미지의 외란을 가지는 시스템의 새로운 형태의 적응 제어 알고리즘

구근모, 전정열^{o}, 김종환

한국과학기술원 전기 및 전자공학과

A Novel Robust Adaptive Control Algorithm for Systems with Unknown Disturbances

Keun-Mo Koo, Jeong-Yeol Jeon and Jong-Hwan Kim

Dept. of Electrical Engineering, KAIST

Abstract – This note proposes a novel robust adaptive control algorithm for systems with unknown disturbances by introducing an additional term in the control input. This additional term is easily implementable by estimating the upper bound of the unknown disturbances. By this term, the output error can be made to be uniformly ultimately bounded in a desired region via Lyapunov second stability theorem when the relative degree of system is one.

I Introduction

시불변 선형 시스템의 전체적인 안정도를 보장하는 적응 제어 기법은 외란이 없는 이상적인 경우에 대하여 많은 연구가 이루어졌다. 그러나, 실제로 대부분의 시스템은 어느정도의 불확실성과 외란을 가지고 있다. 이 경우 이상적인 시스템에서의 안정성은 더 이상 보장되지 않기 때문에 적응제어 기법에 있어서 이러한 문제점을 해결 하려는 많은 노력이 있었다.

Paterson and Narendra[1]에서는 전체 시스템의 제한성을 보장하는 dead-zone 기법이 매개 변수 추정에 사용되었다. 그러나 이 기법은 외란에 대한 사전정보를 필요로 한다. 이 기법의 변형으로서 매개변수의 영역을 제한하는 기법이 [2] 에 소개 되었으나 매개 변수에 대한 정보를 미리 알아야 한다. [3]에 소개된 σ-modification 기법은 사전정보의 필요 없이 적응 제어기의 모든 신호의 안정성을 보장하지만 [5]에서 지적한 단점을 가지고 있다. [5]에서 논한 e_1-modification 은 σ-modification 에 비해 약간의 장점을 가지고 있으나, 신호들이 제한되는 영역을 명확히 알수가 없다.

이 논문에서는 사전에 정보를 필요로 하지 않는 적응 제어기를 미지의 외란을 가지고 있고 상대 차수가 1인 시스템에 대하여 설계 하였다. 제어기에는 출력 오차가 궤환 되는 부가적인 항이 첨가되었다. 이 부가된 항은 미지의 외란에 상한값을 추정하여 변화하는 궤환 이득인데, 출력 오차를 제한하는 역할을 한다. 그러므로 출력오차는 원하는 영역안으로 제한되게 된다.

II 견실한 적응제어 알고리즘

본 절에서는 상대차수가 1이고 차수가 n인 시스템에 대한 새로운 형태의 적응 제어 알고리즘을 소개 하겠다. 제어대상은 다음과 같은 시불변 선형의 미분 방정식으로 표시 된다고 하자.[5]

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + b_p u(t) + d\nu_1(t) \\ y_p(t) &= h_p^T x_p(t) + \nu_2(t) \end{aligned} \tag{1}$$

위 식의 전달함수는 $W_p(s) = h_p^T(sI - A_p)^{-1}b_p = k_p\frac{Z_p(s)}{R_p(s)}$이다.여기서 $Z_p(s)$ 와 $R_p(s)$는 최고차 항의 계수가 1이고 차수가 각각 $n-1$ 와 n이며 서로소인 다항식이고, $Z_p(s)$ 는 Hurwitz 다항식이다. 또한 $\nu_1(t)$ 와 $\nu_2(t)$ 는 외부 외란이다. 모델의 전달함수는 $W_m(s) = k_m\frac{Z_m(s)}{R_m(s)}$ 이다. 여기서 $Z_m(s)$ 와 $R_m(s)$는 최고

차 항의 계수가 1이고 차수가 각각 $n-1$ 와 n이며 서로소인 안정한 다항식이다. 원하는 출력 $y_m(t)$ 는 연속적이고 제한된 기준입력 $r(t)$에 의해서 생성된다. 편리함을 위해서 $k_p = k_m = 1$라 가정 하였다.

보조신호는 다음 식에 의해 생성된다.

$$\begin{aligned} \dot{w}_1(t) &= Fw_1(t) + g(r(t) + \hat{\theta}(t)^T w) \\ \dot{w}_2(t) &= Fw_2(t) + gy_p(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $w^T(t) \triangleq [w_1^T(t), w_2^T(t)]$, $\hat{\theta}^T(t) = [\hat{\theta}_1^T(t), \hat{\theta}_2^T(t)]$이고, $w_1(t)$ 와 $w_2(t)$ 는 n-dimensional vector이며, F는 임의의 안정한 행렬이다. 또한 (F, g) 는 가제어성이고 $\hat{\theta}(t)$ 는 제어 매개변수이다. 제어입력 $u(t)$는 다음과 같다.

$$u(t) = \hat{\theta}^T(t)w(t) + r(t) - \alpha(t)e_1(t) \quad (3)$$

여기서 $e_1(t) \triangleq y_p(t) - y_m(t)$ 이고 $\alpha(t)$ 는 다음에 정의될 출력 궤환 이득이다. 제어입력에서 부가적인 항 $\alpha(t)e_1(t)$는 미지의 외란의 영향을 줄이는 역할을 한다.

(1)과 (2), (3)으로 부터 전체 시스템의 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + b(\phi^T(t)w(t) + r(t) - \alpha(t)e_1(t)) + b\bar{\nu}(t) \\ y_p(t) &= h^T x(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $x^T(t) = [x_p^T(t), w^T(t)]$, $h^T(sI - A)^{-1}b = W_m(s)$, $\phi(t) \triangleq \hat{\theta}(t) - \theta^*$ 이고 $\bar{\nu}(t)$ 는 $\nu_1(t)$ 와 $\nu_2(t)$ 에 생기는 입력 외란이다[5].

모델은 다음과 같은 비 최소 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= Ax_m(t) + br(t) \\ y_m(t) &= h^T x_m(t) \end{aligned} \quad (5)$$

(4) 와 (5)로 부터 상태오차 $e(t) \triangleq x(t) - x_m(t)$는 다음식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Ae(t) + b(\phi^T(t)w(t) - \alpha(t)e_1(t)) \\ &\quad + b\bar{\nu}(t) \\ e_1(t) &= h^T e(t) \end{aligned} \quad (6)$$

시스템의 상대차수를 $n^* = 1$로 가정 했기 때문에 전달함수 $W_m(s)$ 는 강정실 함수이다.

미지의 외란에 대해 다음과 같은 가정을 하자.

$$\|\nu(t)\| \le \rho$$

여기서 ρ는 양의 상수이다. 그러면 새로운 적응제어 법칙은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \begin{cases} -\Gamma e_1(t)w(t) & \text{if } |e_1(t)| > \epsilon \\ -\Gamma e_1(t)w(t) - \gamma|e_1(t)|\hat{\theta}(t) & \text{if } |e_1(t)| \le \epsilon \end{cases} \quad (7)$$

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = \begin{cases} \beta|e_1(t)| & \text{if } |e_1(t)| > \epsilon \\ \beta|e_1(t)| - \sigma\hat{\rho}(t) & \text{if } |e_1(t)| \le \epsilon \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha(t) = \frac{\hat{\rho}(t)}{\epsilon} \quad (9)$$

여기서 $\Gamma = \Gamma^T$는 양의 행렬이고, β 와 γ, σ는 양의 상수이며 ϵ 은 출력 오차의 경계로 주어진 양의 상수이다. Lyapunov function candidate 를 다음과 같이 정하자.s

$$V(e(t), \phi(t), \tilde{\rho}(t)) = e^T(t)Pe(t) + \phi^T(t)\Gamma^{-1}\phi(t) + \frac{1}{\beta}\tilde{\rho}(t)^2 \quad (10)$$

여기서 $\tilde{\rho}(t) \triangleq \rho - \hat{\rho}(t)$이다. $V(\cdot)$를 (6)과 (7)에 따라 시간 미분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t), \phi(t), \tilde{\rho}(t)) &= -e^T(t)Qe(t) - 2\alpha(t)e_1(t)^2 \\ &\quad + 2e_1(t)\bar{\nu}(t) - \frac{2}{\beta}\rho\dot{\hat{\rho}}(t) + \frac{2}{\beta}\hat{\rho}(t)\dot{\hat{\rho}}(t) \\ &\le -e^T(t)Qe(t) - 2\alpha(t)e_1(t)^2 \\ &\quad + 2|e_1(t)|\rho - \frac{2}{\beta}\rho\dot{\hat{\rho}}(t) + \frac{2}{\beta}\hat{\rho}(t)\dot{\hat{\rho}}(t) \end{aligned}$$

여기서

$$A^TP + PA = -Q < 0$$
$$Pb = h.$$

이다. $|e_1(t)| > \epsilon$ 이면 (8) 과 (9)로 부터 $\dot{V}(\cdot)$는 다음과 같다.

$$\dot{V}(e(t), \phi(t), \tilde{\rho}(t)) \leq -e^T(t)Qe(t) - 2\frac{\hat{\rho}(t)}{\epsilon}e_1(t)^2 + 2\hat{\rho}(t)|e_1(t)| < 0$$

위의 관계식으로 부터 적응 시스템의 모든 신호들이 제한됨을 알 수 있다. $|e_1(t)| \leq \epsilon$일때의 $\dot{V}(\cdot) < 0$인 정확한 영역을 구하기는 어렵다. 그러나, 출력 오차를 $\epsilon_o > \epsilon$를 만족하는 어떤 상수 ϵ_o로 제한하는 것이 목적이기 때문에 위의 문제는 관심밖의 문제이다.

Remark : 매개변수의 drift away 현상을 막기위해 $|e_1(t)| \leq \epsilon$ 일때 e_1-modification 와 σ-modification 기법을 사용한다. $\alpha(t)$ 는 미지의 외란에 효과를 줄이기 위한 적분 궤환 이득으로 해석할 수 있다. 이 기법에서 ϵ의 크기를 적절히 조절 함으로서 출력 오차의 크기를 조절할 수 있다.

III 결론

이 논문에서는 미지의 외란을 가지는 상대차수가 1인 시스템에 대한 새로운 형태의 적응 제어기를 제시하였다. 이 제어 법칙을 사용하면 출력오차가 원하는 영역안에 있도록 할 수 있다. 이 것은 적분역활을 하는 부가적인 궤환항을 제어 법칙에 첨가 함으로써 가능하였다. 부가적인 궤환이득은 미지의 외란에 상한값을 추정하여 얻는다.

참고 문헌

[1] B. B. Peterson and K. S. Narendra, "Bounded error adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-27, pp.1161-1168, Dec. 1982.

[2] G. Kreisselmeier and K. S. Narendra, "Stable model reference adaptive control in the presence of bounded disturbances," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-27, pp.1169-1175, Dec. 1982.

[3] P. A. Ioannou and P. V. Kokotovic, "Robust redesign of adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-29, pp.202-211, Mar. 1984.

[4] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, "Robust adaptive control in the presence of bounded disturbances," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-31, pp.306-315, April 1986.

[5] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, "A new adaptive law for robust adaptation without persistent excitation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-32, pp.134-145, Feb. 1987.

[6] J. Imura, T. Sugie, and T. Yoshikawa, "Adaptive robust control of robot manipulators," *in Proc. of Int. Symposium on the M. T. N. S.*, Kobe, Japan, June 1991.

[7] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable adaptive systems*, Prentice-Hall International, 1989.