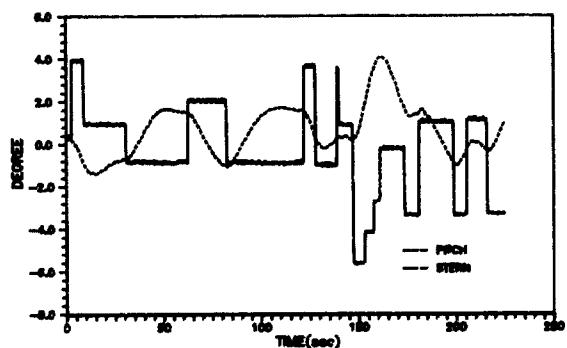
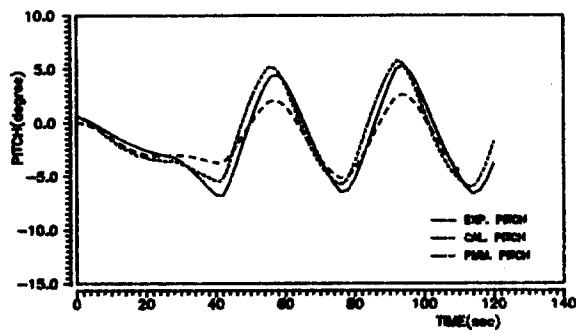
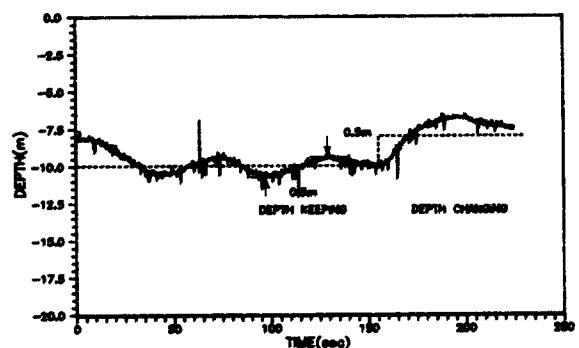
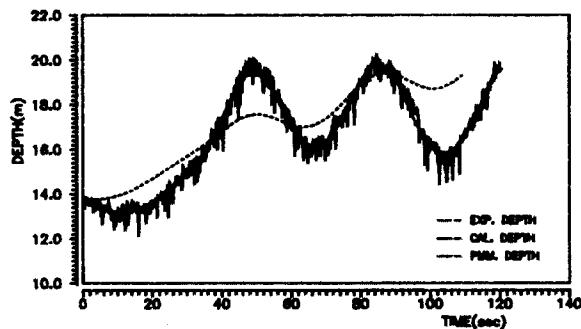


그림4.2 추정 깨적과 실선시험 깨적의 비교

그림5.1 수중운동체 자동심도제어시스템의 성능시험 결과