

# 미지의 선형 시스템에 대한 실시간 회귀 모델링

최수일 김병국  
한국과학기술원 전기및 전자공학과

## Real-Time Recursive Identification of Unknown Linear Systems

Su-Il Choi Byung-Kook Kim  
Department of Electrical Engineering, KAIST

### Abstract

In this paper an recursive version of orthogonal ARMA identification algorithm is proposed. The basic algorithm is based on Gram-Schmidt orthogonalization of automatically selected basis functions from specified function space, but does not require explicit creation of orthogonal functions. By using two dimensional autocorrelations and crosscorrelations of input and output with constant data length, identification algorithm is extended to cope slowly time-varying or order-varying delayed system.

### 1 서론

플랜트의 차수를 알고 있다면, 입력과 출력 데이터가 측정 가능하고 노이즈가 없는 경우 많은 알고리즘이 좋은 성능을 보인다(최소 자승법, ...)[1]. 그러나, 플랜트의 차수를 모르는 경우 모델링은 쉽지 않다. 아마도, 가장 전형적인 차수 추정 방법은 Akaike에 의해 소개된 AIC와 FPE일 것이다[2]. 그 밖에도 여러가지 차수 추정 알고리즘들이 있다[3] [4][5]. Paarmann과 Korenberg는 시그널 모델의 ARMA 파라미터를 추정하는 여러가지 알고리즘을 비교하였다[6]. 여기에서 그들이 제안한 차수 추정을 겸비한 직교 ARMA 모델링(orthogonal ARMA identifier with inherent order estimation) 알고리즘이 다른 알고리즘보다 우수한 성능을 나타냄을 보였다. 위의 알고리즘은 모델의 정확도가 만족될때까지 AR 또는 MA 부분의 직교기본함수(orthogonal basis functions)를 회귀적으로 추가하는 방법을 사용한다. 그래서 차수 추정도 겸하게 된다. 절차는 Gram-Schmit 직교법을 이용한다. 또한, 직교함수를 만들지 않고도 모델링을 할 수 있도록 알고리즘이 개선되었다[7][8]. 직교법에 의한 모델링은 노이즈나 외란에 영향을 심하게 받는데, 고차의 MA 모델로 모델링을 한 뒤에 모델을 필터처럼 사용하여 입력을 통과 시킨다. 그런 다음에 입력과 필터의 출력을 이용하여 ARMA 모델을 구한다[9]. 위의 알고리즘은 차수 추정은

회귀적인 방법이지만, 데이터는 이미 주어진 경우에 사용된다. 그래서, 입력과 출력에 대한 2차의 자기상관함수(autocorrelations)와 상호상관함수(crosscorrelations)의 도입과, 회귀적인 형태를 이용하여 시간에 대한 회귀적인 형태의 모델링 알고리즘을 제안한다. 그러므로써, On-Line으로 시스템의 모든 정보를 획득할 수 있다. 또한, 일정한 갯수의 과거 데이터만을 이용함으로써 시변 시스템도 모델링 할 수 있도록 하였다. 개선된 알고리즘의 특징은 다음과 같다.

- 1) 계산량이 적기 때문에 실시간 모델링을 할 수 있다.
- 2) 시스템의 파라미터나 차수가 천천히 변하는 경우도 쉽게 모델링 할 수 있다.
- 3) 노이즈가 없는 시스템인 경우 모델링의 성능이 정확하다.

위 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기본적인 알고리즘을 설명하고, 3장에서는 다루고자 하는 시스템의 확장 및 2차의 자기상관함수와 상호상관함수의 도입과 회귀적인 형태를 이용한 회귀 알고리즘을 제안하였다. 4장에서는 시뮬레이션을 통해서 제안된 알고리즘의 성능을 비교해 보았고, 결론 및 추후과제는 5장에서 다루었다.

## 2 기본 알고리즘

### 2.1 직교최소 자승법에 의한 모델링

선형, 시불변, 단일입력, 단일출력, 이산시스템을 대상으로 한다. 데이터는 이미 주어져 있으며, 표현식은 다음과 같은 ARMA 모델이 된다.

$$\sum_{i=0}^L a_i y(n-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j) + e(n) \quad (1)$$

여기서  $y(n)$ 은 출력,  $x(n)$ 은 입력,  $e(n)$ 은 모델 에러,  $L$ 은 AR의 차수,  $M$ 은 MA의 차수,  $\{a_i\}_{i=0}^L$ 은 AR 파라미터,  $\{b_j\}_{j=0}^M$ 은 MA 파라미터 들이다. 파라미터  $a_0$ 는 1로 가정하며  $|a_i| > 0, 0 < i \leq$

$L, |b_j| > 0, 0 \leq j \leq M$ 이라 한다. 위의 (식 1)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y(n) = \sum_{i=0}^R c_i p_i(n) + e(n) \quad (2)$$

$\{p_i(n)\}_{i=0}^R$ 은 과거의  $y(n)$ 과 현재와 과거의  $x(n)$ 을 포함하는 기본함수들의 집합이다;  $R = L + M$ . (식 2)는 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$y(n) = \sum_{i=0}^R g_i w_i(n) + e(n) \quad (3)$$

$$w_m(n) = p_m(n) - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr} w_r(n) \quad (4)$$

$$\lambda_{mr} = \frac{\overline{p_m(n)w_r(n)}}{w_r^2(n)} \quad (5)$$

$\{w_i(n)\}_{i=0}^R$ 은 상호간에 직교하는 기본함수이며,  $\{g_i\}_{i=0}^R$ 은 기본함수들의 비중치에 해당한다. 자료기록(data record)에 대한 직교 방법은 이산 Gram-Schmidt 직교법에 의해서 회귀적으로 수행된다. 계산에 의하면

$$\hat{g}_i = \frac{\overline{w_i(n)y(n)}}{w_i^2(n)}, \quad 0 \leq i \leq R. \quad (6)$$

이 되며  $\overline{w_i(n)y(n)}$ ,  $w_i^2(n)$ 은  $n = 0$ 에서  $N$ 까지의 자료에 대한 평균값을 나타낸다. (식 3)이 전부 구해지면, 다시 (식 2)로의 변환을 필요로 하는데, 방법은 다음과 같은 평균-자승 에러(mean-square error)를 이용한다 [9].

$$\overline{e^2(n)} = \overline{y^2(n)} - \sum_{i=0}^Q \overline{g_i^2 w_i^2(n)} - \overline{g_m^2 w_m^2(n)} \quad (7)$$

하선(underscore)은 후보 자료기록(candidate data record) 또는 후보 파라미터를 나타내며 모델에 포함시킬지의 여부가 평가된다. (식 7)는  $\overline{p_m(n)}$ 을 (식 2)의 모델에 추가시킬때의 기여도를 쉽게 평가할 수 있도록 한다. 모델에 포함시킬때는 2개 이상의 항들이 비교될 수 있지만, 모델에 대한 기여도가 가장 큰 항이 포함된다. 그것은  $\overline{g_m^2 w_m^2(n)}$ 값이 가장 큰 항을 선택함으로써 이루어진다. 반면에 직접최소자승 평가법(direct least-squares estimation)은 새로운 항을 포함시킬지의 여부를 판단하기 위해서 모델의 모든 계수와 평균-자승 에러를 다시 계산해야한다. 그러나 위의 알고리즘은 (식 7)를 이용함으로써 차수 추정을 검하게 된다.  $\overline{e^2(n)}$ 값이 기준값(threshold)보다 작게 될때까지 새로운 항을 더하게 되며,  $\overline{e^2(n)}$ 의 마지막 값이 최후예측에러(final prediction error measure, FPE)값이 된다. 그래서 차수 추정은 FPE방법이다. 모델의 차수는  $y$ 항과  $x$ 항 중에서  $\overline{e^2(n)}$ 을 제일 작게하는 항이 선택되서 순차적으로 추가시키는 절차에 의해서 자동적으로 구해진다. 위의 알고리즘에서는 한번에 두개의 항이 비교되서 하나가 추가된다. 맨 처음에는  $y(n-1)$ 과  $x(n)$ 이 후보자 항이 되고 두번째 후보항들은 첫번째 후보항들 중에서  $y(n-1)$ 또는  $x(n)$ 이

선택됨에 따라  $y(n-2)$ 와  $x(n)$ 또는  $y(n-1)$ 과  $x(n-1)$ 이 된다. 자세한 절차는 [9]을 참고하기 바랍니다.

## 2.2 직교함수를 이용하지 않는 알고리즘

(식 2)의  $c_i$ 는 (식 5)의  $\lambda_{mr}$ 과 (식 6)의  $\hat{g}_i$ 을 알면 쉽게 구해진다. (식 5)와 (식 6)에서 시간에 대한 평균값을 구하기 위해서  $w_i(n)$ 을 구할 필요는 없다. (식 5)에서 분자항을 구하기 위해서

$$\overline{p_m(n)w_r(n)} = \overline{p_m(n)p_r(n)} - \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_{ri} \overline{p_m(n)w_i(n)} \quad (8)$$

$$m = 2, \dots, M, \quad r = 1, \dots, m-1$$

다음과 같이 정의하면

$$D(m, r) = \overline{p_m(n)w_r(n)} \quad (9)$$

$$m = 1, \dots, M, \quad r = 0, \dots, m-1$$

(식 8)과 (식 9)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$D(m, r) = \overline{p_m(n)p_r(n)} - \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_{ri} D(m, i) \quad (10)$$

$$m = 2, \dots, M, \quad r = 1, \dots, m-1$$

그러므로  $\lambda_{rr}$ 와  $\overline{p_m(n)p_r(n)}$ 을 안다면  $D(m, r)$ 은 (식 10)으로부터 회귀적으로 구해질 수 있다. 다음으로, (식 5)의 분모항을 구하기 위해서

$$\overline{w_m^2(n)} = \overline{p_m^2(n)} - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr}^2 \overline{w_r^2(n)} \quad (11)$$

$$m = 1, \dots, M$$

다음과 같이 정의하면

$$E(m) = \overline{w_m^2(n)} \quad m = 0, \dots, M \quad (12)$$

(식 11)과 (식 12)로부터 다음과 같이 전개된다.

$$E(m) = \overline{p_m^2(n)} - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr}^2 E(r) \quad (13)$$

$$m = 1, \dots, M$$

마지막으로, (식 5)와 (식 10), (식 13)을 정리하면

$$\lambda_{mr} = \frac{D(m, r)}{E(r)} \quad (14)$$

$$m = 1, \dots, M, \quad r = 0, \dots, m-1$$

$$D(m, r) = \overline{p_m(n)p_r(n)} - \sum_{i=0}^{r-1} D(r, i) D(m, i) / E(i) \quad (15)$$

$$m = 2, \dots, M, \quad r = 1, \dots, m-1$$

$$E(m) = \overline{p_m^2(n)} - \sum_{r=0}^{m-1} D^2(m, r) / E(r) \quad (16)$$

$$m = 1, \dots, M$$

(식 15)와 (식 16)에 있는 평균값은 입력과 출력의 자기상관함수와 상호상관함수로부터 직접 구할 수 있다. 1차의 자기상관함수

와 상호상관함수는 다음과 같다.

$$\phi_{xx}(i) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=i}^N x(n-i)x(n) \quad (17a)$$

$$\phi_{yy}(i) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=i}^N y(n-i)y(n) \quad (17b)$$

$$\phi_{xy}(i) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=i}^N x(n-i)y(n) \quad (17c)$$

$$\phi_{yx}(i) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=i}^N y(n-i)x(n) \quad (17d)$$

(식 17)을 이용하여  $\overline{p_m(n)p_r(n)}$ 을 구하는데  $p_m(n) = x(n-i)$ ,  $p_r(N) = x(n-j)$ ,  $i = 0, \dots, M$ ,  $j = 0, \dots, i$ 라하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{p_m(n)p_r(n)} &= \overline{x(n-i)y(n-j)} \quad (18) \\ &= \phi_{xy}(i), \quad j = 0 \\ &= \phi_{xy}(i-j) - \frac{1}{N+1} \sum_{k=N-j+1}^N x(k+j-i)y(k) \quad j \leq i \\ &= \phi_{yx}(j-i) - \frac{1}{N+1} \sum_{k=N-i+1}^N y(k+i-j)x(k) \quad j > i \end{aligned}$$

요약하면, 우선 상관함수를 구하고, 시간에 대한 평균값을 구한다음  $\lambda_{mr}$ 을 구하면 된다. 마찬가지로 (식 6)의 분자 부분을 구하기 위해서

$$\overline{w_m(n)y(n)} = \overline{p_m(n)y(n)} - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr} \overline{w_r(n)y(n)} \quad (19)$$

$$m = 1, 2, \dots, m$$

다음과 같이 정의하면

$$C(m) = \overline{w_m(n)y(n)}, \quad m = 0, \dots, M \quad (20)$$

(식 19)와 (식 20)으로부터

$$C(m) = \overline{p_m(n)y(n)} - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr} C(r), \quad m = 1, \dots, M \quad (21)$$

마지막으로 (식 21)로부터

$$\hat{g}_m = \frac{C(m)}{E(m)}, \quad m = 0, \dots, M \quad (22)$$

을 구하게 된다.

### 3 2차 상관함수를 이용한 On-Line 모델링 알고리즘

선형, 시불변 또는 시변, 단일 입력, 단일 출력, 결정된 또는 확률적인, 이산 시스템을 대상으로 한다. ARMA 모델의 표현식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=0}^L a_i y(K-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(K-d-j) + e(K) \quad (23)$$

(식 23)의 조건은 (식 1)과 같으며,  $K$ 는 현재의 시물레이션 시간을  $d$ 는 시스템의 추정된 지연시간이다. 그리고, 항상  $N$ 개의 과거 데이터만을 이용함으로써 시변 시스템을 다룰 수 있도록 하였다. 우선, 2장에서 표현한 수식에 현재의 시간을 나타내도록 다음과 같이 변경한다. (식 5)와 (식 6)로부터

$$\lambda_{mr,K} = \frac{D_K(m,r)}{E_K(r)}, \quad \hat{g}_{m,K} = \frac{C_K(m)}{E_K(m)} \quad (24)$$

$$D_K(m,r) = \overline{p_m(K)p_r(K)} - \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_{ri,K} D_K(m,i) \quad (25)$$

$$E_K(m) = \overline{p_m^2(K)} - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr,K}^2 E_K(r) \quad (26)$$

$$C_K(m) = \overline{p_m(K)y(K)} - \sum_{r=0}^{m-1} \lambda_{mr,K} C_K(r) \quad (27)$$

위의 식에서 함수들에 대한 평균값만 구할 수 있으면 (식 6)의 값들을 직접 구할 수 있다. 평균값을 구하기 위해서 2차의 자기상관 함수와 상호상관함수를 도입하면 다음과 같다.

$$\phi_{xx,K}(i,j) = \frac{1}{N} \sum_{k=K-N+1}^K x(k-d-i)x(k-d-j) \quad 0 \leq j \leq i \leq M_{max} \quad (28a)$$

$$\phi_{yy,K}(i,j) = \frac{1}{N} \sum_{k=K-N+1}^K y(k-i)y(k-j) \quad 0 \leq j \leq i \leq L_{max} \quad (28b)$$

$$\phi_{xy,K}(i,j) = \frac{1}{N} \sum_{k=K-N+1}^K x(k-d-i)y(k-j) \quad 0 \leq i \leq L_{max}, 0 \leq j \leq M_{max} \quad (28c)$$

여기서  $N$ 은 데이터의 일정한 갯수를 나타내고,  $d$ 는 추정된 지연시간,  $L_{max}$ 는 AR차수의 상한값,  $M_{max}$ 는 MA차수의 상한값을 나타낸다. (식 28)을 회귀 형태로 만들면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_{xx,K}(i,j) &= \phi_{xx,K-1}(i-1,j-1), \quad i \neq 0, j \neq 0 \\ &= \phi_{xx,K-1}(i,0) + \frac{1}{N} [x(K-d-i)x(K-d) - x(K-N-d-i)x(K-N-d)], \quad j = 0 \quad (29a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{yy,K}(i,j) &= \phi_{yy,K-1}(i-1,j-1), \quad i \neq 0, j \neq 0 \\ &= \phi_{yy,K-1}(i,0) + \frac{1}{N} [y(K-i)y(K) - y(K-N-i)y(K-N)], \quad j = 0 \quad (29b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{xy,K}(i,j) &= \phi_{xy,K-1}(i-1,j-1), \quad i \neq 0, j \neq 0 \\ &= \phi_{xy,K-1}(i,0) + \frac{1}{N} [x(K-d-i)y(K) - x(K-N-d-i)y(K-N)], \quad j = 0 \\ &= \phi_{xy,K-1}(0,j) + \frac{1}{N} [x(K-d)y(K-j) - x(K-N-d)y(K-N-j)], \quad i = 0 \quad (29c) \end{aligned}$$

(식 25)에서 시간에 대한 평균값을 구하면

$$\overline{p_m(K)p_r(K)} = \begin{cases} \phi_{xx,K}(i, j) & \text{if } p_m(K) = x(K-d-i), \\ & p_r(K) = x(K-d-j), \\ \phi_{yy,K}(i, j) & \text{if } p_m(K) = y(K-i), \\ & p_r(K) = y(K-j) \\ \phi_{xy,K}(i, j) & \text{if } p_m(K) = x(K-d-i), \\ & p_r(K) = y(K-j) \\ & \text{or } p_m(K) = u(K-j), \\ & p_r(K) = x(K-d-i) \\ & 0 \leq j \leq i \leq L \end{cases} \quad (30)$$

반면에 1차의 상관함수를 이용한 경우는 (식 18)처럼 훨씬 많은 계산량을 요구한다. 확률 시스템인 경우는 노이즈 필터링을 고차의 MA 모델링을 통해서 구현하고, 입력 데이터와 고차의 MA 모델링의 출력값이 ARMA 모델링 알고리즘에 이용된다.

## 4 시뮬레이션

미지의 선형 시스템에 대한 실시간 회귀 모델링 알고리즘의 성능을 나타내기 위해서 다음과 같은 세가지 플랜트에 대한 시뮬레이션을 한다.

Plant 1. 2차 시스템

$$y(K) - y(K-1) + 0.8y(K-2) = 0.5x(K-1) + 0.7x(K-2)$$

Plant 2. 3차 시스템

$$y(K) - 0.5y(K-1) + 0.4y(K-2) + 0.2y(K-3) = 1.5x(K-1) - 0.5x(K-2)$$

Plant 3. 4차 시스템

$$y(K) - 2.41y(K-1) + 2.96y(K-2) - 2.02y(K-3) + 0.73y(K-4) = x(K) - 0.17x(K-1) + 0.29x(K-2) - 0.23x(K-3) + 0.58x(K-4)$$

플랜트 1에 대한 시뮬레이션 파라미터는 (테이블 1)에 있으며, 플랜트 1을  $K = 40$ 에서 플랜트 2로 변화한 경우에 모델링 성능과 단위 스텝응답은 (그림 1)과 (그림 2)에 있다. 노이즈가 있는 플랜트 3에 대한 시뮬레이션 파라미터는 (테이블 2)에 있다.

(그림 3)는 노이즈 필터링을 보인다. (그림 4)와 (그림 5)은 노이즈 필터링을 한 경우와 하지않은 경우의 단위 스텝응답을 보여주고 있다.

Table 1: 플랜트 1에 대한 시뮬레이션 파라미터

파라미터	기호	값
분모의 차수	$L$	2
분자의 차수	$M$	1
지연시간	$d$	1
분모 차수의 상한값	$L_{max}$	5
분자 차수의 상한값	$M_{max}$	5
기준 함수	$T_p$	0.1%
자료 길이	$N$	20 샘플
전체 시뮬레이션 시간		100 샘플

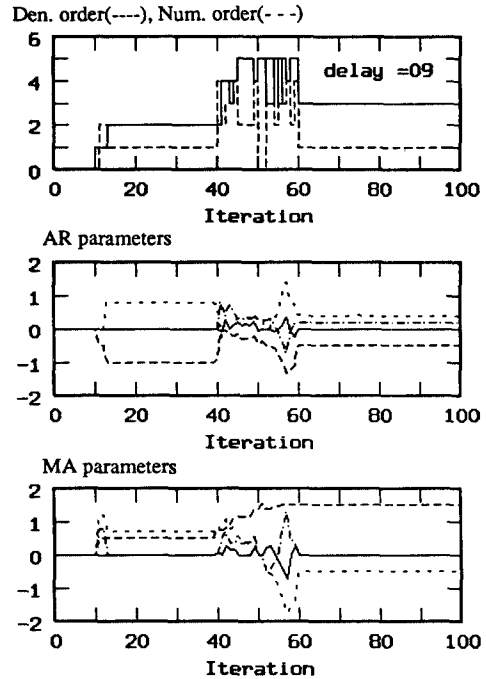


Figure 1: 플랜트 1이  $K=40$ 일때 플랜트 2로 변환경우 모델링

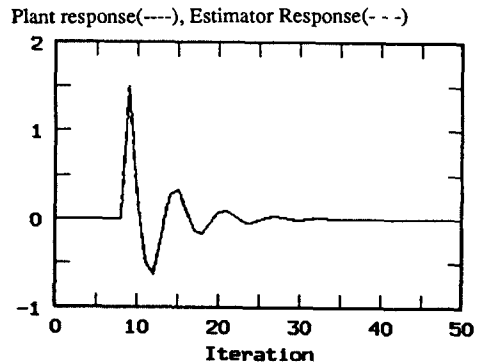


Figure 2: 플랜트 2의 단위 샘플 응답

Table 2: 플랜트 3에 대한 시뮬레이션 파라미터

파라미터	기호	값
분모의 차수	$L$	4
분자의 차수	$M$	4
지연시간	$d$	0
분모 차수의 상한값	$L_{max}$	8
분자 차수의 상한값	$M_{max}$	8
필터의 MA 차수		40
가가 노이즈의 표준편차	$\sigma$	10.0
기준 함수	$T_p$	2.0%
자료 길이	$N$	500 샘플
전체 시뮬레이션 시간		1000 샘플

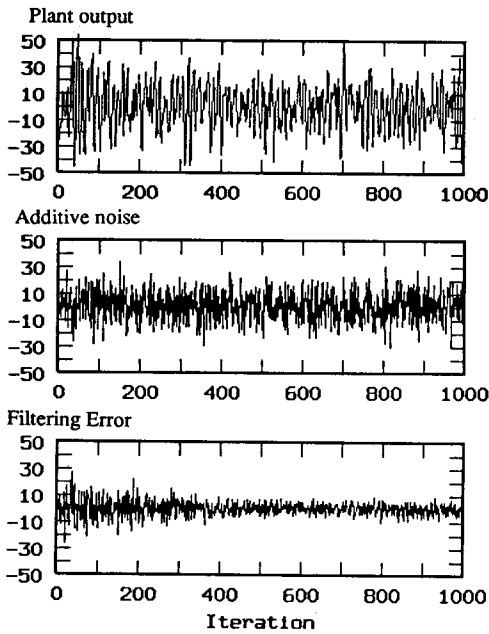


Figure 3: 플랜트 3에 대한 노이즈 필터링

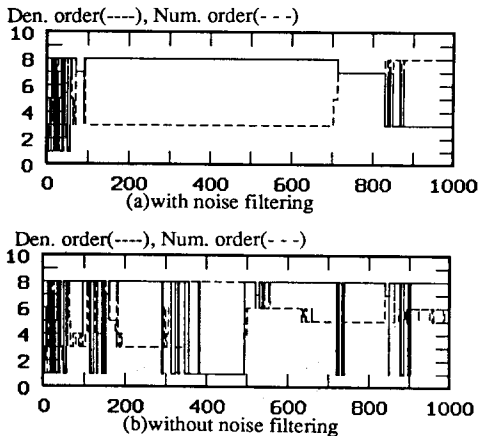


Figure 4: 노이즈 필터링의 유무에 따른 차수 추정

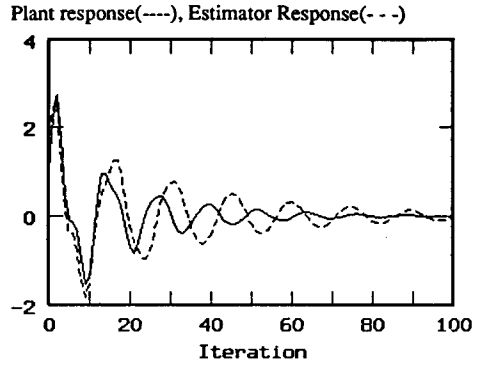


Figure 5: 노이즈가 있는 경우 플랜트 3의 단위 샘플 응답

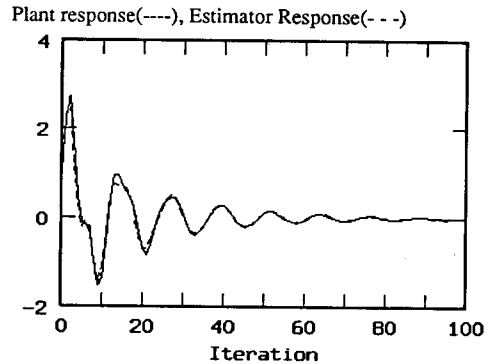


Figure 6: 노이즈 필터링을 한 경우 플랜트 3의 단위 샘플 응답

## 5 결론 및 추후과제

미지의 선형 시스템에 대한 실시간 회귀 모델링 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 Korenberg에 의해 개발된 자동 차수추정이 있는 직교 ARMA 모델링 알고리즘을 개선한 것이다. 2차의 자기상관함수와 상호상관함수의 도입과 회귀적인 형태를 이용하여 시간에 대한 회귀 알고리즘이 구현되었다. 또한, 과거의  $N$ 개의 데이터만을 가지고 모델링을 하기 때문에 파라미터나 차수가 천천히 변하는 시스템인 경우 제안한 알고리즘의 모델링 성능이 좋으며, 계산량이 적기 때문에 실시간 응용에 적합하다.  $N$ 이 작은 경우에는 파라미터가 변한 경우 과도 상태가 짧지만 모델링 성능이 떨어진다. 반면에  $N$ 이 큰 경우에는 모델링을 안정되게 할 수 있지만 과도 상태가 길다는 단점이 있다. 그래서 최적의 데이터 길이  $N$ 을 알아내는 것이 문제가 될 수 있다. 더 나아가 가변의 지연 시간이 존재하는 시스템에 대한 모델링 방법도 좋은 연구 대상이 될 수 있으며, 비선형 시스템이나 다중입력, 다중출력 시스템으로의 확장에 용이하다고 본다.

## References

- [1] C. R. Johnson, "Jr. Lecture on Adaptive Parameter Estimation", *Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall*.
- [2] H. Akaike, "A New Look at The Statistical Model Identification", *IEEE trans. AC-19*, pp716-723, 1974.
- [3] H. F. Chen and J. F. Zhang, "Identification and Adaptive Control for systems with Unknown Orders, Delay, and Coefficients", *IEEE Trans. Automatic. Contr.*, vol. 35, no. 8, pp866-877, Aug. 1990.
- [4] J. Rissanen, "A Predictive Least-Squares Principle", *IMA J. Math. Control and Information*, vol. 3, pp211-222, 1986.
- [5] M. Wax, "Order Selection for AR Models by Predictive Least Squares", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 36, no. 4, pp581-588, April 1988.
- [6] L. D. Paarmann and M. J. Korenberg, "Estimation of The Parameters of An ARMA Signal Model Based on An Orthogonal Search", *IEEE Trans. AC*, vol. 37, no. 3, pp347-352, 1992.
- [7] M. J. Korenberg, "Functional Expansions, Parallel Cascades and Nonlinear Difference Equations. In: Marmarelis, V.Z., ed. Advanced Methods of Physiological System Modeling, *Volume 1. Los Angeles: USC Biomedical Simulations Resource*, pp221-240, 1987.
- [8] M. J. Korenberg, "Identifying Nonlinear Difference Equation and Functional Expansion Representations: The Fast Orthogonal Algorithm.", *Ann. Biomed. Eng.* 16, pp123-142, 1988.
- [9] M. J. Korenberg and L. D. Paarmann, "An Orthogonal ARMA Identifier with Automatic Order Estimation for Biological Modeling", *Annals Biomed. Eng.*, vol. 17, no. 6, pp571-592, 1989.