'92 韓國自動制御學術會議論文集 1992. 10. 19~21

유연한 로보트 팔의 동적 모델링과 시뮬레이션

°金炯玉* 朴世承* 李政基** 朴鍾國***
朝鮮大學校 電子工學科* 三山機工(株)** 慶熙大學校 電子工學科***

Dynamic Modeling and simulation of Flexible Robotic Arms

° Hyeung-ock Kim*, Sei-seung Park*, Jung-ki Lee**, Chong-kug Park***
Dept.of Elec. Eng., Chosun Univ.* Samsan Machinery Industry.** Dept.of Elec. Eng., Kyunghee Univ.***

Abstract

In the development of a high speed and light weight manipulator, it is necessary to consider the structural elasticity of a robotic arm. The analysis of the infinite mode dynamic of robotic arm must be performed to obtain the finite mode modelling to achieve the feasible controller design of the robotic arm.

The modelling procedure of the robotic arm is also illustrated. The controlled mode of the modelled dynamic can be derived by truncating the higher vibrational mode to result in the low order system for the sampling in the control signal is confined to the higher mode. And it is controlled by the pole assignment which can compensate the unmodelled dynamic effects. The unmodelled dynamic can result in the instability of the controlled system, which is known as spillover. The controller design of the low order system is simulated by the pole assignment and optimal control theory.

Ⅰ. 서 론

일반적으로 로보트 메니퓰레이터는 강체링크로 결합되어, 액츄에이터 및 센서로써 안정하고 신뢰성 있는 제어가 이루어지도록 모델화 되었다. 로보트 팔은 부하하중을 이동할 수 있도록 매우 크고 무겁게 만들어져 왔다. 이러한 이유때문에 상용 또는 우주선 로보트처럼 중량이 가벼운 고성능 로보트 팔에 대한 관심을 갖게 되었다. 경량화된 메니퓰레이터는 시스템의 신속한 응답 및 동력소모 절감을 포함한 소형 액츄에이터와 기계적 설계상의 낭비를 줄이는 잇점이 있다. 어떻든 경량화된 메니퓰레이터에 대하여 탄성영향에 의한 팔의 유연성이 고려되어야 한다. 이러한 특성으로 인하여 메니퓰레이터의 제어 문제는 상당히 어렵다. 기본적으로 진동외란에 민감하지 않는 플랜트 모델선정과 강인한 제어기가 설계되어야 한다.[1]

메니퓰레이터 팔의 진동원인은 팔 자체 및 결합부상의 저강성에 있으며, 전자의 경우는 대형 건설용 기계에 관련하고, 후자는 산업용 로보트에서 찾아 볼수 있다. 유연한 로보트 팔에 대한 연구는 메니퓰레이터의 위치제어(진동제어, 궤도제어)가 주류를 이루고 있으나 모델링에 대한 연구는 아직 확립되어 있지 않다.[2,3] 더구나 로보트 팔의 힘제어는 이러한 모델링에 대한 연구를 기반으로 한다.

제어목적상 시스템의 모델 설정에서 대부분 가정된 모우드 방법을 적용하여 플랜트의 차수를 축소시켜 제어기 설계를 간단히 수행한다.[4,5] 축소된 유한차원 모델은 몇개의 진동 모우드에 대한 것으로 이러한 모우드를 선정하는 이유는 고차 모우드에서 시스템의 에너지가 작다는 것이다. 그러나 고차 진동 모우드를 제거함으로써 시스템은 불안정할 수 있다. 이러한 불안정 현상(Spillover)은 제거된 진동 모우드가, 제어된 모우드로 인하여 불안정 할때 크게 나타난다. 이러한 것을 피하기 위하여 기본 진동수보다 로보트 팔의 속도를 낮게 하여야 한다.[6]

본 연구는 유연한 로보트 팔에 대한 모델링방법을 제시하고, 비구속 모우드법에 의한 시스템 모델을 구하여 이것으로 저차 제어 플랜트를 구성하였다. 또한 절삭된 모우드를 고려한 제어 방법을 제시하였으며, 극점 배치방법 및 최적 제어 방법에 의한 단일 관절 로보트 팔에 대한 각 위치제어를 해석하였다.

Ⅱ. 유연한 로보트 팔의 모델링 방법

메니퓰레이터는 유연한 단일관절 팔로써 끝단에 부하질량을 갖고, DC모터로 구동되는 수직 기어축에 연결되어 감속기어를 통해서 원하는 위치로 회전한다. 여기서 로보트 팔은 수평면상에서 회전함으로 중력의 영향은 무시한다. 설정된 위치로 모터가 회전하도록 제어 토오크가 발생시 탄성으로 인한 팔의 진동은 안정되어야 한다. 그림 1.은 유연한 로보트 팔에 대한 기본 형태이다.

로보트 팔의 끝단은 집중 질량을 갖으며 결합부 허브에서 끝단까지의 팔은 고정 지지된 보(beam)로 간주한다.

그림 1.에서 허브의 회전각을 $\theta(t)$ [rad], 허브지지점에서 거리 x, 위치 P점의 탄성 변형은 $y(x,t)$ 이다. 로보트 팔의 모델링 방법은 시스템의 운동에너지 T, 포텐셜 에너지 V, 가상일 W로 부터 Hamilton원리를 적용하여 계의 편미분 방정식과 경계조건을 구한다. 여기서 $y(\alpha,t)$의 χ에 대한 미분을 $y'(\alpha,t)$로, 시간에 대한 미분은 $\dot{y}(\alpha,t)$, $\dot{\theta}(t)$ 로 표시한다. 미소변위 $d\alpha$ 상의 회전각 $y'(\alpha,t)$는 단면 회전각 $b(\alpha,t)$와 전단력에 의한 회전각 $s(\alpha,t)$합으로써,

$$y'(\alpha,t) = b(\alpha,t) + s(\alpha,t) \quad (1)$$

이다. 또한 로보트팔의 물리 상수는 다음과 같이 나타내며 무차원 변수를 정의 하고, 제어 시스템 해석에 있어서 임의의 실제 변수값을 사용하였다.

E, G : 팔의 탄성계수 [N/m^2]
ρ : 부재의 밀도 [Kg/m^3]

I : 단면 2차 모멘트 [m^2]
A : 단면적 [M^2]
l : 팔 길이
Je : 단면 회전관성 [ML^2]
J : 허브의 관성 모멘트 [ML^2]
M : 팔 끝단의 부하질량, k_o : 단면 계수

무차원 변수,

$x \rightarrow x/l$, $y \rightarrow y/l$, $a = \rho Al^4/J$, $b = I/Al^2$,
$c = k_oG/E$, $d = J_e/\rho Al^2$
$r_j = \rho Al^3/J$, $r_m = M/\rho Al$
또한, $t \rightarrow t/a$, $u(t) \rightarrow a^2/J_e^2 u(t)$,
$\theta(t) \rightarrow \theta(t)$

허브에서 부가하중까지의 전체 회전관성 모멘트는

$J_r = J + \rho Al^3/3 = Ml^2$, $r_e = J_r/J = 1 + r_j/3 + r_jr_m$

이다. 계의 운동 에너지는 $T = T1 + T2 + T3$로써 각 요소의 운동에너지는 다음과 같다.

로보트 팔 :

$$2T_1 = \rho A \int_0^l (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2)dx + \rho I \int_0^l b[(x,t) + \dot{\theta}(t)]^2\, dx$$

$$= \rho A \int_0^l [\dot{\theta}^2 y(x,t)^2 + x^2\dot{\theta}(t)^2 + 2x\dot{\theta}(t)\dot{y}(x,t) + \dot{y}^2(x,t)]dx$$

$$+ \rho I \int_0^l [\dot{b}(x,t) + \dot{\theta}(t)]^2\, dx \qquad (2)$$

허 브 : $2T_2 = J\dot{\theta}(t)^2$ (3)

부가하중 : $2T_3 = M[\dot{\theta}^2 y^2(1,t) + 2l\dot{\theta}(t)\dot{y}(x,t) + \dot{y}^2(1,t)]$

$$+ Je[\dot{b}(x,t) + \dot{\theta}(t)]^2 \qquad (4)$$

계의 포텐셜 에너지는

$$2V = EI\int_0^l b'^2(x,t)dx + k_o\, GA\int_0^l s^2(x,t)\, dx \qquad (5)$$

이고, 가상일은 $\delta W = u(t)\, \delta\theta(t)$

이다. (1)식으로 부터 $s(x,t)$를 소거하여 무차원 에너지식에 대해 변분을 하여 운동방정식과 경계조건을 구하면 다음과 같다.

$$\ddot{\theta}[r_e + r_j\int_0^1 y^2(x,t)dx + r_jr_m y^2(1,t) + r_j(b + d)]$$

$$+ 2r_j\dot{\theta}[\int_0^1 y(x,t)\dot{y}(x,t)dx + r_m\dot{y}(1,t)y(1,t)]$$

$$+ r_j[\int_0^1 x\dot{y}'(x,t)dx + r_m\dot{y}(1,t)]$$

$$+ r_j[b\int_0^1 \dot{b}(x,t)dx + d\dot{b}(1,t)] = u(t) \qquad (6)$$

$$c/b[y''(x,t) - b''(x,t)] - [x\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(x,t)]$$

$$+ \dot{\theta}^2 y(x,t) = 0 \qquad (7)$$

$$c/b[y'(1,t) - b(1,t) + r_m[\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(1,t)$$

$$- \dot{\theta}^2(t)y(1,t)] = 0 \qquad (8)$$

$$b''(x,t) + c/b[y'(x,t) - b(x,t)]\, b[\ddot{b}(x,t)$$

$$+ \ddot{\theta}(t)] = 0 \qquad (9)$$

$$b'(1,t) + d[\ddot{b}(1,t) + \ddot{\theta}(t)] = 0 \qquad (10)$$

여기서 구한 편미분 방정식과 경계조건은 부재 단면의 전단변형 및 회전관성을 고려한 Timoshenko보 모델이며, 이러한 모델의 식은 해석하기가 복잡하고 어려워서 다음과 같은 가정으로 전단변형은 매우 작으며 회전관성의 영향을 무시한 Bernoulli-Euler보의 시스템 모델을 사용한다. 이 방정식은 $s(x,t) = 0$, 즉 $b(x,t) = y'(x,t)$을 앞의 편미분 방정식과 경계조건에 대입하여 구한다.

또한 위식은 비선형항을 포함하고 있으므로 시스템을 간단히 해석하기 위하여 선형화 시키고자 한다. 결국 탄성변위가 매우 적은 것으로 가정하여 2차이상의 항은 무시한 (11) - (15)식과 같은 선형 편미분방정식과 경계조건을 얻는다.

$$r_e\ddot{\theta} + r_j\int_0^1 x\ddot{y}(x,t)dx + r_jr_m\ddot{y}(1,t) = u(t) \qquad (11)$$

$$y'''(x,t) + x\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(x,t) = 0 \qquad (12)$$

$$y''(1,t) = 0 \qquad (13)$$

$$y(0,t) = y'(0,t) = 0 \qquad (14)$$

$$y'''(1,t) = r_m[\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(1,t)] \qquad (15)$$

더구나 (11)식과 (15)식으로 부터 다음과 같은 간단한 식을 사용할 수 있다.

$$\ddot{\theta}(t) - r_j\ddot{y}(0,t) = u(t) \qquad (16)$$

Ⅲ. 모우드 해석과 고유치 문제

앞절에서 구해진 비제차 편미분 방정식의 해를 구하기 위해서 변수분리를 적용하여 제차 편미분 방정식의 해를 구하며 각 변위의 구속조건에 의하여 $\theta(t)=0$ 으로한 구속 모우드법과, 각 변위를 고려한 비구속 모우드법의 2가지 방법이 있다. 어쩌튼 이러한 방법의 모우드 해는 자기 공역(self-adjoint)고유치 문제이다. 본 연구에서는 비구속 모우드 방법에 의한 계의 운동방정식을 해석하였다.

비구속 모우드 방법에 의한 고유치 해석은 (11)식 식에서 $u(t) = 0$으로 하여 제차 편미분 방정식 및 (13), (14)식의 변수 분리 형태로 다음과 같이 표시한다.

$$\theta(t) = \eta(t) + r_j\beta\, q(t) \qquad (17)$$

$$y(x,t) = \tilde{\phi}(x)\, q(t) \qquad (18)$$

(18)식에서 $\tilde{\phi}(x) = \phi(x) - r_j\beta x$ 로 결정하여 모우드 방정식을 구하면

$$\phi''''(x) - \omega^2\phi(x) = 0 \qquad (19)$$

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \qquad (20)$$

이고, 경계조건은

$$\phi(0) = \phi''(1) = 0 \qquad (21)$$

$$\phi'(0) = r_j\beta \qquad (22)$$

$$\phi(1)''' = -r_m\omega^2\phi(1) \qquad (23)$$

이다. (19)식의 방정식의 해는

$$2\gamma\phi(x) = \gamma[\sinh(\gamma x) + \sin(\gamma x)]\phi'(0)$$
$$+ \gamma[\cosh(\gamma x) - \cos(\gamma x)]\phi''(0)$$
$$+ \gamma[\sinh(\gamma x) - \sin(\gamma x)]\phi'''(0) \qquad (24)$$

으로서 $\gamma^4 = \omega^2$ 이다. 결국 (21)-(23)식의 경계조건을 대입하여 다음과 같은 특성방정식이 구하여지며

$$1 + \cos\gamma\cosh\gamma + (r_m\gamma - r_j\gamma^{-3})(\cos\gamma\sinh\gamma - \sin\gamma\cos\gamma) + 2r_jr_m\gamma^{-2}\sin\gamma\sinh\gamma = 0 \quad (25)$$

이것을 만족하는 고유치 함수는 (26)식으로 구하여진다. (25)식은 무한개의 근을 갖으므로 $\{\gamma_i\}$, i=1, 2, 3..., $\{\omega_i\}$, $\{\phi_i(x)\}$, i =1, 2, 3... 이 구해진다. 여기서 실제 고유 진동수

$\omega_1 = \sqrt{EI/\rho A}\, l^{-2}\gamma_i^2$ 이며

$r_j\beta_i = \phi'_i(0) = 2r_j(\gamma_i^2 l)^{-1}\beta_i$ 이다.

$$\tilde{\phi}(x) = \beta_i[\cos(\gamma_i x) - \frac{\cos\gamma_i + \cosh\gamma_i - 2r_j\gamma_i^{-3}\sinh\gamma_i}{\sin\gamma_i + \sinh\gamma_i}\sin(\gamma_i x) - \cosh(\gamma_i x) + \frac{\cos\gamma_i + \cosh\gamma_i + 2r_j\gamma_i^{-3}\sin\gamma_i}{\sin\gamma_i + \sinh\gamma_i}\sinh(\gamma_i x) - 2r_j\gamma^{-2}x] \quad (26)$$

임의 상수 β_i 는 직교 조건(Orthogonality)으로 구해지는 값이다. 이값을 정하여 $\phi'(0)$의 값을 (22)식 으로 부터 구한다. 비구속 모우드의 제차 방정식의 해는 (27)식과 (28)으로 나타내어지며

$$\theta(t) = \eta(t) + \sum_{i=1}^{\infty}\phi_i'(0)q(t) \quad (27a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty}\tilde{\phi}(x)q(t) \quad (27b)$$

강제진동의 해는 제차 방정식 결과 함수의 직교성과 (11)식을 고려한 관계식 으로 부터 구해지며

$$2r_e\beta_i/\gamma^2 + \int_0^1 x\phi_i(x)dx + r_m\phi_i(1) = 0 \quad (28)$$

$\eta(t)$와 $q_i(t)$은 다음의 (30)식, (31)식으로 부터 구한다.

$$r_e\ddot{\eta}(t) = u(t) \quad (29)$$

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \phi_i(0)u(t) \quad (30)$$

또한 시스템의 출력은

$$y_s(t) = \theta(t) + y(1,t) \quad (31)$$

이다.

그림 2a, b는 허브 관성 및 부가질량의 변화에 대한 고유 진동수 변화를 나타낸 것이며 그림 3.는 관련 모우드 형태 예를 나타낸 것이다.

Ⅳ. 기본 동적계의 전달함수

입력신호 u(t)에 대한 출력 y(t)의 전달함수는 앞절의 (29),(30),(31)식을 시간에 대한 Laplace변환으로 부터 다음식으로 구하여 진다.

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{J_r s^2} + \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{[l\phi_i'(0) + \phi_i(1)]\,\phi_i'(0)}{s^2 + \omega_i^2} \quad (32)$$

팔 부재의 물리상수가 $EI = 2\times10^{-3}$, $l = 0.3$, $\rho Al = 5\times10^{-2}$ 이고 회전관성 및 부가 질량비가 $r_j = \rho Al^3/J = 2.25$, $r_m = M/\rho Al = 0.4$ 일때 1차, 2차, 3차 고유치 및 모우드 함수는 다음과 같이 주어진다.

1차 모우드

$\gamma_1 = 1.8627$, $\omega_1 = 4.2229$, $\phi_1'(0) = 1.6802$

$\phi_1(x) = 0.3886\cos(1.8627\,x/l) + 0.01324\sin(1.8627\,x/l) - 0.3866\cosh(1.8627\,x/l) - 0.4031\sinh(1.8627\,x/l)$

2차 모우드

$\gamma_2 = 4.1751$, $\omega_2 = 21.2172$, $\phi_2'(0) = 0.039$

$\phi_2(x) = 0.0453\cos(4.1751\,x/l) + 0.00444\sin(4.1751\,x/l) - 0.0453\cosh(4.7151\,x/l) - 0.0472\sinh(4.7151\,x/l)$

3차 모우드

$\gamma_3 = 7.2214$, $\omega_3 = 63.4732$, $\phi_3'(0) = 8.559\times10^{-4}$

$\phi_3(x) = 0.003\cos(7.2214\,x/l) + 0.0029\sin(7.2214\,x/l) - 0.003\cosh(7.2214\,x/l) - 0.003\sinh(7.2214\,x/l)$

5차 모우드까지 고려한 (33)식의 주파수 전달 함수식을 상태 방정식으로 전환하고 상태 방정식을 차수 축소 방법을 적용하면 8차계의 상태 방정식으로 표현 되므로 전달 함수식을 3차 모우드의 고유 진동수만 고려하여도 제어계를 해석하는데 충분함을 알 수 있다.

로보트 팔에 있어서 감쇠(damping)는 팔의 부재의 모우드 감쇠와 모터 구동부의 마찰에 의한 감쇠를 고려할 수 있다. 또한 로보트 팔의 회전에 의한 Gyroscope효과에 의한 동적 감쇠 특성도 있으며 이것은 앞으로 연구할 과제이다. 이러한 구조 감쇠 및 구동부 마찰 감쇠를 고려한 제어계의 전달함수는 (33)식과 같다.

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{J_r s^2 + D_s} + \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{3}\frac{[l\phi_i'(0) + \phi_i(1)]\,\phi_i'(0)}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2} \quad (33)$$

제어계의 블럭선도는 그림 4.와 같다.

출력신호 $y(x,t)$의 변위량 측정은 직접 측정하는 것이 곤란하므로 팔의 임의의 점에서 팔의 굽힘 변형률을 측정하여 출력신호를 구한다. 굽힘 변형률과 변위와의 관계는 (34)식과 같다.

$$\varepsilon_i(t) = -\frac{t_h}{2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 x}\Big|_{x=l_i} \quad (34)$$

여기서 t_h는 팔 부재의 두께이다. 결국 변형률은

$$\varepsilon_i(t) = \frac{t_h}{2}\{\tilde{\phi}\}\{q\}^T \quad (35)$$

이다. 여기서 $\{\tilde{\phi}\} = [\phi_1''(l_i),\ \phi_2''(l_i),\ \phi_3''(l_i)]$

$\{q\} = [q_1(t),\ q_2(t),\ q_3(t)]$

벡터이다. 위 식을 시간 함수로 벡터를 구하면 다음과 같다. $[\phi]$역행렬을 계산하여 시간함수를 구하여 출력 신호는 (36)식으로 찾는다.

$$\{\phi\}^T = \frac{2}{t_h}[\phi(l)]^{-1}\{\varepsilon\}^T \quad (36)$$

$$y(t) = \theta(t) + \frac{1}{l}[\phi(l)]\{q\}^T$$

여기서 벡터 $[\phi(l)] = [\phi_1(l),\ \phi_2(l),\ \phi_3(l)]$ 이다.

Ⅴ. 저차 동적 모우드 제어기 설계

고려된 동적계는 8차계이므로 차수를 축소하여 기본 진동 모우드에 출력된 신호 측정을 통하여 제어기를 설계한다. 기본 모우드 동적계의 플랜트 전달 함수는 다음과 같다. 이러한 전달함수는 최소위상계라 하지만 감쇠률 D와 ζ_i는 플랜트 전달함수 극점이 허수축상에 근접되도록 하는 것이어야 한다. 여기서는 감쇠를 포함하지 않았다.

조화 모우드를 고려하지 않는 기본 진동 모우드에 대한 제어기 설계는 극점배치방법 및 최적제어 방법을 사용하였다. 기본 모우드의 전달함수 및 상태변수 방정식은 다음과 같다.

전달 함수는

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{J_r s^2} + \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{3}\frac{[l\phi_i'(0) + \phi_i(l)]\,\phi_i'(0)}{s^2 + \omega_i^2}$$

$$M(s) = \frac{188.7s^2 + 3364.8}{s^4 + 17.83s^2}$$

상태방정식은

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \qquad (37)$$
$$y(t) = Cx(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -17.833 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0,\ 188.7,\ 0,\ 3.3648\times10^3],\ D = 0$$

이고, 극점배치법은 원하는 극점에 대하여 u= -Ky의 제어방법을 만족하는 피이드백 게인 행렬을 구한다. 예를 들어 아래의 극점위치 벡터에 대한 피이드백 게인벡터는 다음과 같다.

극점위치 : [-3, -3, 4.5j, -4.5j]

게인벡터 : [6, 11.4167, 121.5, 182.25]

최적제어기 설계는 LQR방법으로 다음의 성능지수를 갖고 관련 제어법칙을 만족하는 피이드백 게인행렬 K를 구하면 다음과 같다.

K = [0.7356, 4.1840, 6.1264, 0.0027]

$$J = \int_t [xQx^T\ uRu^T]dt \qquad (38)$$

여기서

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = 1$$

그림 5. 는 임의의 극점에 대한 제어계의 계단입력에 대한 응답이다. 그림 6.은 최적 제어기에 의한 응답이다.

조화 모우드의 영향을 고려한 제어기 설계는 제어되지 않는 모우드의 전달함수를 포함하여 제어하며 기생(Parasite) 전달함수로 시스템이 불안정(Spillover)할 수 있다. 극점배치 방법으로 이러한 모델링 오차를 제거하여 제어기를 설계할 수 있다. 동적 모델계의 전달 함수를 제어되는 모우드와 제어되지 않는 모우드의 전달 함수로 나타내면 (39)식과 같다.

$$T(s) = M(s)\ [\ 1 + V(s)] \qquad (39)$$

여기서 V(s)는 제어 모우드에 대한 기생량이 된다. 제어되지 않는 모우드를 포함한 계의 입출력 관계는 (40)식과 같다.

$$\frac{y_s(s)}{u(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} \qquad (40)$$

피이드백 회로계의 원하는 특성 다항식이 P(s)이며, D(s)와 동일 차수이다. 또한 임의의 (n-1)차 안정한 특성 다항식을 Q(s)로 정하여 (41)식의 다항식 방정식과 (42)식의 제어법칙을 만족하는 전달함수 다항식 K(s), H(s)를 구한다. 결과적인 피이드백 계의 전달함수는 (43)식이며 원하는 극점을 위치시킬 수 있다.

$$K(s)D(s) + H(s)N(s) = Q(s)[D(s) - P(s)] \qquad (41)$$

$$u(s) = \frac{K(s)}{Q(s)}u(s) + \frac{H(s)}{Q(s)}y_s(s) + v(s) \qquad (42)$$

$$\frac{y_s(s)}{v(s)} = \frac{N(s)}{P(s)} \qquad (43)$$

기생 모우드의 전달함수가 I(s)/L(s)이면 제어법칙 (42)식으로 부터 V(t)에 대한 피이드백 계의 전달함수는 다음과 같다. 또한 계의 특성 다항식은 (44)식으로 주어진다.

$$y(s) = \frac{N(s)[I(s) + L(s)\ ]\,Q(s)}{Q(s)P(s)L(s) - H(s)N(s)I(s)}\,v(s) \qquad (44)$$

$$\lambda(s) = Q(s)P(s)L(s) - H(s)N(s)I(s)$$

P(s)의 영점을 허수축상에서 극점좌측 방향으로 멀리하면 피이드백 계는 불안정하여 진다. 결국 피이드백 계를 안정시키는 방법은 P(s)의 영점을 허수축 근처로 가깝게 하는 것으로 제어계의 속도성능을 제한하는 것이다. 그림 7.은 조화모우드를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어계의 응답선도이다. 여기서 Q(s) = $(s+10)^2(s+5)$로 정하여 K(s), H(s)를 구하여 시뮬레이션 하였다.

Ⅵ. 결 론

유연한 로보트 팔의 모델링 방법과 구속 모우드 및 비구속 모우드 방법에 의한 고유진동수와 모우드 함수를 제시하였으며, 집중질량계와 분포계를 갖는 로보트 팔에 대한 전달함수를 나타내었다. 저차 모우드 시스템에 대하여 극점배치 및 최적제어 방법에 의한 제어기의 설계예를 보였으며, 조화진동 모우드를 고려한 극점배치 방법을 제시 하였다.

앞으로 유연한 로보트 메니퓰레이터에 대한 연구는 유연한 다관절 팔의 시스템의 모델링에 대하여 수행되어야 하며, 또한 비선형 근사화 방법 및 진동외란에 강인한 제어방법이 제시 되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. 細田敏男, " フレキツてル - ム の 研究 の 動向 ", 日本 ロホト學會紙, 1988

2. C, Vibet, "Research Issues Associated with the Control of Mechanism", Int. J. Robtics and Automation 5(4), 1990.

3. K, Ichikawa, "Angular Position Control of Robotic Arm", JSME Vol. 57,No,90-0376,1991

4. S. Choura & S. Jayasuriya, " On the Modelling and Open-Loop Control of Rotating Thin Flexible Beam", ASME Journal of Dynamic System Measurement and Control Vol. 113, 1991.

5. 嘉納秀明, "ロホシトヒシヨン の モテモソク", 日本 ロホト學會紙, 1988

6. David W, Miller & Robert N, Jacques, "Typical Selection Problems of Structrual Control Appllication", AIAA-90-1225-CP.

7. Weijian Zhang, "Internal Damping Problem in Cantilever Beam", Int, J. Robotics and Automation 6(4). 1990.

8. L.Meirovitch, "Element of Vibrational Analysis", 1975

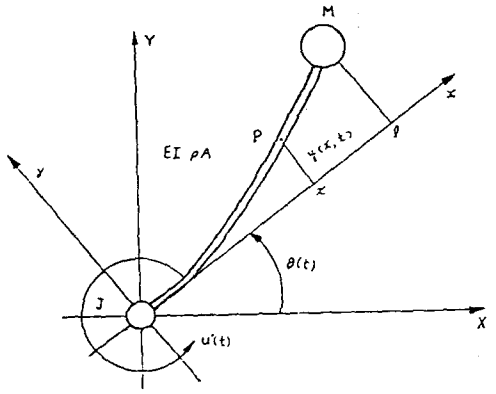

그림 1. 유연한 로보트 팔의 변위.

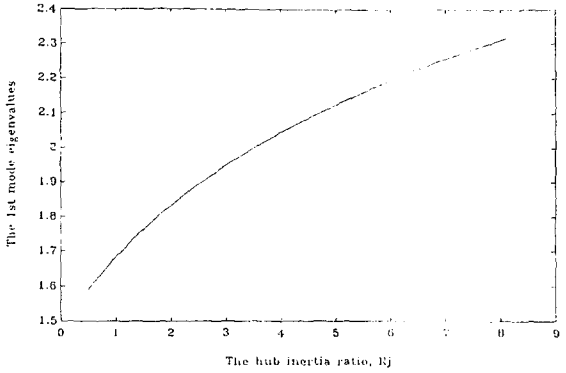

그림 2a. 허브 회전관성 Rj 변화에 대한 1차고유치 변화
(비구속 모우드방법 적용, R_m = 0.4)

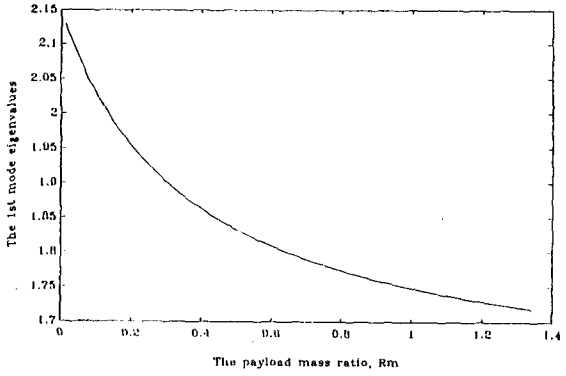

그림 2b. 부가질량 R_m 변화에 대한 1차 고유치 변화
(비구속 모우드방법 적용, R_j = 2.25)

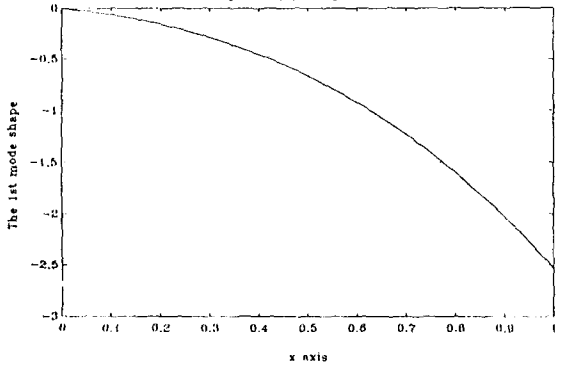

그림 3. 로보드 팔의 1차 모우드함수 형태

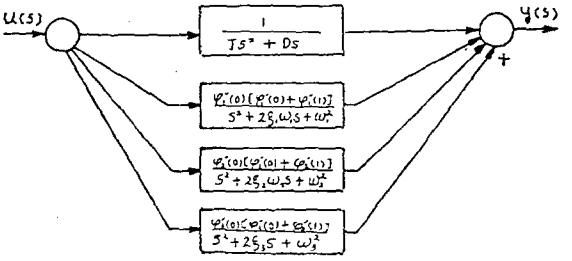

그림 4. 동적모우드 제어계의 블록 선도

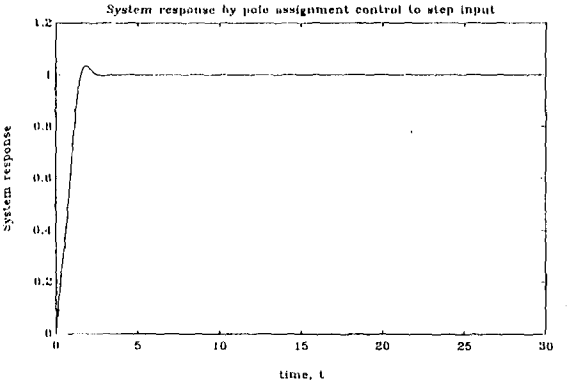

그림 5. 극점배치에 의한 제어 시스템의 응답곡선
(극점 : -5, -5, -2+3j, -2-3j)

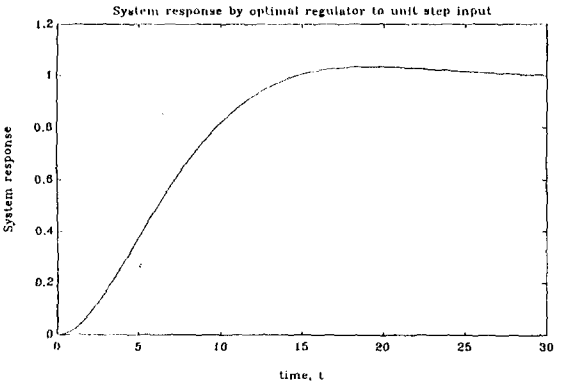

그림 6. 최적제어(LQR)에 의한 시스템의 응답곡선
Q = diag(1), R = 1

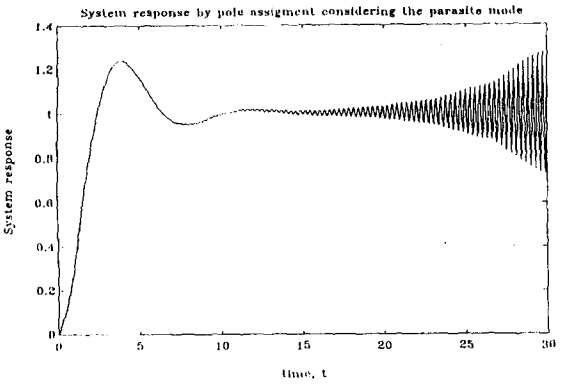

그림 7a. 조화모우드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$
극점 : -3.5, -3.5, -2+3j, -2-3j

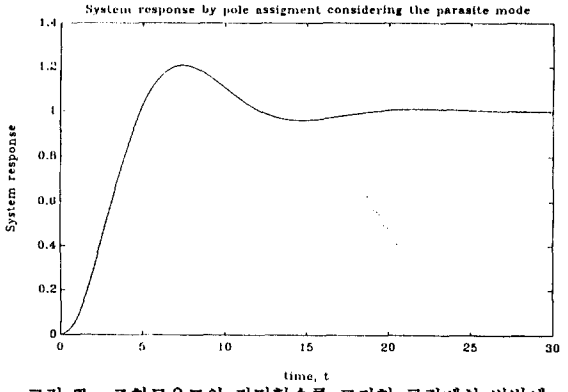

그림 7b. 조화모우드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$
극점 : $(s+2)^4$

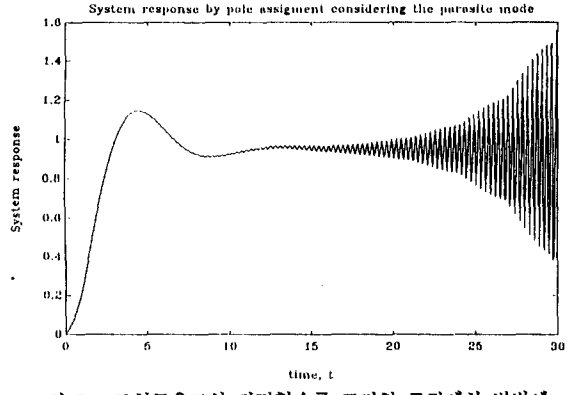

그림 7c. 조화모우드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^3$
극점 : -3, -3, -3+2j, -3-2j

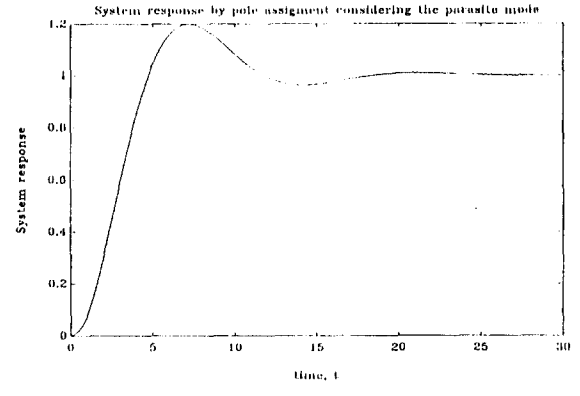

그림 7d. 조화모우드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^3$
극점 : $(s+2)^4$

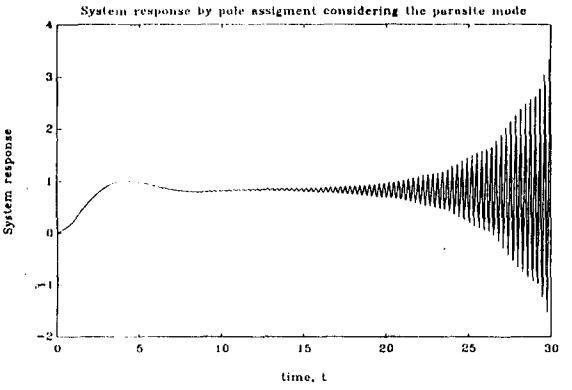

그림 7e. 조화모우드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$
극점 : $(s+4)^4$