

# 액츄에이터의 동적특성을 고려한 비선형 로봇 매니플레이터의 모델링에 관한 연구

김 학 범\* 이 앙 범\*\*

상지전문대학 전자과\* 울산대학교 전기공학과\*\*

A Study on the Modeling of the Nonlinear Robot  
Manipulator with Actuator Dynamics

Hak Pom Kim\* Yang Bum Lee\*\*

Sang Ji Junior College Dept. Electronics.\*

University of Ulsan Dept. of Electrical Engineering.\*\*

## 요 약

본 연구에서는 n-차 비선형 로봇 매니플레이터에서 링크의 동특성에 액츄에이터의 동특성을 포함시킨 복합모델(Combined Model)의 알고리즘을 제안하였다. 여기서 이 복합 모델의 알고리즘은 고속운전 및 빈번한 부하의 변동시에 중요한 역할을 하는 액츄에이터 모터의 동특성 방정식과 매니플레이터 링크의 운동을 묘사하는 동특성 방정식을 포함시킨 알고리즘을 의미한다. 또한 제안된 모델은 선형화 및 감결합 변환(Feedback Linearizing and Decoupling Transformation : FLDT)법을 이용하여 선형시스템으로 변환시켰다. 따라서 본 연구에서는 고속운전 및 빈번한 부하의 변동에도 액츄에이터 모터의 전압과 전류를 조절함으로써 효과적으로 제어할 수 있게 하는 매니플레이터 모델 알고리즘을 개발하는데 그 목적이 있다.

## I. 서 론

최근 여러 산업현장에서는 열악한 작업환경의 기피 및 고임금화로 인하여 로봇 매니플레이터를 이용한 산업공정의 자동화에 의한 비용절감 효과가 크게 기대되고 있다. 로봇 매니플레이터를 이용한 공정자동화란 작업장 내의 다양한 환경에서 원하는 목적을 만족시키도록 로봇 매니플레이터의 운동궤적을 제어하는 데 있다.

일반적으로 로봇 매니플레이터의 운동궤적을 제어하기 위해서는 매니플레이터 링크의 동특성을 묘사하는 비선형 동특성방정식으로 부터 매니플레이터의 입력토크를 구해 내어야 한다. 매니플레이터 링크의 동적특성을 모델링하는 방법에는 Lagrangian-Euler 방법과 Newton-Euler 방법 등 크게 두가지로 나눌 수 있다. 이러한 모델링 방법에서 매니플레이터 링크의 운동방정식을 나타내기 위해서는 2차(second order) 비선형 미분방정식으로 표현된다. 그러나 이들 2차 비선형 미분방정식은 로봇 매니플레이터의 동특성으로 부터 고속운전 및 빈번한 부하의 변동시에 중요한 역할을 담당하는 액츄에이터의 동특성은 배제되었다. 그러므로 고속운전 및 빈번한 부하의 변동에도 효과적으로 대처할 수 있도록 액츄에이터의 동특성을 고려한 매니플레이터 모델의 알고리즘 개발에 대한 필요성은 절대적이라고 할 수 있다.

근간 액츄에이터의 동특성 방정식을 매니플레이터의 동특성 방정식에 포함시킨 연구가 진행되고 있다.

Vukobratovic(1982)는 주어진 공칭궤적(nominal trajectory)에 대하여 3차 기계적인 전송 모델(mechanical transmission model)을 제안하였으며<sup>[1]</sup>, Goor(1984)는 로봇 매니플레이터의 동특성에서 액츄에이터의 중요성을

지적하였고, 구동 모터의 동특성이 포함된 3차 로봇 동특성 모델을 제안하였지만 초기위치에서만 선형화시킨 로봇 매니플레이터의 모델기법이다<sup>[2]</sup>. Guez(1983)는 액츄에이터의 동특성을 고려한 매니플레이터 동특성 모델을 제안하였지만 일반화된 매니플레이터 모델기법은 아니다.<sup>[3]</sup> Beekmann (1988)은 매니플레이터의 동특성과 모터의 동특성 그리고 모터와 매니플레이터 관절의 상호 동특성을 포함한 모델을 제안하였지만 이러한 모델로 부터 출력방정식을 도출해내기에는 많은 어려움이 따른다.<sup>[4]</sup> Tarn(1988)은 액츄에이터의 동특성 모델과 매니플레이터의 동특성 모델을 결합시킨 3차 동특성 방정식을 도출하였다. 그러나 이러한 3차 동특성 방정식은 2차 동특성 방정식에 비해 상당히 많은 계산량의 부담을 갖고 있다.<sup>[5]</sup>

본 연구에서는 전술한 문제점들을 해결하기 위하여 n-차 비선형 로봇 매니플레이터의 동특성에 액츄에이터의 동특성을 포함시킨 복합모델(Combined Model)의 알고리즘을 제안하였다. 제안된 복합모델은 비선형적일 뿐만 아니라 상호간에 변수들이 서로 결합되어 복잡한 방정식으로 유도되거나 이방정식을 선형화 시켜주기 위해서 선형화 및 감결합 변환(F.L.D.T.)이론을 적용하였다. 따라서 선형화 및 감결합 변환 이론을 적용하면 비선형 복합모델로 부터 각각의 개별적인 자유도(degree of freedom)에 대하여 서로 감결합된 선형 복합모델로 변환된다.

제안된 복합모델을 선형화 및 감결합 변환법을 적용하였을 때 매니플레이터 각각의 자유도에 대하여 액츄에이터 모터의 전압과 전류를 조절함으로써 고속운전 및 빈번한 부하의 변동에 효과적으로 제어할 수 있게하는 매니플레이터 모델 알고리즘을 개발하는데 그 목적이 있다.

## II. 로봇 매니플레이터의 복합모델

일반적으로 n개의 자유도를 갖는 로봇 매니플레이터 링크의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>[6]</sup>

$$\tau = M(\theta, t)\ddot{\theta} + f(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (2.1)$$

$$f(\theta, \dot{\theta}, t) = 1(\theta, \dot{\theta}, t) + \begin{bmatrix} \dot{\theta}^T G^1(\theta)\dot{\theta} \\ \dot{\theta}^T G^2(\theta)\dot{\theta} \\ \vdots \\ \dot{\theta}^T G^N(\theta)\dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

여기서  $\theta$  : 관절의 위치,

$\dot{\theta}$  : 관절의 속도

$\theta$ : 관절의 가속도를 나타내는 n차원 벡터

$M(\theta)$ :  $n \times n$  관성 대칭행렬.

$\tau$ : 관절에 가해지는 n차원 토크(torque) 벡터.

$f(\theta, \dot{\theta}, t)$ : n차원 원심력과 중력항.

한편 액츄에이터의 동특성 모델을 유도하기 위해서 액츄에이터는 영구자석으로 된 DC모터를 고려한다. 그림 1은 기어 감속기를 통하여 i번째 관절을 동작시키는 i번째 액츄에이터의 전기자 회로를 나타내고 있으며 전기자 전압방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

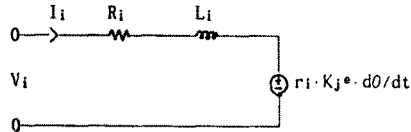


그림 1. i번째 모터의 전기자 회로

$$L_i \frac{dI_i}{dt} + R_i I_i + r_i \cdot K_{i0} \frac{d\theta}{dt} = V_i \quad i=1, 2, \dots, N \quad (2.3)$$

$$A_i \theta_i + B_i \frac{d\theta_i}{dt} + J_i \frac{d^2\theta_i}{dt^2} + \tau_i = r_i \cdot K_{iT} \cdot I_i$$

여기서,  $V_i$ : 모터의 입력전압

$\tau_i$ : 관절에 인가되는 토크

$I_i$ : 액츄에이터의 전기자 전류

$r_i$ : 기어감쇄 비율 ( $r_i > 1$ )

$J_i$ : 회전자 관성벡터

$A_i$ : 액츄에이터의 compliance coefficient

$B_i$ : 액츄에이터의 Viscous 마찰계수

$R_i$ : 전기자 회로의 저항

$L_i$ : 전기자 회로의 인덕턴스

$K_{iT}$ : 액츄에이터 토크상수

$K_{i0}$ : 액츄에이터 역기전력 상수

식(2.3)을 정리하면 다음과 같은 벡터형태로 표현된 액츄에이터의 동특성 방정식으로 유도되어 진다.

$$I = H\dot{\theta} + P I + L \cdot V \quad (2.4)$$

$$J^* \ddot{\theta} + \tau = C I - A \theta - B \dot{\theta}$$

여기서  $H$ : 대각행렬로  $H_{ii} = r_i \cdot K_{i0} / L_i$

$P$ : 대각행렬로  $P_{ii} = R_i / L_i$

$A, B, J^*$ : 대각행렬로 각각  $A_i > 0, B_i > 0, J_i > 0$

$C$ : 대각행렬로  $C_{ii} = r_i \cdot K_{iT}$

따라서 식(2.1)로 정리된 매니플레이터 링크의 동특성 방정식과 식(2.4)로 정리된 액츄에이터의 동특성 방정식을 결합된 복합모델 방정식으로 유도하기 위해서는 상태벡터를 다음과 같이 정한다.

$$\begin{aligned} X_1 &= \theta \\ X_2 &= \dot{\theta} \\ X_3 &= I \\ X &= (X_1, X_2, X_3)^T \end{aligned} \quad (2.5)$$

상태벡터  $X_1, X_2, X_3$ 를 이용하여 식(2.1), (2.2) 그리고 (2.4)를 다시 표현하면 아래와 같다.

$$\dot{\tau} = M(X_1, t) \ddot{X}_2 + f(X_1, X_2, t) \quad (2.6)$$

$$f(X_1, X_2, t) = 1(X_1, X_2, t) + \begin{bmatrix} X_2^T G^1(X) X_2 \\ X_2^T G^2(X) X_2 \\ \vdots \\ X_2^T G^N(X) X_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$W(X_1, X_2) = [X_2^T G^1(X) X_2, X_2^T G^2(X) X_2, \dots, X_2^T G^N(X) X_2]^T \quad (2.8)$$

$$X_3 = H X_2 + P X_3 + L^{-1} V \quad (2.9)$$

$$J^* \ddot{X}_2 + \tau = C X_3 - A X_1 - B X_2$$

식(2.6)과 (2.9)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$[J^* + M(X_1, t)] \ddot{X}_2 + f(X_1, X_2, t) = C X_3 - A X_1 - B X_2 \quad (2.10)$$

또한 식(2.5)의 상태벡터 형태로 다시 표현하면

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= g(X, t) \\ \dot{X}_3 &= H X_2 + P X_3 + L^{-1} V \end{aligned} \quad (2.11)$$

여기서

$$g(X, t) = [J^* + M(X_1, t)]^{-1} [C X_3 - A X_1 - B X_2 - f(X_1, X_2, t)] \quad (2.12)$$

이다.

식(2.12)에서  $J^*$ 와  $M(X_1, t)$ 관성행렬은 positive definite 행렬이며, nonsingular 이므로 매니플레이터가 동특성 방정식에 대해서는 식(2.11), (2.12)와 같이 상태변수를 정의할 수 있다. 결국 식(2.11), (2.12)은 n-자유도 로봇 매니플레이터 링크의 동특성과 액츄에이터의 동특성 모델을 상태공간 방정식으로 유도시킨 복합모델이다. 그림 2는 복합모델의 블록 다이어그램이다.

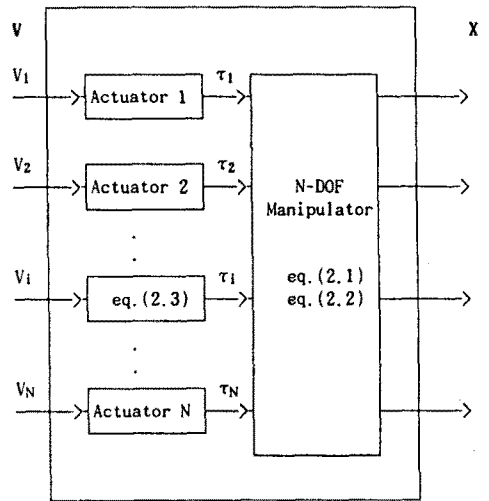


그림 2. 복합모델의 블록 다이어그램

### III. 복합모델의 선형화

관절에서 유도된 복합모델 방정식 (2.11), (2.12)는 비선형적인 뿐만 아니라 변수 상호간에 결합되어 있으므로 자유도가 6일 경우 상태벡터는 18개가 된다. 이러한 상황에서 매니플레이터의 가장 단순한 작업에 대해서도 모델의 해석적인 해의 산출은 불가능하게 된다. 따라서 로봇 매니플레이터를 효과적으로 제어할 수 있게 하기 위해서 모델을 선형화 및 감결합시켜 주는 작업은 필수적이다.

이렇게 하기 위해서는 n-관절을 갖는 결합된 비선형 복합모델을 개별적인 하나의 관절에 대해서 감결합된 선형 부속시스템(subsystem)으로 변환시켜야만 한다. 이때 각각의 감결합된 선형 부속시스템을 상태변수인 관절의 위치, 속도, 가속도인 3중 적분 시스템(triple integrator system)

으로 변환시키기 위해서 다음과 같이 비선형 상태 변환 (nonlinear state transformation) 기법을 도입하여야만 한다.

$$Y = \phi(X, t) \quad (3.1)$$

$$\phi(X, t) = [X_1, X_2, g(X, t)]^T \quad (3.2)$$

따라서 식(3.1)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Y_1 = X_1$$

$$Y_2 = X_2 = X_1 \quad (3.3)$$

$$Y_3 = g(X, t) = X_2$$

한편,  $Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}$ 는 각각  $i$ 관절의 위치, 속도, 가속도를 나타내는 벡터이다. 한편 식(3.3)에서  $Y$ 는 새로운 상태벡터로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_1 = Y_2 \quad (3.4)$$

$$Y_2 = Y_3 \quad (3.5)$$

$$Y_3 = g(X, t) = \frac{d}{dt} [J^* + M(X_1, t)]^{-1} [CX_3 - AX_1 - BX_2 - W(X_1, X_2) - I(X_1, X_2, t)] + [J^* + M(X_1, t)]^{-1} \times [CX_3 - AX_1 - BX_2 - W(X) - I(X, t)] \quad (3.6)$$

따라서 비선형 상태변환법을 적용하여 유도된 상태공간식 (3.4), (3.5), (3.6)에서는 오직 선형 부속시스템의 상태변수와 모터의 입력전압  $V$ 만을 포함하고 있으므로 3중 적분 시스템을 구현하기 위하여 다음과 같이 정한다.

$$Y_3 = Z \quad (3.7)$$

여기서  $Z$ 는 가속도의 미분치로서 새로운 제어입력 벡터이다. 그러므로 식(3.6)과 (3.7)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Z = Y_3 = \frac{d}{dt} [J^* + M(X_1, t)]^{-1} [CX_3 - AX_1 - BX_2 - W(X_1, X_2) - I(X_1, X_2, t)] + [J^* + M(X_1, t)]^{-1} \times [CX_3 - AX_1 - BX_2 - W(X) - I(X, t)] \quad (3.8)$$

또한 식(3.8)에 식(2.8), (2.11), (2.12)를 적용하면 다음과 같이 정리된다.

$$Z = \frac{d}{dt} [J^* + M(X_1, t)]^{-1} [CX_3 - AX_1 - BX_2 - W(X_1, X_2) - I(X_1, X_2, t)] + [J^* + M(X_1, t)]^{-1} [CHX_2 + CPX_3 + CL^{-1}V - AX_2 - Bg(X, t) - W(X) - I(X, t)] \quad (3.9)$$

결국 모터에 인가되는 전압  $V$ 는 식(3.9)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V = LC^{-1} [J^* + M(X_1, t)] \{ Z - \frac{d}{dt} [J^* + M(X_1, t)]^{-1} \times [CX_3 - AX_1 - BX_2 - W(X_1, X_2) - I(X_1, X_2, t)] \} + LC^{-1} [AX_2 + Bg(X, t) + W(X) + I(X, t)] - L[HX_2 + PX_3] \quad (3.10)$$

여기서

$$\frac{d}{dt} [J^* + M(X_1, t)]^{-1} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial [J^* + M(X_1, t)]^{-1}}{\partial X_{1j}} X_{2j} + \frac{\partial [J^* + M(X_1, t)]^{-1}}{\partial t}$$

$$I(X, t) = \frac{\partial I(X_1, X_2, t)}{\partial X_1} X_2 + \frac{\partial I(X_1, X_2, t)}{\partial X_2} g(X, t) + \frac{\partial I(X_1, X_2, t)}{\partial t}$$

$$W(X) = \begin{bmatrix} X_2^T G^1(X_1) X_2 \\ X_2^T G^2(X_1) X_2 \\ \vdots \\ X_2^T G^N(X_1) X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_2^T G^1(X_1) X_2^T \\ X_2^T G^2(X_1) X_2^T \\ \vdots \\ X_2^T G^N(X_1) X_2^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_2^T \sum_{j=1}^N \frac{\partial G^1(X_1)}{\partial X_{1j}} X_{2j} \cdot X_2 \\ X_2^T \sum_{j=1}^N \frac{\partial G^2(X_1)}{\partial X_{1j}} X_{2j} \cdot X_2 \\ \vdots \\ X_2^T \sum_{j=1}^N \frac{\partial G^N(X_1)}{\partial X_{1j}} X_{2j} \cdot X_2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

식(3.10)으로부터 모터에 인가되는 전압은 오직 선형 부속시스템의 상태변수만으로 표현되었다.

한편 선형화관과 결합법 변환(FLDT) 방정식을 유도하기 위하여 식(3.3), (3.4), (3.5), (3.6)을 이용하여 식(3.10)에 적용하면 다음과 같은 방정식이 얻어진다.

$$V(Y, Z, t) = LC^{-1} \{ [J^* + M(Y_1, t)] Z + W(Y) + I(Y, t) - PW(Y_1, Y_2) - P I(Y_1, Y_2, t) - PAY_1 + [A - CH - PB] Y_2 + [B - P[J^* + M(Y_1, t)]] + J(Y_1, Y_2, t) \} Y \quad (3.12)$$

여기서

$$J(Y_1, Y_2, t) = \sum_{j=1}^N \frac{\partial [J^* + M(Y_1, t)]}{\partial Y_{1j}} Y_{2j} + \frac{\partial [J^* + M(Y_1, t)]}{\partial t}$$

$$W(Y) = \begin{bmatrix} Y_3^T G^1(Y_1) Y_2 \\ Y_3^T G^2(Y_1) Y_2 \\ \vdots \\ Y_3^T G^N(Y_1) Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_2^T G^1(Y_1) Y_3 \\ Y_2^T G^2(Y_1) Y_3 \\ \vdots \\ Y_2^T G^N(Y_1) Y_3 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} Y_2^T \sum_{j=1}^N \frac{\partial G^1(Y_1)}{\partial Y_{1j}} Y_{2j} \cdot Y_2 \\ Y_2^T \sum_{j=1}^N \frac{\partial G^2(Y_1)}{\partial Y_{1j}} Y_{2j} \cdot Y_2 \\ \vdots \\ Y_2^T \sum_{j=1}^N \frac{\partial G^N(Y_1)}{\partial Y_{1j}} Y_{2j} \cdot Y_2 \end{bmatrix}$$

$$I(Y, t) = \frac{\partial I(Y_1, Y_2, t)}{\partial Y_1} Y_2 + \frac{\partial I(Y_1, Y_2, t)}{\partial Y_2} Y_3 + \frac{\partial I(Y_1, Y_2, t)}{\partial t} \quad (3.13)$$

결국 식(2.11)로 표현되는 복합모델에 식(3.12), (3.13)으로 표현된 FLDT를 적용하면 다음과 같은 3중 적분 시스템으로 변환된다.

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 &= Y_2 \\ \dot{Y}_2 &= Y_3 \\ \dot{Y}_3 &= Z \end{aligned} \quad (3.14)$$

그림 3은 로봇 매니플레이터와 액츄에이터 시스템에

대한 비선형 상태궤환 과 3중 적분 시스템의 블록 다이어그램이다.

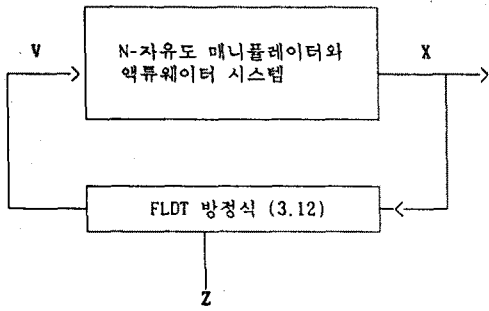


그림 3. 비선형 상태궤환 블록 다이어그램

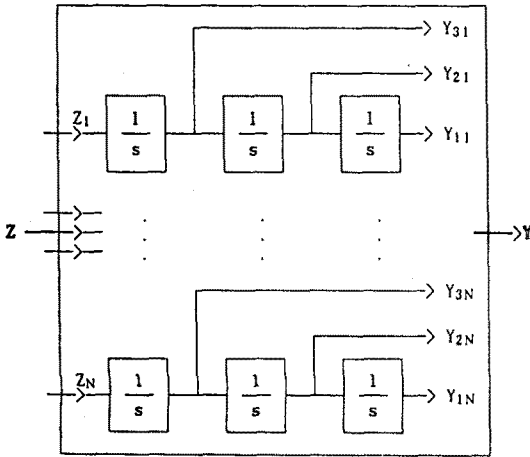


그림 4. 삼중적분시스템

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션

제안된 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 PUMA 560 로봇트 매니플레이터의 동특성 모델을 사례대상으로 정하였다. 한편 계산의 단순화를 위해서 그림 5와 같은 2관절 매니플레이터의 물리정수와 1,2관절을 구동하는 DC모터(각각 PMI MC23S와 PMI MC19P)의 물리정수는 다음과 같다.

- $m_1 = m_2 = 10[\text{kg}]$
- $d_1 = d_2 = 1[\text{m}]$
- $K_{1\theta} = K_{1T} = 0.5[\text{v} \cdot \text{s}/\text{rad}]$
- $K_{2\theta} = K_{2T} = 0.25[\text{v} \cdot \text{s}/\text{rad}]$
- $R_1 = 1[\Omega]$
- $R_2 = 2[\Omega]$
- $L_1 = 0.00025[\text{H}]$
- $L_2 = 0.00015[\text{H}]$
- $r_1 = r_2 = 35$
- $J_1 = 0.002[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
- $J_2 = 0.001[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$

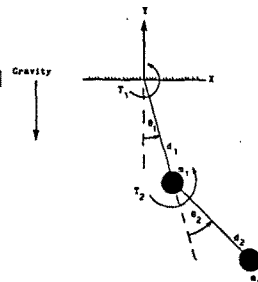


그림 5. 2관절 매니플레이터

$$Z_1 = Z_2 = 42[\text{rad}/\text{sec}^3]$$

식(3.12)를 이용하여 액츄에이터의 입력전압을 구한 후, 이 전압을 식(2.11)의 복합모델 시스템에 인가하면 식(3.14)와 같은 감결합된 3중 적분 시스템을 구해낼 수 있다.

그림 6은 위와 같이 선정된 물리정수를 식(3.12)를 이용하여 계산된 1번 관절의 전기자 전압을 도시하였으며 이

때 전기자에 흐르는 전류를 그림 7에 도시하였고, 그림 8, 9, 10은 삼중적분 시스템으로 부터 계산된 각각 1번 관절의 위치, 속도, 가속도를 나타내고 있다. 또한 그림 11, 12는 2번 관절의 전기자 전압, 전류의 파형을 도시하였으며, 그림 13, 14, 15는 각각 2번 관절의 위치, 속도, 가속도 파형을 나타내고 있다.

여기서 가속도의 미분치인  $Z_1, Z_2$ 의 값이 같으므로 두 관절의 위치, 속도, 가속도의 값이 서로 같더라도 액츄에이터에 인가되는 전압  $V_1, V_2$ 와 이때 전기자에 흐르는 전류  $I_1, I_2$ 는 서로 값이 일치되지 않는다. 결국 액츄에이터의 동특성을 고려한 매니플레이터 모델의 모든 비선형성은 전기자 전류( $I_1, I_2$ )와 전압( $V_1, V_2$ )에서 흡수하고 있음을 보여주고 있다.

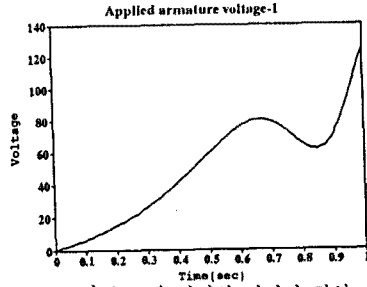


그림 6. 1번 관절의 전기자 전압

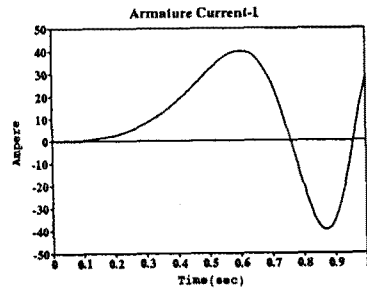


그림 7. 1번 관절의 전기자 전류

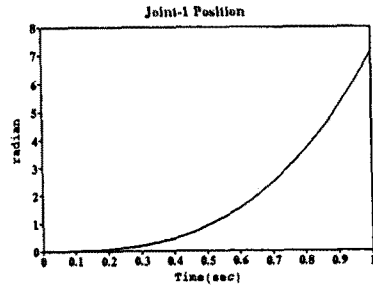


그림 8. 1번 관절의 위치

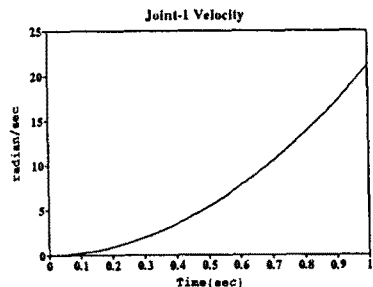


그림 9. 1번 관절의 속도

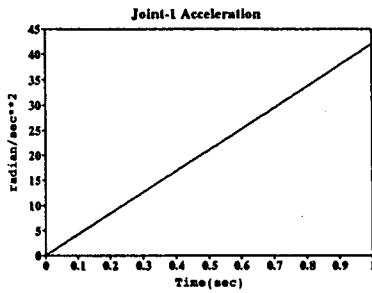


그림 10. 1번 관절의 가속도

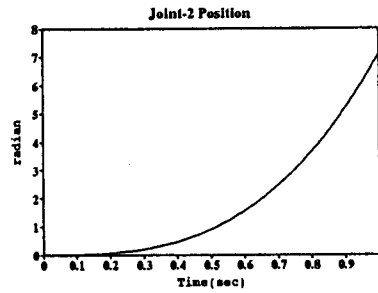


그림 15. 2번 관절의 가속도

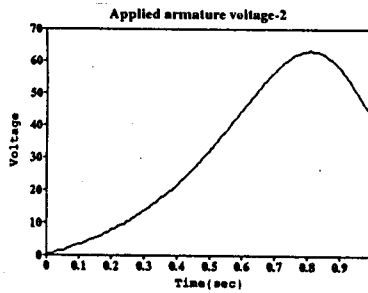


그림 11. 2번 관절의 전기자 전압

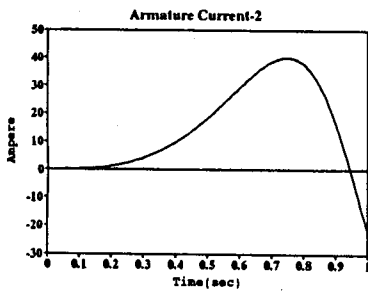


그림 12. 2번 관절의 전기자 전류

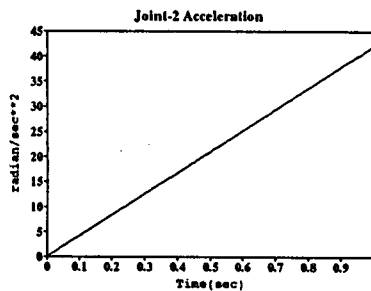


그림 13. 2번 관절의 위치

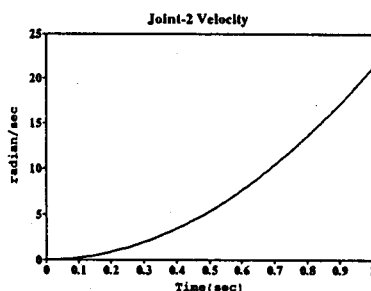


그림 14. 2번 관절의 속도

## V. 결론

본 연구에서는 영구자석형 DC모터에 의해 구동되는 n-자유도 로봇 매니플레이터의 복합모델링 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 선형궤환 및 감결합 변환법을 이용하여 원래의 결합된 비선형 복합시스템을 각각의 개별적인 자유도에 대하여 서로 감결합된 선형시스템으로 변환하여 유도하였다. 이러한 복합모델 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션하여 본 결과 다음과 같은 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

- ① 복합모델에서 상호 결합되어 있는 시스템을 감결합된 부속시스템으로 변환하였을 때 알고리즘의 계산시 역행렬을 포함하고 있지 않으므로 계산량의 부담이 매우 적다.
- ② 매니플레이터 복합모델의 모든 비선형성은 선형궤환 및 감결합변환에 의하여 전기자 전압과 전류에 흡수되고 있음을 알 수 있었다.
- ③ 선형 부속시스템의 제어입력으로 액츄에이터에 인가되는 전기자 전압을 선형 시스템 제어이론이나 최적 제어 이론에 의해 쉽게 도출할 수 있게 된다.

## VI. 참고 문헌

1. Vukobratovic, M., Potkonjak, "Dynamics of Manipulation Robot: Theory and Application," Springer-Verlag, 1982.
2. Goor, M. Robert, "A New Approach to Minimum Time Robot Control," Research Publication GMR-4869, 1984.
3. Guez, Allon, "Optimal Control of Robotic Manipulators," Ph.D Dissertation, University of Florida in Gainesville, Florida, 1983.
4. Beekmann, R. K. Lee, "Nonlinear Robotic Control including Drive Motor Interactions," Proc. of 1988 American Control Conference, Atlanta, GA, pp. 1333-1338, 1988.
5. T. J. Tarn, Z. Li, A. K. Bejczy, X. Yun, "Nonlinear Robot Arm Control Through Third order Motor Model," IFAC Robot Control Karlsruhe, FRG, pp. 53-58 1988.
6. J. Craig, "Introduction to Robotics Mechanics and Control," Addison-Wesley, 1986.