

# 다층 신경회로망 기법을 이용한 하이드로포밍 공정의 성형압력곡선추정

°현 봉 섭° 김 재 선\*\* 조 형 석\*\*

\*한국과학기술연구원 \*\*한국과학기술원 정밀공학과

## Multi-layered neural network-based pressure curve estimation for hydroforming

°B. S. Ilyun° J. S. Kim\*\* H. S. Cho\*\*

\*Korea Institute of science and technology

\*\*Dept. of Precision Engineering, KAIST

### ABSTRACT

For hydroforming process, determination of back-up fluid pressure in chamber is one of the most essential tasks. In this paper, we present a back-up pressure estimation system which estimates the back-up pressure of hydroforming process utilizing a multi-layered neural network. The neural network learns the nonlinear relation ship between the back-up pressure and the geometric state variables of hydroforming process. The proposed method does not necessitate sophisticated analysis on hydroforming process but some geometric intuition. The experimental results show that the nueral network well approximates the nonlinear relationship between the back-up pressure and the geometric state variables of hydroforming process, thus giving the good estimation of bac-up pressure vs punch stroke curve.

기술적으로 충분히 해결되지 않은 문제들이 있는데, 그 중 하나가 성형 공정중 챔버내의 유체압력을 설정하는 문제이다. 챔버내의 유체 압력(이하, 성형 압력)은 하이드로 포밍 공정의 성패를 좌우하는 가장 중요한 변수중 하나이다. 일반적으로 성형압력이 충분하지 못할 경우에는 제품의 표면에 주름이 잡힐 요철이 발생하며(wrinkling), 반대로 성형압력의 크기가 너무 클 때는 크랙과 같은 조기 파열(tearing)이 발생한다[1][2]. 따라서 이러한 주름이나 파열이 발생하지 않고 두께가 균일한 양질의 제품을 얻기 위해서는 이 중간 영역의 적절한 성형압력이 필요하다. 그림 2와 그림 3는 각각 요철과 파열이 발생한 제품의 일례를 보여준다.

이러한 성형공정에 요구되는 성형압력을 성형공정전에 미리 추정, 계획하기 위한 가장 고전적인 방법으로서 수많은 반복 실험을 통한 시행착오적 추산 방법을 들 수 있다. 그러나 이방법은 제품의 종류나 작업환경이 바뀔 때마다 새로운 실험을 반복하여야 하므로 실용적인 면에서 많은 제약이 따른다. 근래에 와서는 성형공정의 소성학적 해석을 통하여 성형압력

### 1. 서 론

하이드로 포밍 공정은 연질다이의 역할을 하는 가압된 유체 속으로 펀치를 밀어올려, 펀치와 유체사이에는 박판 블랭크를 펀치 모양으로 소성가공하는 성형기술이다. 그림 1은 하이드로 포밍공정이 일어나는 작업영역의 단면을 보여준다. 성형공정시 챔버내에 저장되어 있는 유체는 성형전에 미리 설정되어 있는 압력으로 가압되고, 펀치와 탄성박막 다이어후레임(고무) 사이에 놓인 피가공 블랭크는 가압된 유체의 백업압력과 펀치의 추력을 받아 펀치의 윤곽을 따라 펀치를 감싸면서 성형된다. 일반적으로 하이드로 포밍 공정은 드로잉비(drawing ratio)를 크게 할 수 있고, 펀치의 마모가 적으며, 복잡한 형태의 다이가 필요없으므로 종래의 대표적인 성형기법인 하드다이 드로잉 공정에 비하여 생산가격이 저렴할 뿐더러, 항공기 산업 분야에서 요구되는 두께가 비교적 균일한 고급제품을 용이하게 생산할 수 있으므로 다양한 산업 분야에서 응용범위가 증대되고있다.

이와같은 하이드로 포밍 공정의 많은 장점에도 불구하고

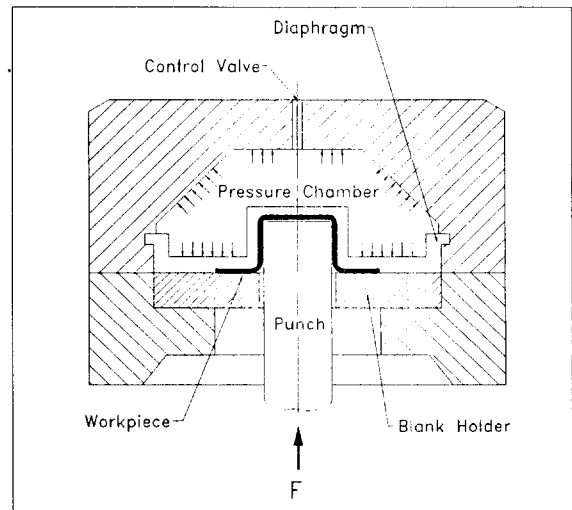


Fig.1 Schematic diagram for the hydroforming process

과 재료의 성질(항복응력, 가공경화지수 등) 및 제품의 기하학적 모양(드로잉비, 제품의 두께 등)과의 관계식을 정립함으로써 해(성형압력)를 구하려는 시도가 많은 연구자들에 의하여 수행되어 왔다[1-11]. Tirosh[3]는 최초로 성형공정의 소성학적 해석을 통하여, 재료의 성질과 제품의 기하학적 모양으로부터 성형압력을 계산할 수 있는 관계식을 정립하였다. 그는 성형공정중 성형압력을 계속적으로 변화시키면서 제품의 두께 변화를 최소화하려 시도하였다. Yossifin[2]은 성형시 조기 박클링의 발생을 억제하는데 목표를 두어 펀치 스트로크 대 성형압력곡선을 구하였다. 이들의 연구는 축대칭 모양의 펀치형상을 갖는 공정에 대해서만 해석 결과를 보여 주었으므로 임의 형상의 제품을 성형하는데는 적용상 제한이 따른다.



Fig. 2 Wrinkling이 일어난 제품

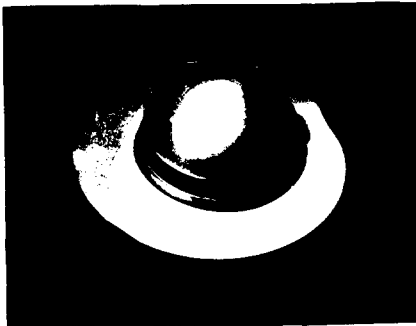


Fig. 3 Tearing이 일어난 제품

Noh[4]는 이들의 연구를 확장하여 정다각주 모양의 펀치를 갖는 공정에 대하여 성형압력 곡선을 추정하는 방법을 제안하였다. 이와같은 종래의 연구는 성형압력과 이에 영향을 미치는 매개변수로 인정되는 재료의 성질 및 제품의 기하학적 변수사이의 일반적인 관계식의 정립이 목표였다. 그러나 종래의 어느 방법도 이들간의 일반적인 관계식을 명확히 정립하는데 실패하였고, 대부분의 시도가 case by case로 공정의 기하학적 변수(특히, 펀치의 형상)에 따라 제한된 관계식의 정립에 그쳤다. 또한 정립된 관계식이 실제의 성형공정과 다른 이상화 모델로부터 도출된 것이므로, 모델링 어려에 따르는 오차를 배제할 수 없는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 챔버내의 성형압력을 추정하는데 있어, 상기한 종래 기법의 단점을 극복하기 위하여 지도학습능

력을 갖는 다층신경회로망 기법을 이용한다. 신경회로망의 지도학습능력은 성형공정의 정확한 소성학적 모델을 요구하지 않으므로, 성형압력 추정시 공정의 모델링 어려에 의한 오차를 배제할 수 있다. 또한 본 연구에서는 다양한 펀치 형상 및 크기, 드로잉비를 갖는 성공적인 하이드로 포밍 공정(제품 두께의 균일성을 기준으로 함)들로부터 실험적으로 취한 데이터를 지도학습을 위한 학습샘플로 사용하였으므로, 펀치형상과 크기 및 드로잉비의 변화에 대응하여 자율적으로 성형압력을 추정할 수 있게 한다.

본 연구에서 제안된 방법의 성형압력 추정 성능을 검증하기 위하여 많은 실험을 수행하였다. 실험 결과는 펀치의 형상 변화 및 펀치의 크기, 드로잉비의 변화에 대하여 학습된 신경회로망이 자율적으로 대응하여 적절한 성형압력을 추정할 수 있음을 보여준다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 2장에서 하이드로 포밍 공정의 이론적 배경에 대해서 기술하고, 3장에서는 성형압력의 추정을 위한 신경회로망 기법을 제안하고, 4장에서는 제안된 기법의 성능을 검증하기 위한 실험 및 실험결과에 대하여 서술하였다. 마지막으로 4장에서는 본 연구 내용의 결론을 포함한다.

## 2. 이론적 배경

그림 4는 단면이 원인 펀치가 균일한 속도  $U_0$ 로 상승할 때, 블랭크의 소성 변형 영역(속도 불연속면)을 단순화한 모델이다. 소성 변형 영역에 있어서 유도된 동적 허용 속도장  $U^*$ 로부터 이에따른 동적 허용 변형도를  $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ 에 결정되며 이때 이 변형도율장  $\dot{\epsilon}_{ij}^*$ 에 상응하는 항복 응력장  $\sigma_{ij}^*$ 는 실제의 응력장  $\sigma_{ij}$ 와 최소 일 원리(Complementary minimum energy principle)에 의해 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* \leq \sigma_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* \quad (1)$$

식 (1)을 적분하고 발산정리(divergence theorem)를 적용하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\int_{S_u} T_i U_i^* dS_u \leq \int_V \sigma_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* dV - \int_{S_T} T_i U_i^* dS_T \quad (2)$$

여기서 왼쪽항은 속도가 정의된 경계면( $S_u$ )에서 작용하는 표면력  $T_i$ 에 의해 외부에서 가해진 외부일률(external work rate)이며 오른쪽 첫번째항은 내부 변형 에너지율(internal deformation energy rate)이고 두번째항은 다음과 같은 에너지율로 구성된 손실 에너지율이다.

- ① 펀치면에 직접 가해지는 압력에 의한 손실 에너지율,  $W_p$
- ② 블랭크의 플랜지면과 다이면 사이의 마찰에 의한 손실 에너지율,  $W_f$
- ③ 속도 불연속  $\Delta U^*$ 에 의한 손실 에너지율,  $W_r$

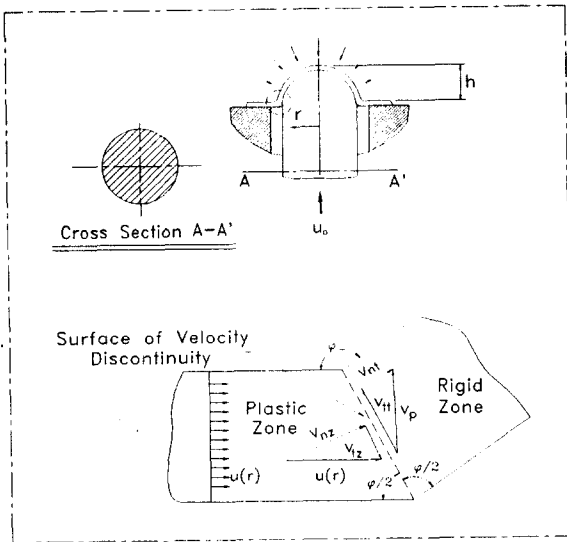


Fig. 4 Surface of velocity discontinuity

펀치의 추력을 F라 하고  $S_u$ 에 작용하는 균일한 속도  $U_0$ 가 F의 방향과 같다고 정의하면 식 (2)는 다음과 같이 된다.

$$F \leq (1/u_0) \left( \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{S_r} K \Delta U_i^2 dS_r - \int_{S_p} (-p) U_i^2 dS_p + \int_{S_f} f U_i^2 dS_f \right) \quad (3)$$

여기서 K는 항복응력이고 f는 쿨롱 마찰 응력이다. 이 식은 간단히

$$F \leq (1/u_0) (\dot{W}_i + \dot{W}_r + \dot{W}_p + \dot{W}_f) \quad (4)$$

로 표현된다. 한편 블랭크의 투영면적을  $A_n$ 이라 할때 펀치의 추력 F(h)와 성형압력 P(h)는

$$F(h) \leq P(h) A_n(h) \quad (5)$$

의 관계가 있다. 또한 쿨롱 마찰 응력 f는

$$f = \mu P \quad (6)$$

이므로 식 (3)과 식 (5)로부터

$$P(h) = \left( \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{S_r} K \Delta U_i^2 dS_r \right) / (U_0 A_n - \int_{S_p} U_i^2 dS_p - \mu \int_{S_f} U_i^2 dS_f) \quad (7)$$

플랜지면  $S_p$ 에 작용하는 변형의 법선성분을 무시하면 식(7)은 다음과 같이 된다.

$$P(h) = \left( \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{S_r} K \Delta U_i^2 dS_r \right) / (U_0 A_n - U_0 A_p - \mu \int_{S_f} U_i^2 dS_f) \quad (8)$$

상기식으로부터 성형압력 P(h)는 다음과 같은 인자들이 주어 진다고 할 때 수치해석법에 의하여 계산될 수 있다.

- ① 재료의 응력대 스트레인 관계 및 마찰계수
- ② 공정의 기하학적 변수(펀치의 형상, 재료의 크기 및 두께)
- ③ 속도 불연속면의 변형도를
- ④ 속도 불연속면의 변형속도

일반적으로 ②항을 제외한 나머지 항의 인자들을 직접적으로 정확히 추산하기는 매우 힘들다. 특히 ③, ④항의 인자에 대한 관계식을 구하기 위하여 대부분의 연구자들은 다음과 같은 기본 가정으로 성형공정 모델을 이상화 하였다. 첫째로 성형공정중 블랭크의 두께변화는 없다. 둘째로 다이면과 다이면 위로 솟은 펀치가 만나는 부위의 블랭크는 그림 4와 같이 예리하게 꺾여 속도 불연속면을 이루고 있다. 셋째로 펀치 면을 따라 성형이 완료된 블랭크 부분은 더 이상의 추가적 소형 변형이 없이 펀치와 일체이다. 그림 5는 이와같은 가정의 타당성을 조사하기 위하여 실시한 타인형 펀치를 갖는 실제 하이드로포밍 실험에서 나타난 블랭크의 단면 형상 변화를 보여 준다. 그림에서 보듯이 다이면과 펀치가 접하는 부분에서의 블랭크의 형상변화가 가정과 같이 예리한 속도 불연속면을 이루고 있지 않음을 알 수 있다. 따라서 이러한 부정확한 가정 하에서 구해진 성형압력은 실제의 요구 성형압력과 많은 오차를 가질 수 밖에 없다. 결국 좀 더 정확한 성형압력의 추정을 위해서는 성형압력 추정을 위한 상태변수로서 불확실하거나 ①항) 부정확한 가정하에서 유도된 인자(③, ④항)들이 배제되고, 성형공정중 명확히 알 수 있는 기하학적 공정 변수인 ②항의 인자들만이 요구된다. 그러나 어떠한 해석적인 방법으로도 펀치의 형상, 블랭크의 크기 및 두께와 같은 공정의 단순 기하학적인 상태변수만을 변수로 하는 성형압력의 관계식을 유도하기는 불가능해 보인다. 다음절에서는 공정의 기하학적 상태 변수만으로 부터 성형압력을 추정할 수 있는 신경회로망 기법에 대하여 설명한다.

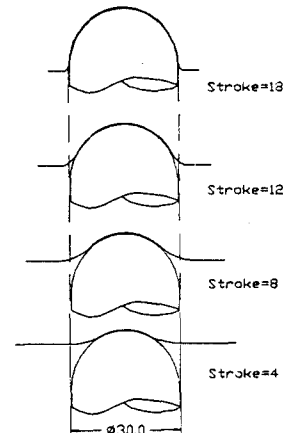


Fig. 5 Hydroforming중 blank의 단면형상변화

### 3. 성형압력추정을 위한 신경회로망

본 연구에서는 하이드로 포밍 공정중 챔버내의 성형압력을 추정하기 위해서 지도학습 능력이 있는 다층 신경회로망을 이용한다. 신경회로망은 단순히 펀치의 형상 및 블랭크의 크기에 관련된 공정의 기하학적 상태변수들로부터 대응되는 성형압력을 추정한다.

#### 3.1 기하학적 상태 변수

신경회로망의 입력으로 사용된 공정의 기하학적 상태 변수는 앞 절에서 기술한 소성학적 해석결과를 토대로 다음과 같은 발전적 경험론에 의하여 추산될 수 있다. 식 (3)을 참조하면 블랭크의 성형과정중 외부에서 가해진 에너지는 블랭크의 플랜지 부위에서 라디얼 방향으로 이루어지는 소성 변형 에너지 및 다이와 펀치의 접촉부위에서 일어나는 전단 에너지, 다이와 블랭크 사이의 마찰에너지, 펀치면에 직접 가해지는 압력에 의한 손실등으로 변환됨을 알 수 있다. 따라서 이러한 에너지간의 변환비율이 적절한 균형을 이룰때 두께가 균일한 양질의 제품이 형성되게 됨을 미루어 짐작할 수 있다. 이로부터 주어진 두께를 갖는 동종의 재료로 만들어진 블랭크에 대하여 에너지의 변환이 발생하는 부위의 기하학적 파라메타(즉 블랭크의 면적  $A_b$ , 플랜지의 면적  $A_r$ , 다이와 펀치의 접촉각 Angle, 다이와 블랭크의 접촉면적  $A_p$ , 펀치의 투영면적  $A_p$ )가 주어지면 각 에너지간 변환 비율의 균형을 이룰 수 있는 챔버내의 성형 압력을 추정할 수 있음을 알 수 있다. 결국 성형압력에 영향을 주는 기하학적 상태 변수는 상기한 5가지 변수인 블랭크의 면적  $A_b$ , 플랜지의 면적  $A_r$ , 다이와 펀치의 접촉각 Angle, 다이와 블랭크의 접촉면적  $A_p$ , 펀치의 투영면적  $A_p$ 로 추산된다. 그림 6은 신경회로망의 입력으로 사용된 기하학적 상태 변수를 보여준다.

#### 3.2 다층 신경회로망

다층신경회로망은 입력패턴과 목적출력 패턴의 쌍으로 이루어진 유한개의 샘플패턴을 학습하므로써 임의의 입력패턴과

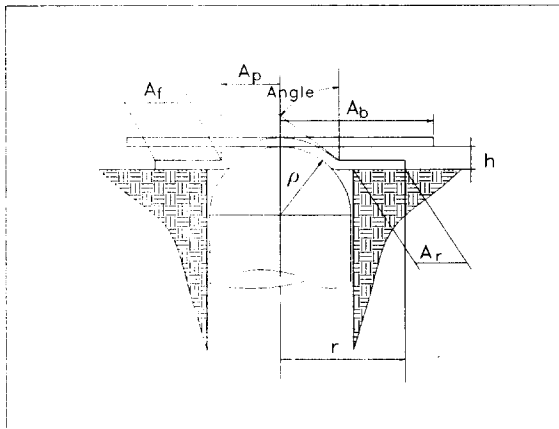


Fig. 6 Geometric state variables for the hydroforming process

출력패턴간의 대응(mapping)관계를 근사 구현한다. 본 연구에서 사용된 다층 신경회로망의 입력 S는 앞 절에서 기술한 5가지의 기하학적 상태 변수이고, 출력 P는 챔버내의 성형압력이다.

$$S = \{ A_b, A_r, A_r, A_p, \text{Angle} \}$$

$$P = \{ \text{Pressure} \} \quad (9)$$

신경회로망은 입력패턴 S로 부터 출력 P로의 대응관계를 자율적으로 구현한다.

$$P = NN(S) \quad (10)$$

여기서 NN은 신경회로망에 의하여 구현된 대응함수이다. 그림7은 본 연구에서 사용된 신경회로망의 구조이다. 5개의 입력층 노드와 각각 20개 15개로 구성된 2개의 hidden 층 및 1개의 출력층 노드로 구성된다. 입력층에 있는 각 노드에는 5가지의 입력변수가 각각 입력되어 이웃한 층간의 각 노드사이를 연결하고 있는 가중치들 만큼 영향을 받아 변형된 입력값들을 출력층으로 전파시켜 최종적으로 추정된 성형압력을 출력층 노드로 출력한다. 이웃한 각 층의 노드를 연결하고 있는 가중치는 주어진 입력력 쌍의 학습을 통하여 조정된다.

본 연구에서 사용된 학습방법은 오차 역전파 방법(error back propagation method)이다. 오차 역전파 학습 알고리즘은 사용된 모든 학습샘플 K에 대한 오차의 제곱의 합 E가 감소하는 방향으로 노드간의 가중치를 조정한다.

$$E = \sum_k (P_{k_t} - P_k)(P_{k_t} - P_k)^T \quad (11)$$

여기서  $P_{k_t}$ 는 k 번째 학습샘플의 목적 성형압력이고,  $P_k$ 는 신경회로망에 의하여 추정된 성형압력이다. E가 충분히 작아 지도록 학습패턴을 충분히 학습한 신경회로망은 임의의 입력패턴 S에 대하여 자율적으로 성형압력 P를 추정한다.

#### 3.3 학습패턴

그림 8은 학습패턴을 위한 다양한 펀치의 형상을 보여준다. 펀치의 기존 형상을 타원형으로하여 타원의 축간 길이비를 5등분으로 변화시키므로써 펀치형상의 변화를 피하였다. 여기서

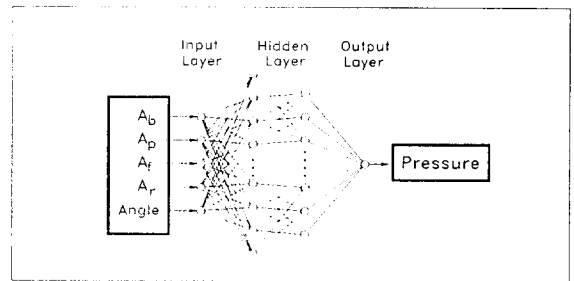


Fig. 7 Multi-layered feedforward neural network

타원의 높이 (단축 길이의 1/2)가 0인 펀치를 나타낸다. 학습패턴을 취하기 위하여 사용된 펀치는 지름이 30, 40, 50인 3 종류이다. 이와같은 펀치의 형상 변화의 다양한 공정조건의 변화에 대하여 신경회로망이 자율적으로 대응할 수 있도록 드로잉비를 1.5에서 2.1까지 4등분하여 변화시키면서 학습샘플을 취하였다. 이와같이 계획된 각 공정조건으로부터 예측된 성형압력 곡선을 따라 실제 실험을 통하여 제품을 성형하여 보고, 성형된 제품의 두께 변화가 작은 (재료 두께 5mm에 대하여 0.5mm 이하의 두께 변화)샘플을 취하여 그때 추정된 성형압력 곡선을 학습샘플로 선정한다. 학습샘플로 취하여진 완전성형 제품에 대하여 초기 펀치 스트로크에서 부터 2mm 단위로 입력변수인 5개의 기하학적 상태변수  $S_k$ 를 계산하고 이때 실험에 사용된 유체압력을 지도학습을 위한 목적압력  $P_k$ 로 하여  $k$ 번째의 학습패턴  $T_k$ 를 얻는다.

$$T_k = (S_k, P_k) \quad (12)$$

본 연구에서 위와같은 방법으로 취하여진 학습패턴의 갯수는 350개이다.

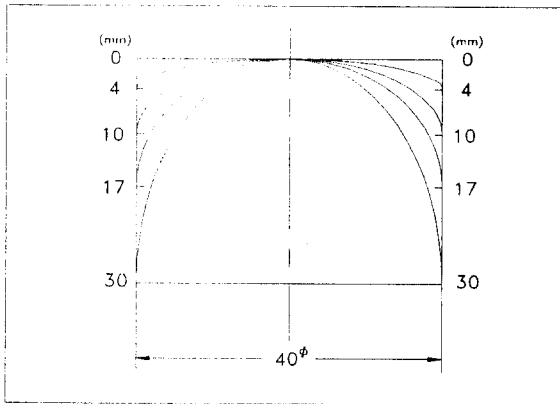


Fig. 8 Punch shapes used for the training

#### 4. 실험

본 연구에서 제안한 신경회로망 기법의 성형압력 추정 성능을 검증하기 위하여 펀치의 형상 및 크기, 드로잉비 등의 변화가 있는 여러 공정조건에 실험을 통하여 적용시켜 보았다.

##### 4.1 실험장치 및 실험방법

전체 실험장치는 박판을 실제 성형하는 하이드로포밍기와 하이드로포밍기내의 성형압력을 off-line으로 계산하여 하이드로 포밍기의 압력제어기에 기준입력으로 전송하고, 이를 기준으로 하여 챔버내의 성형압력을 제어하는 IBM-PC/AT 및 센서들로 구성된다. 사용된 센서들은 챔버내의 압력을 측정하기 위한 pressure transducer와 펀치와 부스터의 변위를 측정하기 위하여 2개의 potentiometer 등이다. 그림 9은 실험장치로 사용된 하이드로포밍기를 보여준다.

실험은 먼저 펀치의 형상 및 크기, 드로잉비와 같은 공정조건이 주어지면 이미 학습된 신경회로망을 이용하여 off-line

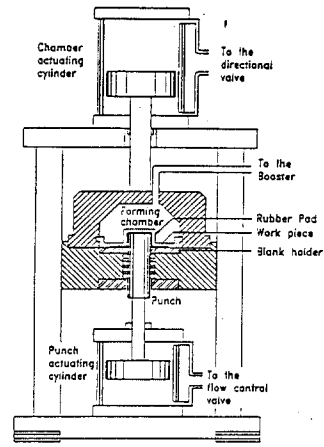


Fig. 9 Hydroforming machine

으로 펀치 스트로크대 성형압력을 구한다. 얻어진 펀치 스트로크대 성형압력은 귀환제어 구조를 갖는 비례 압력제어기에 의하여 추종된다. 성형제품의 양부는 성형이 완료된 후 제품의 두께변화를 측정하므로써 안정한다.

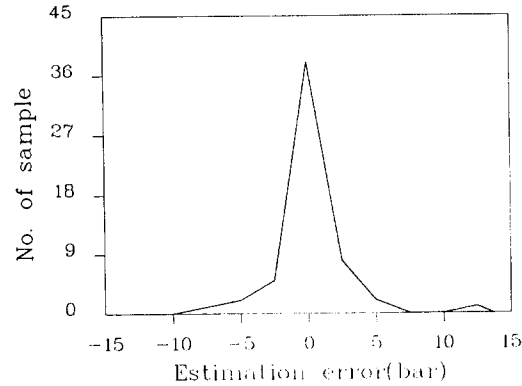
##### 4.2 실험결과 및 토론

학습을 위하여 취한 350개의 샘플 데이터중 일부를 학습에 사용하지 않고 제외시켜, 학습된 신경회로망의 압력추정 성능을 검증하기 위한 기준 데이터로 사용하였다. 그림 10는 샘플 데이터중 타원의높이가 10인 56개의 샘플이 제외되고 학습된 신경회로망으로부터 성형압력을 추정한 결과를 보여준다. 그림 10의 (a)는 추정오차의 두수분포이다. 추정오차는  $\pm 13\text{bar}$  이내에 존재하고 대부분의 샘플의 추정오차가 제로에 근사함을 알 수 있다. 그림 (b)는 펀치지름이 40이고 드로잉비가 17인 특정 공정조건에서 추정된 성형압력곡선과 실험에 의하여 얻은 목적압력곡선을 보여준다. (c)는 추정된 성형압력에 의하여 제품을 성형한 후 성형제품의 꼭지점으로 부터의 제품의 두께 변화를 보여준다. 제품의 두께 변화가 목적치인 0.05mm 이내에 있으므로 추정압력이 적절함을 보여준다. 그림 11은 샘플 데이터중 드로잉비가 1.9인 110개의 샘플이 제외되고 학습된 신경회로망으로부터 성형압력을 추정한 결과를 보여준다. 본 실험 결과를 종합하면 본 방법에 의하여 학습된 신경회로망은 펀치의 형상 및 드로잉비 등의 다양한 공정조건의 변화에도 자율적으로 대응하여 성형압력을 추정할 수 있음을 입증한다. 그림 12은 학습에 사용되지 않은 다양한 공정조건에서 성형한 제품의 외형을 보여준다.

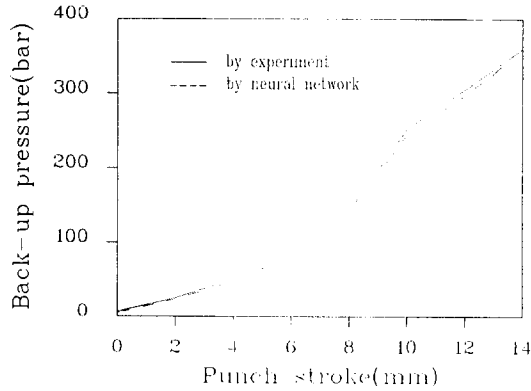
#### 5. 결론

본 연구에서는 신경회로망 기법을 이용하여 펀치 스트로크대 성형압력 곡선을 추정하는 유연성있는 압력추정 시스템을 제안한다. 신경회로망은 하이드로포밍 공정중의 플랜지의 면적, 펀치의 단면적, 다이와 블랭크의 접촉 면적 및 다이와 펀치가 만나는 점의 교각등과 같은 단순 기하학적 상태변수만으

로부터 성형실내의 성형압력을 추정한다. 실험 결과는 본 방법으로 추정된 압력으로 성형된 제품이 고품질 제품의 기본조건인 균일한 두께를 가져야 하는 조건을 만족시키므로 추정압력이 적절함을 보여준다. 또한 본 신경회로망 기법을 다양한 형성조건에 적용하여 본 결과 각각의 조건에 자율적 대응하는 능력의 우수성을 볼 수 있었다.



(a) Distribution of the estimation error



(b) Pressure vs Punch stroke curve for hydroforming process with punch diameter 40 and drawing ratio 1.7

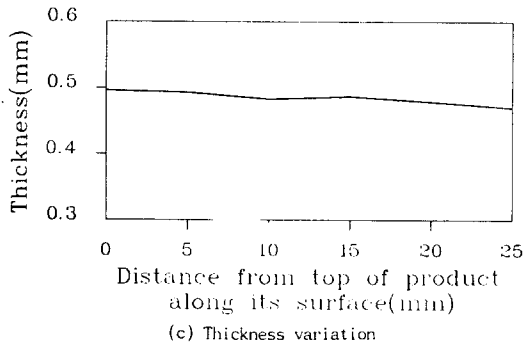


Fig.10 Estimation result of back-up pressure about the samples (height of ellipse=10)not used for the training

참고문헌

1. J. TIROSH, S.YOSSIFON, R.ESHIEL and A.BETZER, "Hydroforming process for uniform wall thickness products", ASME, J. Eng. Ind. 99, pp.685-691, 1977

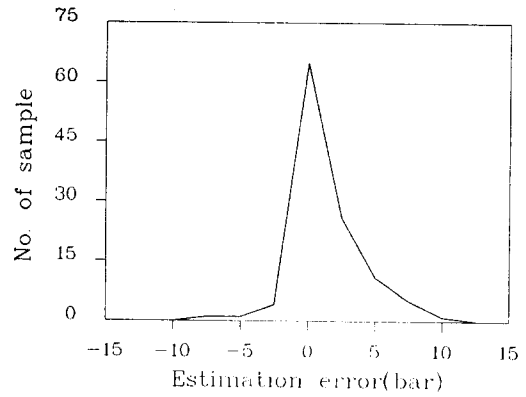


Fig.11 Estimation result of back-up pressure about the samples (drawing ratio=1.9 not used for the training)

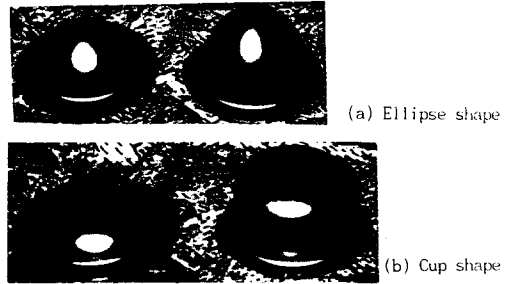


Fig.12 Several products

2. T.S.Noh and D.Y. Yang, "An analysis of hydroforming of regular polygonal boxes", Int. J. Mech. Sci, Vol. 29, No.2, pp. 139-148, 1987

3. O.V.Lay and O.Specht, "Hydrostatic Draw Tooling Applications and Design Within Hydroforming Machines" ASTM Paper No. MF-68, 1968.

4. I.Strombland, "Fluid Forming of Sheet Steel", Sheet Metal Industry, Vol.47, pp.41-54, 1978.

5. M.G. EL-SEBAIE and P.B. MELLOR, "Plastic instability condition when deep drawing into a high pressure medium", Int. J. Mech. Sci, 15, pp.485-501, 1973.

6. S. YOSSIFON, J.TIROSH and E. KOVHAVI, "On suppression of plastic buckling in hydroforming processes", Int. J. Mech. Sci, 26, pp.389-402, 1984.

7. S. YOSSIFON and J.TIROSH, "Buckling prevention by lateral fluid pressure in deep drawing", Int. J. Mech. Sci, 27, pp.177-185, 1985.

8. S. YOSSIFON and J.TIROSH, "Rupture instability in hydroforming deep drawing process", Int. J. Mech. Sci, 27, pp.559-570, 1985.

9. J.TIROSH and P. KONVALINA, "On the hydrodynamic deep drawing process", Int. J. Mech. Sci, 27, pp.595-607, 1985.

10. Y.KASUGA, N. NOZAKI and K. KONJO, "Pressure lubricated deep drawing", Bull. JSME 4, pp.394-405, 1961.

11. Y.KASUGA and S. TSUTSUMI, "Pressure lubricated deep drawing (conclusion)", Bull. JSME 4, pp.394-405, 1961.

12. I.F. COLLINS, "The upper bound theorem for rigid plastic solids generalized to include Coulomb friction", J.Mech.Phys.Solids 17, pp.323-338, 1969.