

# 신경회로를 이용한 GMA 용접 공정에서의 용융지의 크기 제어

\* 임 태 군 조 형 석  
한국과학기술원 정밀공학과

## Control of Weld Pool Sizes in GMA Welding Processes Using Neural Networks

Tae-Gyoon Lim Hyung-Suck Cho  
Department of Production Engineering  
Korea Advanced Institute of Science and Technology

### ABSTRACT

In GMA welding processes, monitoring and control of weld quality are extremely difficult problems. This paper describes a neural network-based method for monitoring and control of weld pool sizes. First, weld pool sizes are estimated via a neural estimator using multi-point surface temperatures, which are strongly related to the formation of weld pool, and then controlled using the estimated pool sizes. Two types of controllers using the pool size estimator are designed and tested. To evaluate the performance of the designed controllers, a series of simulation studies was performed.

### 1. GMA 용접 공정에 대한 개요

GMA(Gas Metal Arc) 용접 공정은 그림.1에서와 같이 소모성 전극과 용접할 모재 사이에 고 전류를 가할 때 발생하는 전기적인 아크를 열원으로 하여 용접물을 녹여 접합하는 용접 공정이다. 이때 녹은 금속과 고온의 열 영향부가 대기에 노출되어 산화되는 것을 막기 위하여 보호 기체를 용접부에 공급하여 대기와의 접촉을 차단한다.

만일, 용접부의 결합이 용접 후의 여러 가지 검사에서 발견되면 그 결합부는 보수되어야 하는데, 그 검사와 보수에 드는 비용은 전체 제조공정에 드는 비용의 상당한 부분을 차지할 뿐만 아니라 생산성의 감소를 유발한다. 이러한 용접부의 검사와 보수의 양을 줄이기 위해서는, 용접중 용접질을 대변하는 변수들을 측정하여, 그에 영향을 주는 여러 외란에 의한 영향을 실시간으로 보상해 주어야 한다.

GMA에 의해 형성된 용접부의 성능은 일반적으로 그 기하학적인 크기로 나타내며, 그림.2에 나타낸 바와 같이, 표면 비드 폭, 용입 깊이 및 이면 비드 폭으로 구분된다. 이러한 용접부의 크기에 영향을 미치는 용접 변수들은 용접 전류, 용접 전압, 토치 이동 속도, 전극의 크기와 위치 등이다.

### 2. 용접 공정의 변수 측정 및 제어

용접 공정을 제어하기 위해서는, 먼저 용접질을 대변해 주는 관련 변수들의 측정이 이루어져야 하는데, 이를 위해 많은 연구들이 수행되었다. 여기에는 영상 센서를 이용한 표

면 비드폭 측정[1], 초음파 측정을 통한 용입 깊이 측정[2], 완전 용입 용접에서 공명 주파수 측정을 이용한 용융지의 크기 측정법[3], 이면에서의 방사에너지 측정을 통한 이면 비드 폭의 측정[4] 등이 있다.

영상 센서를 이용하여 표면 비드 폭을 측정하는 방법의 경우, 실시간 영상 처리를 위해 고가의 장비가 필요하고 그 측정 대상이 표면 비드 폭에 한정되어 용접부의 성능에 주로 관련되는 용입 깊이 또는 완전 용입에서의 이면 비드 폭은

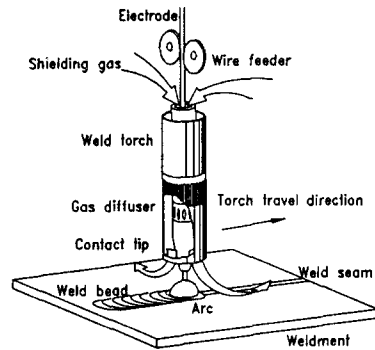


그림.1 GMA 용접 공정의 개략도

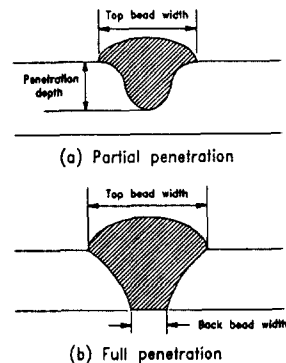


그림.2 용융지의 기하학적 크기 표현

측정할 수 없다. 초음파 측정법에서는 온도에 따른 물성 변화로 인해 부정확하게 되고, 초음파 탐침자의 접촉 유지가 곤란하다. 공명 주파수 및 방사 에너지 측정법의 경우, 측정 센서와 용접 토치와의 동시성이 항상 유지되어야 하고 이면에서의 용융속으로부터 센서를 보호해야 하는 어려운 점이 있다.

그런데, 용접 공정 제어를 위해서는 다양한 용접 조건에 따라 생기는 여러 형태의(그림.2) 용융지의 크기 측정이 필요하다. 위와 같은 방법들로는 측정 가능한 용융지의 기하학적 크기가 한정되므로 다른 측정 방법이 필요하다. 이러한 방법들과 달리, 용접물상의 온도를 측정함으로써 용접질을 간접적으로 예측하는 방법들이 연구되었다. GMA 용접 공정은 다른 모든 용융 용접과 마찬가지로 용접물 내에 열적 현상을 동반하므로, 용접물상의 온도 분포는 용접질의 변화 상태를 잘 대변해 준다. 따라서, 용접물 표면상의 온도를 측정하면 용융지의 크기를 예측할 수 있다. 이와 같은 측정 방법의 큰 장점은 상대적으로 측정이 용이하다는 점이다. 이와 같이, 표면 온도 측정을 이용해 용융지의 크기를 간접 예측하는 방법에 있어서, 두 가지 고려해야 할 사항이 있다. 하나는 표면 온도 측정점의 수이고, 다른 하나는 측정 온도와 용융지 크기와의 관계 구현이다.

표면상의 한 점에서 측정된 온도는 용접 조건이 다르더라도 같은 값으로 측정될 수 있다. 그런데, 용접 조건이 다른 다른 온도 분포가 형성되고 실제 형성된 용융지의 크기는 다르게 된다. 따라서 한 점의 표면 온도를 측정하여 용융지의 크기를 예측하고자 할 때[5,6], 다양한 용접 조건에 따른 용융지의 크기를 정확하게 모니터링할 수 없다. 이러한 오차를 줄이기 위해 Boo와 Cho[7]는 최적 측정점에 대해 연구하였는데, 여러 용접 조건에서 표면 온도와 용융지 크기와의 상관도가 극대화되는 점을 최적점으로 선정하였다. 그러나, 최적점의 온도를 사용하더라도 다양한 용접 조건의 변화에 대한 용융지 크기의 변화에 대한 예측 오차 감소에는 한계가 있다. 따라서, 이러한 용융지 크기의 변화를 보다 잘 모델링하려면 여러 점의 표면 온도 측정이 필요하다.

다음으로 고려되어야 할 사항은, 측정된 온도와 용융지 크기와의 상관 관계를 구현하는 방법이다. 일반적인 함수 근사법에서는 기본 함수를 주고, 그 함수가 주어진 상관 관계를 잘 표현하도록 어떤 오차 기준을 사용하여 함수의 매개변수를 수정한다. 이러한 방법에서는 기본 함수의 선정이 중요하며, 상관 관계가 복잡해지면 고차 함수가 필요하고 따라서 매개변수의 계산이 어려워진다. 이에 비해 신경회로 기법은 기본 함수의 선정이 필요없고, 상관관계의 복잡성이 계산상에 영향을 주지 않는다. 또한 매우 복잡한 상관관계도 잘 표현해 준다. 본 연구에서는, 여러 점의 표면 온도를 측정변수로 하고 측정 온도와 용융지 크기와의 상관관계를 신경회로 예측기를 통해 구현하며, 이를 사용하여 용융지의 크기를 예측하고자 한다.

아크 용접은 여러가지 용접 변수들과 재료의 특성 및 열전달 현상이 복잡하게 연관되어, 공정의 동적 특성을 모델링하는데 많은 어려움이 있다. 따라서, 공정의 수학적인 모델을 직접 사용하지 않고 제어기를 설계하는 지능 제어 기법을 도입하는 연구가 많이 이루어지고 있는데, 퍼지 논리 제어[8]와 신경회로 제어의 적용이다. Cook등[9]은 신경회로를 이용하여 용접 공정을 모델링하고 이를 이용하여 제어하는 방법을 제시하였다. 여기서는 용접 전류, 용접 전압, 토치 이동

속도 및 전극 공급 속도를 신경회로의 입력으로 하여 공정을 모델링하였는데, 실험 데이터를 사용하여 준정상 상태에서의 용융지의 크기를 예측하였다. 이러한 경우에는 용접기와 관련된 변수들만 고려하고 용접 재료나 열역학적인 요인들 및 용접중의 외란 등을 고려하지 않았으므로 공정외란에 대한 대응이 어렵다.

본 논문에서는 용융지의 동적 거동을 잘 대변해 주는 용접물 표면상의 다점의 온도들을 이용하여, 이들로부터 신경회로망을 이용하여 용융지의 크기를 예측한 후 이를 일정하게 유지시키는 제어 방법을 제안한다.

### 3. 신경회로를 이용한 용융지 크기의 예측 및 제어기 설계

#### 3.1 신경회로 예측기

그림.3에는 용융지의 크기를 예측하는데 사용된 다섯 점의 위치들이 도시되어 있다. 용접물 표면상의 온도들을 이용하여 용융지의 크기를 예측하는데 있어서 고려해야 할 사항으로 표면 온도의 위치가 중요하다. 이들의 위치로는 용융지의 동적 거동을 잘 대변해 줄 수 있는 점이 필요하다. 이를 위하여, Boo와 Cho[7]는 최적 측정점의 선정에 대하여 연구하였는데, 여러 용접 조건에서 표면 온도와 용융지 크기와의 상관도가 극대화 되는 점을 선정하였다. 따라서, 상관도가 최대가 되는 구역에서 온도 측정 시스템의 실제 제작을 고려하여 다섯 점 온도의 위치들을 방사형으로 선정하였다. 중심점을  $T_1(-14, 12)$ mm로 하고 x와 y축 방향으로 5mm 떨어지게 하여  $T_2(-9, 12)$ ,  $T_3(-14, 7)$ ,  $T_4(-19, 12)$ ,  $T_5(-14, 17)$ mm로 하였다.

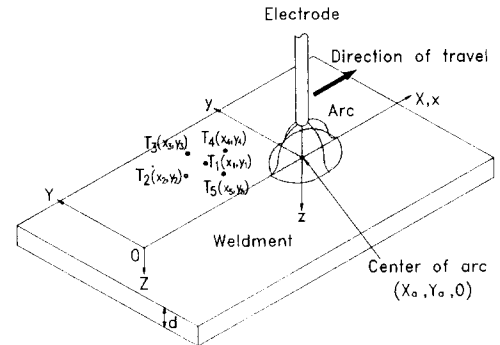


그림.3 표면 온도 측정점의 위치

신경회로 예측기의 입력으로는 이들 온도와 온도차로 하였다. 이들 온도차는 표면에서의 근사적인 온도 변화율을 나타낸다. 또한, 용융지 크기의 동적 거동을 모델링하기 위해 현재의 온도  $T_i(k)$ 와  $T_i(k-1)$ ,  $T_i(k-2)$ 가 사용되었다. 그리고, 모델링 성능을 높이기 위해 열입력 power, 단위 길이당 열입력, 용접 속도를 추가적으로 사용하였다. 표면 온도의 정보와 용융지 크기의 상관 관계를 구현하기 위해서, 사상(mapping)기능이 뛰어난 다층 신경회로망[10]을 사용하였다. 그림.4에는 이를 이용하여 용융지의 크기를 예측하는 방법이 도식적으로 나타나 있다. 신경회로 예측기의 출력인 용융지의 크기 지수로는 용입 깊이에 이면 비드 폭의 반을 더한 값을 사용하였다. 이는 부분 용입 용접의 경우 용입 깊이를 나

타내며, 완전 용입 용접의 경우에는 용접물 두께를 빼면 이면 비드 폭 크기의 반을 나타낸다. 이로써 다양한 용접 조건에서 생기는 두 가지의 용입 형태에 대해 그 기하학적인 크기를 하나의 인자로 표현하였다.

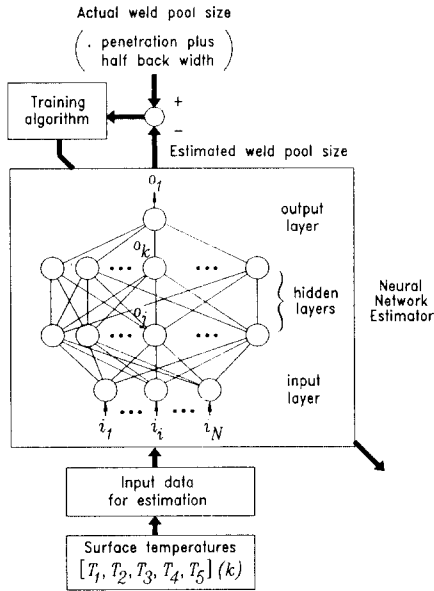


그림. 4 신경회로 예측기의 학습과 예측 과정

신경회로의 매개변수로는 층의 수, 각 층의 노드 수, 노드 사이의 가중치와 각 노드 함수에서의 문턱값이다. 일반적으로, 앞의 두 매개 변수들은 학습 전에 정해지는 예측기 구조의 설계인자이며, 나머지는 학습에 의해 조절되게 된다. 신경회로 예측기의 출력이 계산되면 이는 실제 용융지 크기와 비교된다. 학습 초기에는 예측기가 제대로 구현되지 않아 오차가 크므로, 학습 법칙에 의해 신경회로 내부의 매개 변수를 조절하여 오차가 줄어들도록 한다. 학습 법칙으로는 오차 역전달 학습법[10]이 사용되었다. 이에 의해 신경회로의 매개 변수들은 반복적으로 수정된다. 매 반복 학습시에 표면 온도 정보와 용융지 크기의 데이터쌍이 한번씩 주어져 예측값과 실지값과의 오차에 따른 가중치와 문턱값들의 조정량이 계산되며, 이들을 이용하여 가중치와 문턱값들을 조정한다. 이때 학습 특성은 학습 이득과 모멘텀 이득에 의해 결정되는데, 전자는 학습의 속도에 관계되며 후자는 학습 이득이 클 때 오차값의 동요(oscillation)를 방지한다. 반복 학습에 의해, 예측된 용융지 크기와 실지 용융지 크기의 차가 충분히 줄어들면 온도 분포와 용융지 크기의 상관 관계의 학습이 끝나게 되며, 신경회로망은 실지 용융지 크기의 예측에 사용된다.

### 3.2 신경회로를 이용한 제어기 설계

그림.5는 앞 절에서 제시된 신경회로 예측기를 통해 용융지의 크기를 예측하고 PID 제어기를 이용하여 제어하는 방법을 보여 주고 있다. 용접 공정에 열입력  $q(k)$ 가 가해지면 용접물에는 온도 분포가 야기되고 그에 따라 임의 크기  $PS(k)$

의 용융지가 형성된다. 온도 센서에서 용접물의 표면 온도  $T_i(k)$ 가 측정되고, 신경회로 예측기에 입력으로 주어지면 용융지 크기의 예측값  $PS_e(k)$ 이 얻어진다. PID 제어기에서는 기준 용융지의 크기  $PS_d$ 와 예측된 용융지 크기  $PS_e(k)$ 로부터 용접 열입력을 내보낸다. 이러한 방법에서는 제어기 입력으로 예측값을 사용하기 때문에 예측기의 예측 성능은 제어 성능에 큰 영향을 준다. 예측기의 입력으로 제어 열입력  $q(k)$ 가 추가로 사용되었다.

그림.6에는 앞에 제시된 제어 방법에, 신경회로를 이용한 전향(feedforward) 제어기를 추가로 적용하는 제어 방법이 나타나 있다. 신경회로 제어기는 원하는 용융지의 크기  $PS_d$ 로부터 필요한 용접 열입력을 보상에 준다. 따라서, 용접 공정에 들어 가는 총 열입력은 궤환 제어 입력  $q_b(k)$ 에 신경회로 제어기의 출력  $q_f(k)$ 가 더해진  $q(k)$ 가 된다. 과도 응답 구간에서는 주로 궤환 제어기에 의존하고 준정상상태 영역에서는 대부분 신경회로 제어기에 의존한다. 그러나, 공정 상태가 변하면 궤환 제어기에서는 표면 온도를 측정함으로써 용융지의 변화를 모니터링하여 열입력을 보상에 준다. 이와 같은 제어기에서는, 신경회로 제어기를 추가하여 용접 공정의 비선형성을 학습함으로써 공정 제어를 원활히 해줄 수 있다.

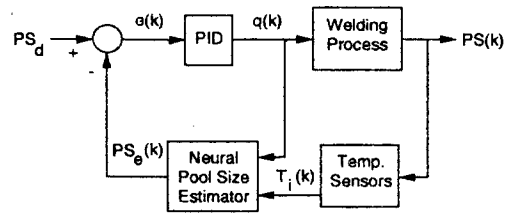


그림.5 신경회로 예측기를 이용한 PID 제어

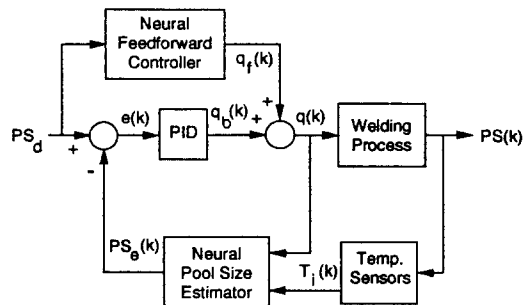


그림.6 신경회로를 이용한 용융지 크기의 예측기 및 제어기

## 4. 제어기 시뮬레이션

### 4.1 아크 용접 공정의 동적 거동

신경회로를 이용한 표면 온도 정보와 용융지 크기의 상관 관계 학습과 제어기의 성능 평가를 위해 사용된 아크 용접 공정의 수학적 모델은, Boo와 Cho [11]의 박판 아크 용접에서의 온도 거동을 나타내는 모델을 썼으며 다음과 같이 표현

된다.

$$T(x, y, z, t) - T_0 = \int^t q(t_1) / \{ \pi \rho c_p d [ \sigma^2 + 2\alpha(t-t_1) ] \} \times \text{Exp}[-(x+X_a(t)-X_a(t_1))^2 + (y+Y_a(t)-Y_a(t_1))^2] / [2\sigma^2 + 4\alpha(t-t_1)] \times \sum A_n \text{Exp}(-\mu_n^2(t-t_1)) \{ \cos(\mu_n z / \sqrt{\alpha}) + \beta_1 \sqrt{\alpha} / \mu_n \sin(\mu_n z / \sqrt{\alpha}) \}$$

여기서,  $T(x, y, z, t)$ 는 용접 토치의 위치  $(X_a, Y_a, 0)$ 로부터  $(x, y, 0)$ 만큼 떨어진 점의 시간  $t$ 에서의 온도를 나타내며,  $\alpha$ 는 열전도,  $\rho$ 와  $c_p$ 는 각각 용접물의 밀도와 비열, 그리고  $\sigma$ 는 아크의 유효 반경을 나타낸다. 또한,

$$A_n = \mu_n^2 (\mu_n^2 + \alpha \beta_1^2 + 2\alpha \beta_1 / d) \\ \beta_1 = h_1 / k$$

이고,  $h_1$ 은 표면에서의 열손실 상수,  $k$ 는 열전도 계수,  $\mu_n$ 은 임의 상수이다.

#### 4.2 신경회로 예측기의 학습

신경회로 예측기를 학습시키기 위해 다양한 용접조건에서 수행한 시뮬레이션을 통하여 온도 변화와 용융지의 크기 데이터가 얻어졌다. 시뮬레이션에서는 두께 4mm의 연강판의 특성을 대상으로 하였다. 이때 용접 열입력은 1000W에서 8000W까지 변화되었고, 용접 속도는 4와 6mm/sec가 사용되었으며, 총 1035 데이터 쌍이 구해졌다. 신경회로의 구조로는 입력 노드가 30개, 출력 노드가 1개, 그리고 3개의 중간층에 각 층의 노드수 40개가 사용되었다. 이 구조는, 몇 가지 구조에 대해서 상관 관계에 대한 학습성을 테스트한 후 선정되었다. 예측기 학습을 위해서 학습 이득과 모델링 이득은 각각 0.7과 0.3이 사용되었고, 여러 가지 이득에 대해서 수렴성과 학습성을 통해 선정되었다. 반복 학습 횟수는 3000회로 하였다.

#### 4.3 용접 공정 제어의 결과 및 검토

신경회로를 이용하여 용융지의 크기를 예측하고 제어하는 데 있어서, 제안된 제어기의 성능을 평가하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 여기에서 기준 용융지 크기는 7mm로 하였는데, 이는 용접물의 두께가 4mm이므로 완전 용접의 경우이며 이면 비드 폭이 6mm인 경우이다. 제안된 제어기의 성능 평가를 위해 개회로 제어, 신경회로 예측기를 이용한 PID 제어(그림.5), 그리고 여기에 전향 제어를 추가한 제어기(그림.6)에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 본 연구에서, 신경회로는 예측기에만 구현하였으며 주로 예측기 성능과 제어에 의한 외란 보상 능력에 대해 연구하였다. 따라서, 전향 제어기에는 개회로 제어기와 같은 값을 사용하였다. 제어기 시뮬레이션에 있어서 기준 속도는 4mm/sec로 하였고, 외란에 대한 영향을 고려하기 위해 용접하는 중간에 속도를 6mm/sec로 변화시켰다.

그림.7에는 개회로 제어기에 대한 제어 결과가 나타나 있다. 용접 속도 4mm/sec일 때 용융지 크기 7mm에 대한 열입력이 4355 W이므로 이를 그림.7(a)와 같이 전체 용접 구간 160mm에서 일정하게 가해 주었다. 전체 용접 구간의 중간

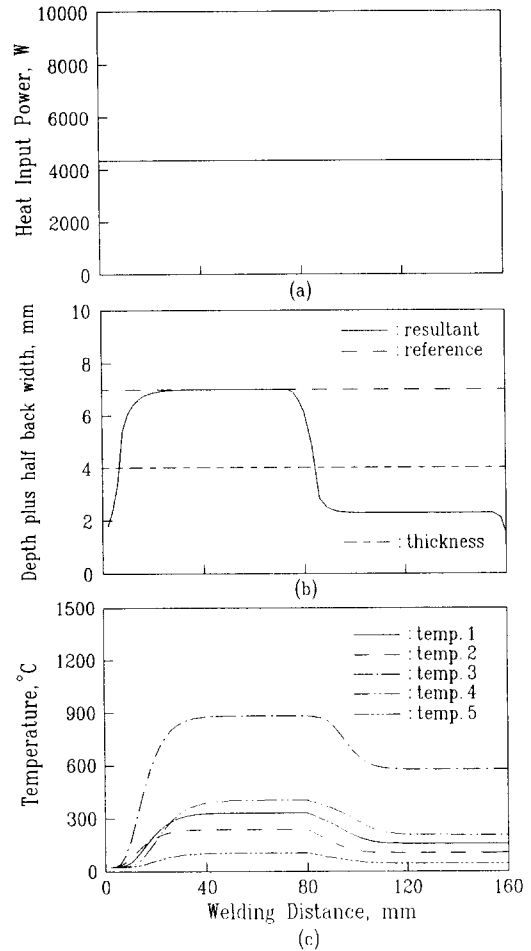


그림.7 개회로 제어 결과 (열입력: 4355W, 속도 변화: 4→6mm/sec, at x=80mm)

(80mm)에서 용접 속도를 6mm/sec로 변화시켰다. 따라서 단위 길이당 용접 열입력의 감소로 용융지의 크기가 기준 용융지 크기보다 훨씬 적게 형성되었다.(그림.7(b)) 그림.7(c)는 5점 온도의 변화 추이를 보여 준다. 마찬가지로 용접 속도가 커질때 표면 온도가 줄어들음을 보여 준다. 그러므로, 용접 속도가 변함에 따른 용융지 크기의 변화를 감지하여 용접 열입력을 보상해 주는 궤환 제어가 필요하다.

그림.8에는 신경회로 예측기를 통해 용융지의 크기를 예측하고, PID제어기를 이용하여 제어할 때(그림.5)의 결과가 나타나 있다. PID제어기의 이득은 각각 200, 250, 100으로 하였는데, 이는 용접 속도 4mm/sec에 대해 설계된 값이다. 그림.8(a)에 제어 열입력의 변화를 보여 주는데, 용접 속도가 4mm/sec인 구간에서는 20mm후에 준정상상태에 도달하여 일정한 열입력이 가해짐을 볼 수 있다. 용접 속도가 6mm/sec로 변할 때는 용융지의 변화를 예측하고 용접 열입력을 보상해 줌을 보여 준다. 그러나, 이 속도에서는 과도 상태 구간이 훨씬 큰데, 이는 속도의 변동에 따른 비선형성 때문이다. 그림.8(b)에는 제어 결과가 용융지 크기의 예측값과 같이 나타나 있는데, 전반적으로 잘 일치됨을 알 수 있다. 속도 변화

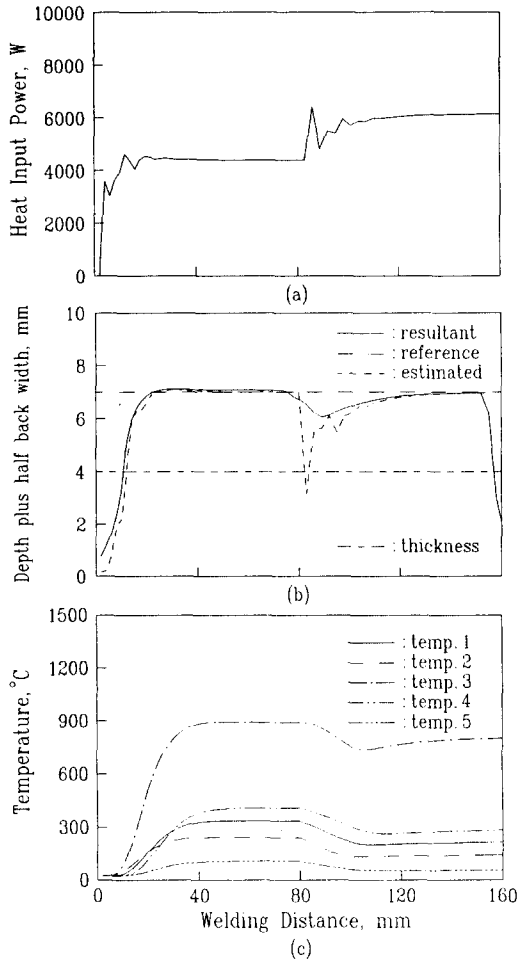


그림.8 신경회로 예측기를 이용한 PID 제어 결과  
(PID 제어기 이득: 200, 250, 100  
속도 변화: 4→6mm/sec, at x=80mm)

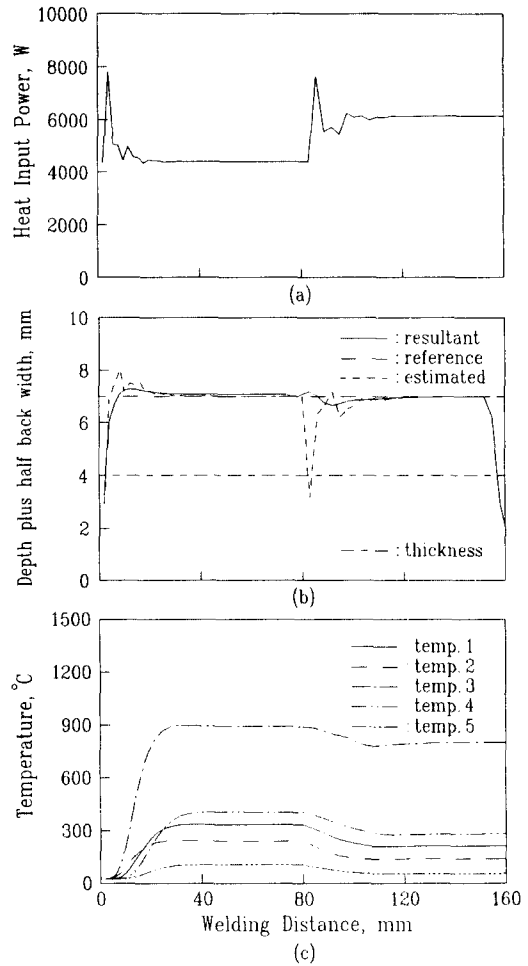


그림.9 신경회로 예측기와 전향 제어를 포함한 제어 결과  
(PID 제어기 이득: 500, 500, 50  
속도 변화: 4→6mm/sec, at x=80mm)

구간에서 예측 오차가 컸는데, 이는 속도 변화시의 데이터가 학습에 사용되지 않았기 때문이다. 그림.8(c)에는 이때의 표면 온도의 변화 특성이 나타나 있다.

그림.9에는 앞의 제어기에 전향 제어를 추가하여 제어할 때(그림.6)의 결과가 나타나 있다. PID 제어기의 이득은 각각 500, 500, 50으로 하였는데, 이는 용접 속도 4mm/sec에 대해 설계된 값이다. 그림.9(a)에는 제어 열입력의 변화가 나타나 있다. 그림.9(b)에는 제어 결과가 나타나 있는데, 그림.8(b)와 비교하면 이 제어 방법에서는 속도에 관계없이 과도 응답 구간이 짧게 나타났다. 이는 전향 제어기의 채택으로 용접 속도의 변화에 의한 비선형성의 영향이 많이 줄었기 때문이다. 그림.9(c)에는 이때의 표면 온도의 변화 특성이 나타나 있다.

## 5. 결론

GMA 용접 공정에서 신경회로를 이용하여 용융지의 크기를 예측하고 제어하는 방법을 제시하였다. 공정 감시 변수로 용

접물 표면상의 5점의 온도들이 사용되었다. 이들과 용융지의 크기와의 복잡한 상관 관계를 신경회로를 이용하여 구현하였다. 시뮬레이션을 통하여 개회로 제어기, 신경회로 예측기를 이용한 PID 제어기, 그리고 여기에 전향제어를 더한 제어기에 대해 성능을 평가하였다. PID 제어기를 사용함으로써 외란에 의한 영향을 보상하였고, 전향 제어를 추가함으로써 공정의 비선형성을 보상하였다. 이와 같이, 수학적으로 모델링하기 어려운 다른 공정에도, 이러한 예측, 제어기법이 잘 적용될 수 있을 것이다.

## 참고 문헌

- Richardson, R.D. and Richardson, R.W., The measurement of two-dimensional arc weld pool geometry by image analysis, *Measurement and Control for Batch Manufacturing*, ASME WAM, 1982, 65-75.
- Katz, J.M. and Hardt, D.E., Ultrasonic measurement of weld penetration, *Control of Manufacturing Processes*

- and *Robotic Systems*, ASME WAM, Nov. 1983, 79-95.
3. Zacksenhouse, M and Hardt, D.E., Weld pool impedance identification for size measurement and control, *Trans. of ASME, J. of Dyn. Syst. Meas. and Contr.*, Sept. 1983, Vol.105, 179-184.
  4. Nomura, H., Back bead width control in one side SAW using flux copper backing, *J. of Japan Welding Society*, 1985, Vol.3, No.3, 471-477.
  5. Onuma, A. et al., Relation between surface temperature and reverse side bead width in girth TIG welding for stainless steel tube, *J. of Japan Welding Society*, 1986, Vol.4, No.2, 331-335.
  6. Boo, K.S., A study on analysis and control of gas metal arc welding process, Ph.D. Dissertation, 1991, Dept. of Production Engineering, KAIST.
  7. Boo, K.S. and Cho, H.S., On the determination of a temperature sensor location for monitoring weld pool sizes in GMAW, *Submitted to weld J.*, 1992.
  8. Boo, K.S. and Cho, H.S., A fuzzy linguistic control approach to the control of weld pool size in gas metal arc welding processes, *Welding and Joining Processes*, ASME WAM, 1991, 73-83.
  9. Andersen, K. and Cook, G.E. et al., Artificial neural networks applied to arc welding process modeling and control, *IEEE Trans. on Industry Applications*, Sept./Opt. 1990, Vol.26, No.5, 824-830.
  10. Rumelhart, D.E., Hinton, G.E. and Williams, R.J., Learning internal representations by error propagation, *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructures of Cognition*, 1986, MIT Press, Vol.1, 318-362.
  11. Boo, K.S. and Cho, H.S., Transient temperature distribution in arc welding of finite thickness plates, *Proc. of Inst. Mech. Eng.*, 1990, Vol.204, 175-183.