

수중환경에 적합한 방위각 추적 알고리즘

* 허용석 김인익 박상배 이균경
경북대학교 공과대학 전자공학과

Bearing Tracking Algorithm Appropriate for Underwater Environment

Yong Surk Hur In Ig Kim Sang Bae Park Kyun Kyung Lee
Dept. of Electronics Eng. Kyung Pook National University

Abstract

Bearing information of target is used critically for target tracking in underwater environment. In passive sonar, target bearing measurements are obtained by processing the acoustic signal emanating from the target. PDA tracking algorithm is usually applied in this case since bearing measurements have several peaks due to interference with other acoustic sources or reflections from underwater media.

In this paper, we propose a modified PDA algorithm adopting new probabilistic distributions of the number, position, and amplitude of peaks based on the analysis of real data. This algorithm is tested on real and artificially generated data. The computer simulation result shows improvement of the tracking performance.

1. 서론

일반적으로 수동형 소나(passive sonar)에서는 표적(target)이 발생시키는 음향신호의 상호상관관계(cross correlation)를 통하여 추정된 시간지연을 이용하여 방위각을 구해내며, 수중 환경에서의 방위각 측정치는 다른 음원이나 바다매질에 의한 반사등에 의해 여러 개의 첨두치를 포함한다[1]. 이들 첨두치들의 크기, 위치 및 게이트(gate)내에서의 개수 등에는 표적에 대한 정보가 포함되어 있다. 첨두치의 크기, 위치 및 개수에 대한 세밀한 확률분석을 통해 얻은 확률분포함수에 따라 방위각 추적 필터의 계수값을 모델링하면 추적 성능이 향상될 것이다. 따라서 본 논문에서는 수중신호의 확률분석을 통하여 수중 환경에 적합한 PDA필터를 개발한다.

PDA기법은 구조적으로 칼만필터기법과 유사하며, 측정게이트 내에서 문턱값을 넘어서는 측정치들을 확률적으로 융합하여 추정치를 구하는 기법이다[3, 4]. 이 기법은 기억용량이나 계산시간이 많이 소요되지 않으면서 추적성능은 우수하며, 다중표적을 추적할 수 있는 JPDA기법으로 쉽게 확장될 수 있다는 장점이 있다. Bar-Shalom 등이 제안한 PDA기법에서는 측정치들의 위치와 개수만을 이용하였지만 본 논문에서는 첨두치들의 위치와 개수 이외에 크기도 이용함으로써 훨씬 우수한 추적 성능을

기대할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 수중환경에서 배열센서로부터 받은 표적신호의 상호상관관계로부터 구한 첨두치들의 확률분포를 분석하였으며, 3장에서는 2장에서 분석한 확률분포에 근거한 새로운 PDA기법을 제안하였다. 4장에서는 이러한 확률분포에 따라 인위적으로 방위각 측정치를 만들어 낸 후, 이를 이용하여 3장에서 제안한 PDA기법의 추적성능을 조사하였다.

2. 확률분포 분석

일반적으로 수동형 소나에서는 그림 1과 같이 두 센서로부터 받은 표적신호의 상호상관관계를 통하여 추정된 시간지연을 이용하여 방위각을 얻어낸다[2]. 그러나 이러한 방위각 측정치는 수중에서 음향전달경로의 복잡성 및 측정 잡음등의 영향으로 인해 분산이 매우 큰 분포를 가지며 여러 개의 첨두치들을 포함한다[1].

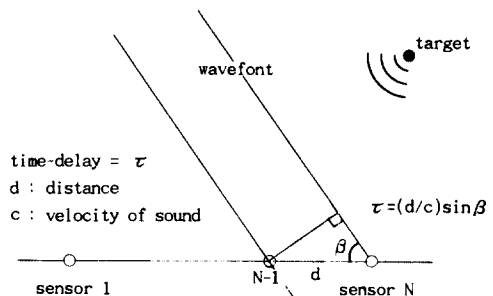


그림 1. 시간지연을 이용한 방위각 측정.

Fig. 1 Bearing measurement using time-delay

그림 2는 두 표적신호의 방위각에 대한 상호상관관계값과 100개의 샘플링구간 동안 그 값을 누적한 것이다. 각 표적의 게이트내에 문턱값(threshold)을 넘는 여러 개의 첨두치가 존재하며, 게이트 밖에도 여러 개의 첨두치들이 존재함을 알 수 있다. A는 상호상관관계값이 비교적 큰 궤적이며, B는 상호상관관계값이 작은 궤적이며, C는 배경잡음(background noise)이다.

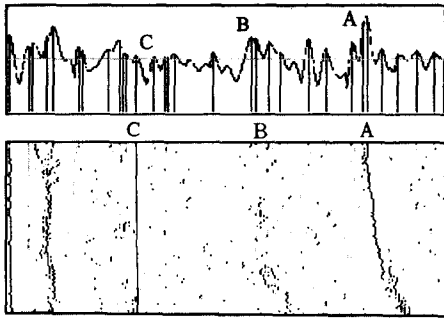


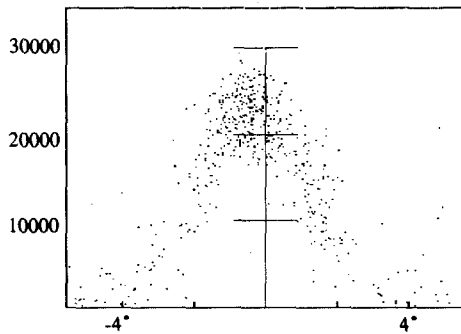
그림 2. 표적신호의 상호상관관계 및 누적한 것
 Fig. 2 Cross-correlation of target signal and its time history.

게이트내에 존재하는 첩두치들이 방위각 추적 필터의 입력으로 사용되기 때문에, 이러한 첩두치들의 통계적 특성을 정확하게 분석하는 것이 수중환경에 적합한 방위각 추적 필터를 개발하는 데 필수적이다. 주요한 확률분석의 대상은 게이트내에 존재하는 첩두치들의 위치 y , 크기 a , 개수 m 에 대한 확률분포와 첩두치들의 위치와 크기사이의 상관관계 등이다.

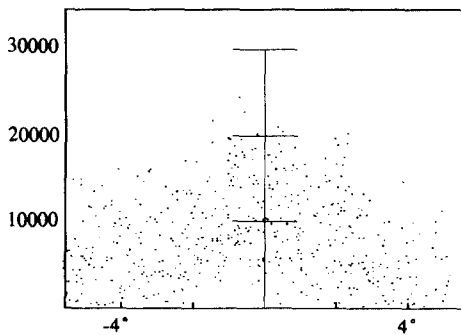
그림 2의 A, B, C에 대하여 이러한 확률분석을 하였으며 분석결과는 다음과 같다.

2.1 첩두치들의 위치와 크기 사이의 상관관계

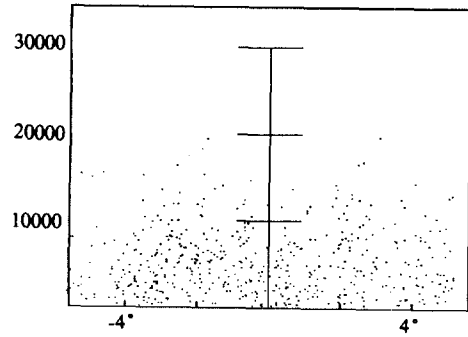
게이트내에 존재하는 첩두치들의 위치와 크기 사이의 상관관계는 그림 3과 같다.



(a) 상호상관관계값이 큰 궤적



(b) 상호상관관계값이 작은 궤적



(c) 배경잡음

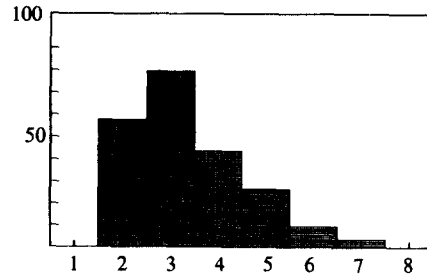
그림 3. 첩두치들의 위치와 크기사이의 상관관계
 Fig. 3 Correlation between position and amplitude of the peaks.

그림 3(a)의 경우 궤적의 중심부근에 크기가 큰 첩두치들이 집중되어 있으며, 그림 3(b)의 경우 이러한 집중 현상은 줄어들었으나 여전히 궤적의 중심부근에 큰 첩두치들이 많이 존재함을 알 수 있다. 그리고 그림 3(c)의 배경잡음의 경우 이러한 집중 현상이 거의 일어나지 않음을 알 수 있다. 그림 3의 결과를 종합하면 궤적의 중심에 가까울수록 첩두치들의 크기가 크다고 말할 수 있으며, 이는 큰 첩두치들이 표적에 대한 정보를 더 많이 갖고 있음을 나타낸다.

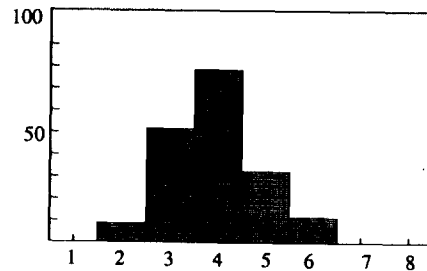
2.2 첩두치들의 개수에 대한 확률분포

게이트내에 존재하는 첩두치들의 개수에 대한 확률분포를 분석한 결과는 그림 4와 같다. 그림 4로부터 첩두치들의 개수에 대한 확률분포는 평균이 m 인 Poisson분포로 모델링할 수 있으며, 상호상관관계값이 큰 방위각 궤적일수록 평균값이 작아짐을 알 수 있다. 이것을 수식으로 표현하면 식 (1)과 같다.

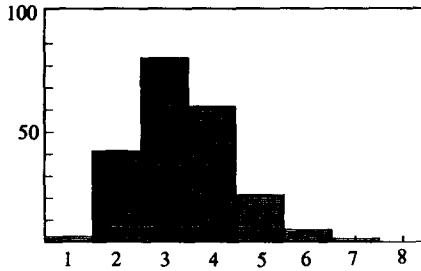
$$p(m) = e^{-m} \frac{m^m}{m!} \quad (1)$$



(a) 상호상관관계값이 큰 궤적



(b) 상호상관관계값이 작은 궤적



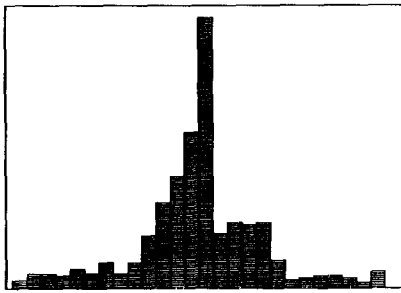
(c) 배경잡음

그림 4. 첨두치들의 개수에 대한 확률분포

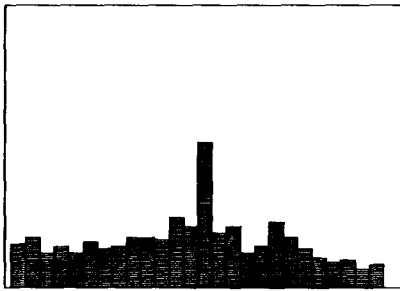
Fig. 4 Probabilistic distribution of the number of peaks.

2.3 첨두치들의 위치에 대한 확률분포

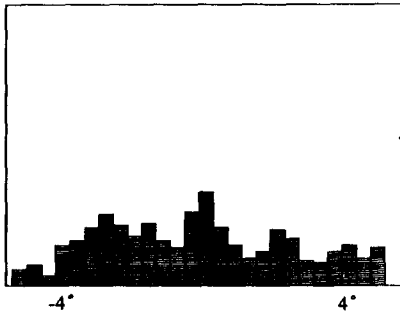
게이트내에 존재하는 첨두치들의 위치에 대한 확률분포를 분석한 결과는 그림 5와 같다.



(a) 상호상관관계값이 큰 궤적



(b) 상호상관관계값이 작은 궤적



(c) 배경잡음

그림 5. 첨두치들의 위치에 대한 확률분포

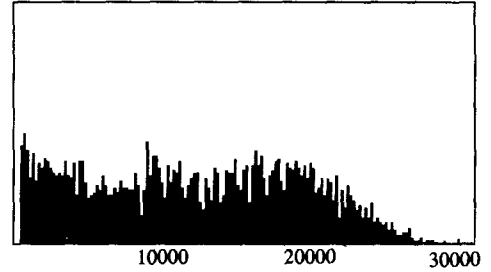
Fig. 5 Probabilistic distribution of position of the peaks.

그림 5(a)의 경우 확률밀도곡선은 궤적중심에 평균값을 갖고 분산이 작은 가우시안 분포를 나타낸다. 그림 5(b)의 경우 분산이 큰 가우시안 분포를 나타내며, 배경잡음의 경우 분산이 매우 큰 가우시안 분포, 즉 거의 균일한 분포를 나타낸다. 따라서 첨두치들의 위치에 대한 확률분포함수는 식 (2)와 같이 가우시안 밀도함수로 모델링할 수 있다.

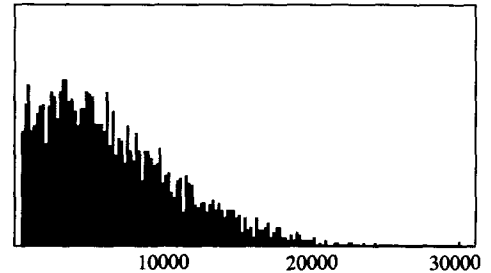
$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left[-\frac{(y - m_y)^2}{2\sigma_y^2}\right] \quad (2)$$

2.4 첨두치들의 크기에 대한 확률분포

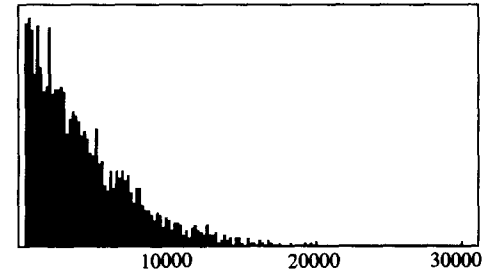
게이트내에 존재하는 첨두치들의 크기에 대한 확률분포를 분석한 결과는 그림 6과 같다.



(a) 상호상관관계값이 큰 궤적



(b) 상호상관관계값이 작은 궤적



(c) 배경잡음

그림 6. 첨두치들의 크기에 대한 확률분포

Fig. 6 Probabilistic distribution of amplitude of the peaks.

그림 6(c)의 배경잡음의 경우 큰 첨두치들은 거의 발생하지 않으며 크기에 대한 확률밀도함수는 지수밀도함수이다. 따라서 지수밀도함수를 갖는 크기가 작은 첨두치들은 배경잡음으로 간주할 수 있다. 그림 6(a)의 경우 첨두치들의 크기에 따라 두 부분으로 나누어 해석할 수 있다. 표적에 대한 정보를 포함하고 있는 크기가 큰 첨두치들에 대한 크기의 확률분포함수는 평균이 m_a 이고 표준편차가 σ_a 인 가우시안 분포이며, 배경잡음이 작은 첨두치들에 대한 확률분포함수는 지수분포(one-sided

exponential)이다. 따라서 문턱값을 적당하게 결정한다면 배경 잡음에 의한 영향을 줄일 수 있으며, 큰 침투치의 크기에 대한 확률분포함수는 식 (3)과 같이 모델링될 수 있다.

$$p(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a}} \exp\left[-\frac{(a - m_a)^2}{2\sigma_a^2}\right] \quad (3)$$

그림 6(b)의 경우 큰 침투치의 발생확률은 그림 6(a)보다 낮으며 배경잡음의 영향을 더 많이 받는다.

위의 네가지 경우에 대한 확률분석을 종합하면 다음과 같다. 게이트내에 존재하는 침투치들의 발생빈도수(확률)는 궤적의 중심에 가까울수록 높으며 그 크기 또한 궤적의 중심에 가까울수록 더욱 크다. 그리고 침투치의 개수 m 은 Poisson분포를 갖는다. 그러므로 침투치의 위치와 개수 뿐만아니라 그 크기도 추적 성능을 결정하는 데 중요한 요인이라고 결론 지을 수 있다. 따라서 위치와 개수 뿐만아니라 크기정보도 고려하여 추적 필터를 구성한다면 추적 성능이 향상되리라 예상된다.

3. 수중환경에 적합한 PDA 알고리즘

Bar-Shalom 등이 제안한 종전의 PDA필터는 문턱값을 넘어서는 침투치들의 위치와 개수 정보만을 이용했었다. 그러나 2장에서 확률분석결과에 따르면 침투치의 크기에도 표적의 정보가 포함되어 있기 때문에 이 장에서는 2장에서 분석한 확률분포에 근거하여 수중환경에 적합한 PDA기법을 유도한다.

필터의 상태벡터(state vector)는 식 (4)와 같이 아함에 대한 표적의 상대적 방위각(relative bearing) $\beta(k)$ 와 방위각의 변화를 $\dot{\beta}(k)$ 로 정의한다.

$$x(k) = \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \dot{\beta}(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

방위각의 변화율이 일정하다고 가정하면 방위각에 대한 상태 방정식과 측정방정식은 각각 식 (5)와 식 (6)과 같이 모델링될 수 있다.

$$x(k+1) = Fx(k) + w(k) \quad (5)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y(k) = Hx(k) + v(k) \quad (6)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

초기시간부터 k시간까지의 측정치 집합 Y^k 가 주어졌을 때 상태 벡터 $x(k)$ 에 대한 최적의 추정치는 식 (7)과 같은 조건부 기대치(conditional expectation)이며, 여기에 전체확률정리(total probability theorem)를 적용하면 식 (8)과 같이 전개할 수 있다.

$$\hat{x}(k|k) = E\{x(k) | Y^k\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k|k) &= \sum_{i=0}^m P\{\chi_i | Y^k\} E\{x(k) | \chi_i, Y^k\} \\ &= \sum_{i=0}^m \beta_i \hat{x}_i(k|k) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 χ_i 는 i 번째 측정치가 진측정치인 사건이며, β_i 는 i 번째 측정치가 진측정치일 확률로서 식 (9)와 같다.

$$\beta_i = P\{\chi_i | Y^k\} \quad (9)$$

그리고 $\hat{x}_i(k|k)$ 는 i 번째 측정치가 진측정치라고 가정하였을 때 상태벡터에 대한 추정치이며 식 (10)과 같다.

$$\hat{x}_i(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)\hat{y}_i(k) \quad (10)$$

$$\hat{y}_i(k) = y_i(k) - H\hat{x}(k|k-1) \quad i = 1, \dots, m$$

식 (9)에 베이시안 법칙(Bayesian rule)을 적용하여 전개하면 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} \beta_i &= P\{\chi_i | y_1(k), \dots, y_m(k), m, Y^{k-1}\} \\ &= \frac{p(y_1(k), \dots, y_m(k) | \chi_i, m, Y^{k-1}) P\{\chi_i | m, Y^{k-1}\}}{\sum_{i=0}^m (\text{numerators})} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 분자의 두번째 인수는 i 번째 측정치가 진측정치일 사전 확률(a priori probability)이며 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} P\{\chi_i | m, Y^{k-1}\} &= \frac{P_D P_G}{P_D P_G m + (1 - P_D P_G) CV}, \quad i = 1, \dots, m \\ P\{\chi_0 | m, Y^{k-1}\} &= \frac{(1 - P_D P_G) CV}{P_D P_G m + (1 - P_D P_G) CV} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 P_D 는 표적이 탐지될 확률이고, P_G 는 측정치가 게이트내에 존재할 확률이다. 그리고 C 는 클러터의 밀도이며 V 는 게이트의 크기이다.

식 (11)의 첫번째 인수는 i 번째 측정치가 진측정치라고 가정하였을 때 게이트내에 존재하는 m 개의 측정치들의 결합확률밀도(joint probability density)함수이다. 진측정치 $y_i(k)$ 에는 위치 정보뿐만아니라 크기정보도 포함되어 있기 때문에 $y_i(k)$ 의 확률밀도함수는 식 (13)과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} p(y_i(k)) &= p(\hat{y}_i(k), a_i) \\ &= p(\hat{y}_i(k) | a_i) p(a_i) \\ &= \frac{1}{P_G} N(\hat{y}_i(k); 0, \frac{\sigma_m^2}{\gamma a_i^2}) N(a_i; m_a, \sigma_a^2) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 a_i 는 측정치 y_i 의 크기이며, 식 (13)의 두번째 단계에서 첫번째 인수 $p(\hat{y}_i(k) | a_i, \chi_i, m, Y^{k-1})$ 은 그림 3(a)로부터 평균이 영인 가우시안함수로 정의할 수 있으며 그 분산은 a_i 에 반비례함을 알 수 있다. γ 는 y_i 와 a_i 의 관계를 결정하는 비례상수이다.

게이트내의 측정치들이 서로 독립적이라고 가정하고 클러터의 확률밀도함수가 게이트내에서 균일하다고 가정하면 식 (11)의 첫번째 인수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} p(y_1(k), \dots, y_m(k) | \chi_i, m, Y^{k-1}) &= \begin{cases} V^{-m+1} \frac{1}{P_G} N(\hat{y}_i; 0, \frac{\sigma_m^2}{\gamma a_i^2}) N(a_i; m_a, \sigma_a^2), & i = 1, \dots, m \\ V^{-m}, & i = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

식 (12)와 식 (13)을 식 (11)에 대입하여 약간의 대수연산을 하면 i 번째 측정치가 진측정치일 확률 β_i 는 식 (15)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{e_i}{b + \sum_{i=1}^m e_i}, \quad i = 1, \dots, m \\ \beta_0 &= \frac{b}{b + \sum_{i=1}^m e_i} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$b = \sqrt{2\pi} \frac{CV}{2} \frac{1 - P_D P_G}{P_D}$$

$$e_i = \exp\left[-\frac{\tilde{y}_i^2}{2\left(\frac{\sigma_m}{\beta_i}\right)^2 N(a_i; m_a, \sigma_a^2)}\right]$$

이다.

위에서 유도한 β_i 를 식 (5)에 대입하여 추정치 $\hat{x}(k|k)$ 를 구할 수 있으며, 제안한 PDA필터의 나머지 수식들은 기존의 PDA필터의 수식들과 동일하다.

이상의 결과를 종합하여 제안한 PDA필터의 알고리즘을 정리하여 쓰면 다음과 같다.

① 예측방정식(prediction equation)

$$\begin{aligned} \hat{x}(k|k-1) &= F\hat{x}(k-1|k-1) \\ P(k|k-1) &= FP(k-1|k-1)F^T \end{aligned} \quad (16)$$

② 칼만 이득 행렬

$$K(k) = P(k|k-1)H^T[H P(k|k-1)H^T + \sigma_m^2]^{-1} \quad (17)$$

③ 측정치 쇄신 방정식(measurement update equation)

$$\begin{aligned} \hat{x}(k|k) &= \hat{x}(k|k-1) + K(k)\tilde{y}(k) \\ P(k|k) &= P(k|k-1) - (1 - \beta_0)K(k)\sigma_m^2(k)K^T(k) \\ &\quad + K(k)\left[\sum_{i=1}^m \beta_i \tilde{y}_i^2(k) - \tilde{y}^2(k)\right]K^T(k) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $\tilde{y}(k)$ 는 가중합 이노베이션(weighted sum innovation)이며 식 (19)와 같다.

$$\tilde{y}(k) = \sum_{i=1}^m \beta_i \tilde{y}_i(k) \quad (19)$$

4. 컴퓨터 시뮬레이션

4장에서 첩두치들의 위치와 개수만을 이용한 기존의 PDA필터와 위치와 개수뿐만 아니라 크기까지 이용한 새로운 PDA필터의 성능을 비교 평가하기 위하여 인위적으로 만든 데이터와 실제 해상시험 데이터에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

4.1 인위적으로 만든 방위데이터

2장에서 분석한 확률분포에 근거하여 인위적으로 발생시킨 방위각 궤적은 그림 7과 같다.

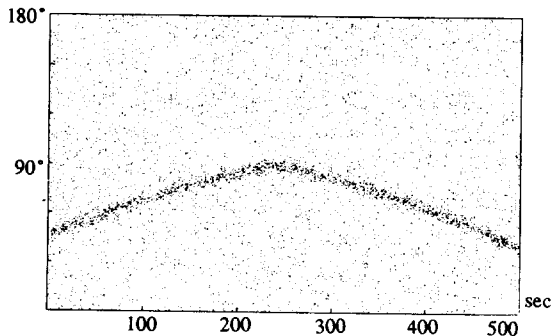


그림 7. 방위각 궤적
Fig. 7 Bearing trajectory.

그림 7에서 배경잡음(background noise)은 1도당 0.1개의 첩두치를 가지며, 0도와 180도 사이에 균일하게 위치해 있으며, 크기는 $\lambda=3750$ 인 지수밀도함수를 가진다. 트랙을 구성하는 첩두치들의 개수는 평균이 3인 Poisson분포이고, 크기밀도함수는 평균이 20000이고 표준편차가 4000인 가우시안이며, 위치는 참 방위각 궤적을 중심으로 표준편차가 3인 가우시안 밀도함수를 가진다.

그림 8은 이렇게 인위적으로 만든 방위각 궤적에 대하여 기존의 PDA필터와 제안한 PDA필터의 추적결과를 나타낸다. 기존의 PDA필터를 이용하여 추정한 방위각의 평균오차는 0.822도 이었으며, 제안한 PDA필터를 사용하여 추정한 방위각의 평균오차는 0.610도 이었다. 인위적으로 만든 방위데이터에 대해서 제안한 PDA필터의 성능이 기존의 PDA필터의 성능보다 향상되었다.

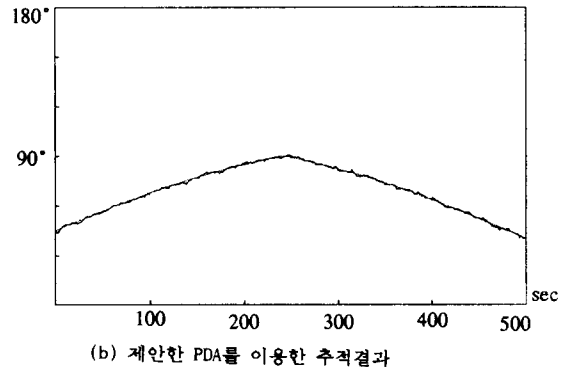
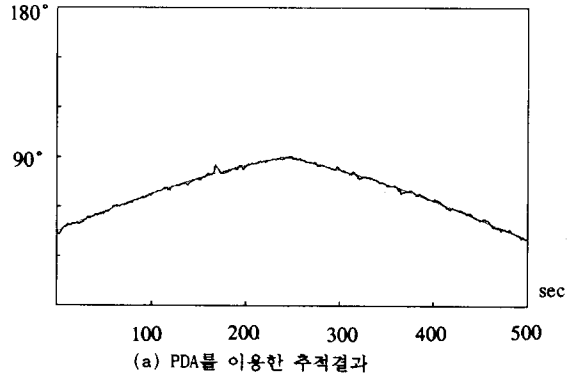
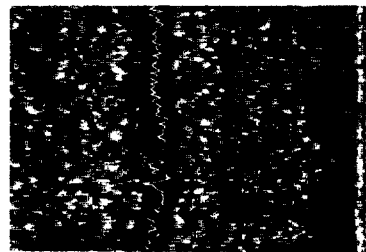


그림 8. 인위적으로 발생한 궤적을 추적한 결과

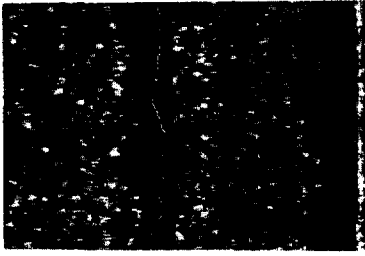
Fig. 8 The results of tracking artificial track.

4.2 해상시험 데이터

두가지 필터를 실제 해상시험 데이터에 적용하여 추적한 방위각 궤적은 그림 9와 같다.



(a) PDA를 이용한 추적결과



(b) 제안한 PDA를 이용한 추적결과

그림 9. 실제 해상시험 데이터를 추적한 결과

Fig. 9 The results of tracking real data.

여기서 그림 9(a)는 침투치들의 위치와 개수만을 이용한 기존의 PDA필터의 추적 결과이며, 그림 9(b)는 크기정보까지 이용한 PDA필터의 추적결과를 나타낸다. 그림 9에 나타난 바와 같이 기존의 PDA필터를 이용하여 추적한 방위각 궤적은 중심에 대하여 심하게 진동한다. 이에 반해 제안한 PDA필터를 이용하여 추적한 방위각 궤적은 분산이 작으며 매끄러운 곡선이다. 그 이유는 방위각 궤적의 중심부근에 위치한 침투치들의 크기에 표적에 대한 정보가 포함되어 있으며, 이러한 크기정보를 이용하여 방위각 궤적을 추정하였기 때문이다.

5. 결론

수중형 소나에서의 방위각 측정치는 수중음향 전달경로의 복잡성 및 여러가지 잡음등의 영향으로 인하여 분산이 매우 큰 분포를 가지며 게이트내에 여러개의 침투치들을 포함한다. 게이트내에 존재하는 침투치들의 위치와 개수 뿐만아니라 크기도 방위각 추적 필터의 성능을 결정하는 요인임을 확률분석을 통하여 확인하였다. 이러한 확률분석에 근거하여 크기정보를 고려한 수중환경에 적합한 PDA필터를 제안하였다. 인위적으로 만든 방위데이터 및 실제 해상시험 데이터에 대해 제안한 PDA필터의 성능을 분석한 결과 기존의 PDA필터의 성능보다 우수함을 확인하였다.

앞으로 수중음향 전달경로 및 잡음등에 대한 더 많은 분석이 필요할 것으로 생각되며, 다중표적 추적필터에 침투치들의 크기정보를 이용한다면 추적성능의 향상이 예상된다.

참고문헌

- [1] A. A. Winder, "Sonar system technology," *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics*, vol. SU-22, No. 5, Sept. 1975.
- [2] W. C. Knight, R. G. Pridham, and S. M. Kay, "Digital signal processing for sonar," *Proc. IEEE*, vol. 69, No. 11, Nov. 1981.
- [3] Y. Bar-Shalom, "Tracking methods in a multitarget environment," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-23, No. 4, Aug. 1978.
- [4] T. E. Fortmann, Y. Bar-Shalom, and M. Scheffe, "Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic

data association," *IEEE J. Oceanic Eng.*, vol. OE-8, No. 3, July, 1983.

- [5] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Process*. New York: McGraw-Hill, 1984.