

時系列分析에 의한 配水量 推定

이정환* · 정춘웅** · 오민환***

한국 수자원 공사, 수자원 연구소, 제어연구실

Estimation of Water Distributed Volume Using Time Series Analysis

Jung - Hwan Lee* · Chun - Ung Chung** · Min - Hwan Oh***

Korea Water Resources Corporation Water Resources Research Institute

ABSTRACT - In this paper, To estimate monthly water distribution volume required optimization control of operating scheme & water distribution management for water transmission system in water supply, both Thomas-Fiering technique and Fourier series are compared and analyzed, respectively. Since water distribution volume is periodically repeated and has a linear fluctuation trend, parameters in each element are estimated through dividing into linear fluctuation trend component and periodical component. Finally, results of time-series analysis are proved to be more reasonable than that of Thomas-Fiering techniques by comparing simulation with observation data.

1. 서론

최근 급속한 산업 발달과 생활 환경의 변화에 따라 새로운 용수수요가 매년 증가하고 있으며, 이에 대처하기 위하여 각종 수자원 개발과 수도시설 증설 및 확장이 지속적으로 시행되고 있다. 그러나 많은 생활 오수 및 산업폐수는 하천을 오염시켜 취수원을 제한시키고 있으며, 부존 수자원이 한정되어 수질이 좋은 수량을 확보하기 위해서는 취수원의 다원화 및 취수 설비를 대규모화 하고 있는 추세에 있다. 대규모 취수 설비는 각기 다른 하천에서 수질이 다른 물을 취수하는 펌프장과 하천의 유입량을 저수지에 저장하여 사용할 수 있도록 상호 유기적으로 연계 운영되고 있다. 펌프와 배수지만으로 구성된 취수 설비의 운영은 수용가의 수요량에 의해 결정되는 반면에 자연 유입량이 포함된 저수지의 연계 운영에 있어서는 유입량과 수요량의 양자를 고려하여야 한다. 저수지의 경우에는 자체 유입량이 추계학적 성분을 포함하고 있으며 계절에 따라 유량의 크기가 크게 변동하기 때문에 정확하게 예측하기가 어렵다. 따라서 사전에 배수량을 추정하므로 저수지 수위를 조정 溢流을 억제하므로 경제적 편익을 높일 수 있다. 배수량 또한 시간에 따라서 수용가의 요구 수량이 달라 예측하기가 어렵고 수요의 부하(demand)은 사회적·경제적 변화에 직접적인 영향을 받는다. 지금까지 계절 변동이 있는 유량을 추정하는 방법으로 회귀 분석 방법인 Thomas-Fiering 방법이 주로 이용되고 있으나 상수

도와 같이 기록 자료가 단기간일 경우에는 정도 높은 추정이 어렵다. 본 연구에서는 짧은 기간의 배수량 데이터를 시계열 분석에 의해 경향변동·경기변동을 구하고 계절 변동과 불규칙 변동을 주기성 함수인 Fourier 기법을 도입 추정할 수 있는 방안을 제시하였다. 본 방법의 유용성 검증을 위하여 한국 수자원 공사 울산 용수사무소의 운영 실적과 시뮬레이션 결과를 비교하였으며 계절 모형에 일반적으로 이용되고 있는 Thomas-Fiering 기법의 계산 결과와도 비교 하였다.

2. 이론적 배경

상수도 송수시스템의 구성 요소로서는 펌프와 배수지가 있으며 상호 연계 운영하고 각기 여러개를 조합하여 병렬로 연결 운영함으로써 운전의 안정성을 높이고 있다. 운영의 기본은 펌프의 가동율이나 가동 대수의 조절과 배수지의 저수량을 배분하므로 수요의 변동에 대처하고 있다. 이러한 시스템의 운영에 있어 송수 단계의 물 수급 균형을 나타내는 제약 조건으로써 일반적인 상태 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^L (\alpha_{i,t+1} - \alpha_{i,t}) = \sum_{j=1}^M Q_{j,t} - \sum_{k=1}^N D_{k,t} ; \quad (1)$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

여기에서, $\alpha_{i,t}$ 는 기간 t 초기에 있어 i 배수지의 저류량 $Q_{j,t}$ 는 기간 t 동안의 j 펌프의 송수량 $D_{k,t}$ 는 기간 t 동안의 k 번째 需要端의 물 사용량을 나타내고, 식 (1)의 상태 방정식은 등식 制約으로써 시간별 배수지의 저수 용량의 변화량이 펌프의 취수량과의 차이와 같아야 되는 유량 평형 조건을 나타내고 있다.

2.1 배수량 요소의 시계열학적 분석

일반적으로 장기에 걸쳐 시간과 함께 변동하는 배수량 추정을 위해서는 우선 시계열을 통계적인 수법에 의해 분석하고 몇개의 변동성분으로 분해하면 일반적으로 경향변동 [trend: $T(t)$], 경기변동 [cycle: $C(t)$], 계절변동 [seasonal movement: $S(t)$], 불규칙변동 [irregular movement: $R(t)$] 등 4가지로 나누어진다. 배수량은 상기 4개의 성분이 서로 겹쳐 하나의 시계열을 구성하고 있다고 가정하면 원계수를 시간 (t) 의 함수인

0 (t)로 나타내고 이것들을 결합하여 추정하게 된다. 결합 형태는 다음 2가지로 나타낼 수 있다.

$$O(t) = T(t) \times C(t) \times S(t) \times R(t) \quad (2)$$

$$O(t) = T(t) + C(t) + S(t) + R(t) \quad (3)$$

이들 모형의 기본은 경향변동 (trend: T(t))이며, 다른 변동 요소는 이에 대한 가법 또는 비례적으로 결합된다. 실제의 관측 데이터를 시계열 분석할 때는 순환 변동과 불규칙변동을 분리하지 않고 단기 변동 요인으로 처리하는 경우가 많다. 한국 수자원 공사의 울산 용수사무소의 경우 1984년 1월부터 1990년 12월까지 7년간의 각 월마다 배수량 실적 (각 월마다 1일 평균 배수량을 환산하고 있다)을 원계수로 하고 시계열을 분석한 결과는 그림 1과 같으며, 그림 1에서 분석한 성분에 대해서 고찰 하면 다음과 같다.

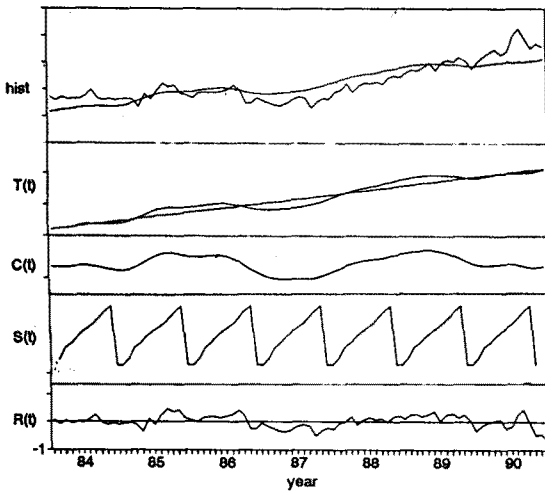


그림 1 배수량의 시계열 분석

1. 경향변동 [trend: T(t)]

원계수의 거의 증상을 통과 하면서 완만한 기폭을 나타내고 시간의 변화에 따라 상승하고 있는 곡선 [(T(t)·C(t))은 원계수의 이동 평균법에 의해 구한 것으로 과거 7년간의 각 월마다 배수량의 신장율을 나타내고 있다. 경향선의 적용방법으로는 1차식으로 근사화하는 방법을 이용하고 최소 자승법으로 구하면 T(t)=0.2346t+2.3419가 된다.

2. 주기변동 [cycle :C(t)]

앞서 구한 경향변동 T(t)·C(t) 곡선을 경향변동치 T(t)에서 제외한 것으로 이 결과에서 보면 약 4년 정도의 주기를 갖는 변동을 나타내고 있다.

3. 계절변동 [seasonal movement: S(t)]

7년간을 통해서 S (t)곡선은 각월의 8월을 피크로한 1년간의 주기로 규칙적으로 반복되는 것을 알 수 있다.

4. 불규칙변동 [irregular movement: R(t)]

과거 7년간의 변동 중 경향변동·경기변동·계절변동 등과 같이 규칙적인 변동 외에 자연조건·사회정세·경제정세 등의 돌발적인 변화에 의해 나타나는 것으로 한 예로 1987년 4월의 경우 異常 갈수에 의한 취수량 부족으로 배수제한에 따른 부득이한 결과 인 것으로 나타내고 있다.

2.2 배수량의 해석 방법

장기간의 유량을 추정하는 방법으로는 정상상태의 추정방법으로 Monte-Calro 방법, 계절의 변동요인을 고려한 방법으로 Thomas-Fiering 방법, 시계열 방법으로 ARMA 및 ARIMA 방법이 있다. 본 연구에서 도입한 방법은 curve fitting에 의한 잔차를 이용하고 계절모형에 주로 사용되는 Thomas-Fiering 방법과 Fourier 방법과를 비교하고자 한다.

2.2.1 Thomas-Fiering 모형

Thomas-Fiering 모형은 1차 회귀분석 기법으로써 가장 일반적일 다계절 모형으로 이용되어 오고 있다. 즉 12개월의 배수량 자료에서 J월의 유량이 (J+1)월의 유량과 회귀분석되어 12개의 선형회귀 방정식을 포함하며 유량의 추정 방정식은 다음과 같다.

$$Q_{ij} = \bar{Q}_j + \gamma_j \frac{S_j}{S_{j-1}} (Q_{i,j-1} - \bar{Q}_{j-1}) + Z_{ij} S_j \sqrt{1 - \gamma_j^2} \quad (4)$$

여기서 Q_{ij} : i년 j월의 추정 배수량

\bar{Q}_j : j월 평균 배수량

γ_j : j월 (j-1)월 배수량간의 계절 상관 계수

Z_{ij} : 평균치가 0 이고 분산이 1인 표준 정규 난수

S_j, S_{j-1} : j월 (j-1)월 배수량의 표준 편차

모의 발생 월 배수량은 적합한 분포형을 결정 한 후 다음 식들에 의해 표본 월 배수량의 평균 표준편차 및 계절상관계수를 알아 냄으로써 식 (4)를 얻을 수 있다.

$$\bar{Q}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n Q_{ij} \quad (5)$$

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j)^2} \quad (6)$$

$$\gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j) (Q_{i,j+1} - \bar{Q}_{j+1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j)^2 \sum_{i=1}^n (Q_{i,j+1} - \bar{Q}_{j+1})^2}} \quad (7)$$

유량의 분포형은 관측치와 일치하는 통계치의 난수를 발생시키는 것으로 Box and Muler 방법과 Central limit이론에 의한 방법이 있다. 본 연구는 Central limit이론에 의한 난수를 발생 하였다.

2.2.2 Fourier 모형

대규모 공단의 용수사용은 경기 와 계절 변화에 크게 영향을 받고 주기적으로 반복되고 있어 주기성분을 다음과 같이 Fourier 급수로 표시할 수 있다.

$$Y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N \left(a_n \sin \frac{2\pi n}{T} t + b_n \cos \frac{2\pi n}{T} t \right) \quad (8)$$

$$t = 0, 1, 2, \dots, T$$

여기에서, Y(t): t시간에서의 배수량

T : 장단기 추정에 따라 정해지는 주기

N : 포함되는 고주파 성분의 수

시계열도의 개략적인 경향은 이동평균에 의해 일게되나 이것을 보다 양적으로 표시하고자 할 때는 약간의 문제가 있다. 그래서 시간 t의 임의함수 $\phi_j(t) (j=1,2,\dots,N)$ 에 의해 데이터를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X(t) = \alpha_0 \phi_0(t) + \alpha_1 \phi_1(t) + \dots + \alpha_p \phi_p(t) + \epsilon(t) \quad (9)$$

여기서 $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ 는 t에 무관한 상수이고 (t)의 통계적 성질은 시간 t에 대하여 무관계로 한다. 현재 시계열을 식 (9)에서 표시하는 것으로 하면 $\phi_j(t)$ 에 sine 함수라든가 cosine 함수를 생각하면 Fourier 급수로 전개할 수 있다. 본 모델을 간단화 하기 위해서 계열수 N을 짝수로 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_j = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} \left\{ A_k \cos \frac{2\pi}{N} k(j-1) + B_k \sin \frac{2\pi}{N} k(j-1) \right\} \quad (10)$$

$$+ \frac{A_{N/2}}{2} \cos 2\pi (j-1)$$

식 (10)의 계수 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{N/2}, B_1, B_2, \dots, B_{N/2}$ 은 최소자승법을 써서 결정한다.

$$A_k = \frac{2}{N} + \sum_{j=1}^N X_j \cos \frac{2\pi}{N} k(j-1) \quad (k=0,1,2,\dots,\frac{N}{2}) \quad (11)$$

$$B_k = \frac{2}{N} + \sum_{j=1}^N X_j \sin \frac{2\pi}{N} k(j-1) \quad (k=1,2,\dots,\frac{N}{2}-1) \quad (12)$$

3. 배수량의 추정결과 및 분석

3.1 적용 사업장의 개요

한국 수자원 공사의 경우 그림 2과 같이 수도시설 용수 공급계의 취수원 구성을 보면 주로 저수지에서 취수하고 부족분은 지표수를 취수하여 수용가의 수요량 변동에 적응하고 있다. 특히 저수지는 유입하는 자연 유입량과 수용가의 요구 수량인 배수량의 양자를 고려하여야 하므로 저류된 물을 이용하는 방안이 있어서는 컴퓨터를 이용하여 최적화 모형에 의한 운영계획을 통해 구축해야 한다. 따라서 장래 배수량이 어떻게 변화하는가를 추정해서 예지하는 것은 취수설비의 최적 운영 계획뿐 아니라 수도의 확장계획 개량계획에 필수적이다.

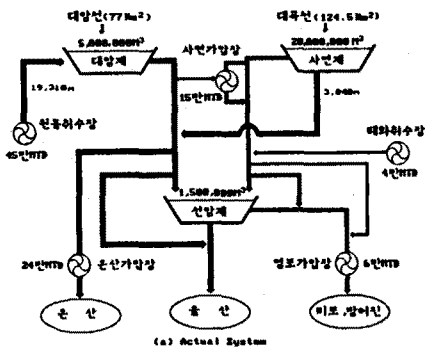


그림 2 울산 용수 시스템 현황

배수량은 기상, 기온 등의 자연조건의 변화에 의해 변화하는 것은 물론 사회적 조건, 경제적 조건에 의한 변화가 크게 나타나고 있어 추정하기가 어렵다. 또한 이들의 조건이 각기 다른 도시나 공업 지역마다 그 배수량 변화도 같지는 않다.

여기서 기술하는 배수량 추정법은 배수 control을 목적으로한 배수량 추정법을 한국 수자원 공사의 울산 사무소를 예로 연구한 것이다.

3.2 배수량 추정

울산공단의 1984년 1월부터 1990.12월까지의 과거 7년간의 관측치 월별 년간 배수량 실적을 시계열분석 하고 그 결과로 얻어진 추세변동치 및 계절 변동치를 이용해 12개월의 先行 배수량을 추정 하였다.

$$\hat{O}(t) = \hat{T}(t) + \hat{S}(t) \quad (13)$$

여기에서, $\hat{O}(t)$ 는 추정 배수량을 나타내고 $\hat{T}(t)$ 는 추정 경향 변동치 $\hat{S}(t)$ 는 추정 계절변동치를 나타내고 있다.

배수량의 추정에 기본이 되는 경향 변동치(t)와 경기 변동치는 최소자승법에 의해 구한

$$T(t) = 0.2346t + 2.3419 \quad (14)$$

를 이용 한다. 계절변동 변동치는 Fourier 급수로 구하였다. 각 년도별 Fourier 급수의 매개변수는 표 1과 같다.

표 1 Fourier 매개변수

	1월	2월	3월	4월	5월	6월	7월	8월	9월	10월	11월	12월
A(0)	0.020	0.266	0.068	-0.097	0.060	-0.20	0.331	0.549	0.061	-0.074	-0.157	-0.246
A(1)	0.014	0.258	0.017	0.024	-0.004	-0.067	0.062	0.204	0.168	-0.005	-0.157	-0.070
A(2)	0.071	0.352	0.105	-0.194	-0.182	-0.058	-0.180	-0.182	-0.224	-0.060	0.064	0.061
A(3)	0.127	0.157	0.104	0.179	0.136	0.107	-0.007	-7.027	0.000	0.003	0.032	0.072
A(4)	0.127	0.157	0.104	0.179	0.136	0.107	-0.007	-0.037	0.000	0.003	0.032	0.072
B(1)	0.074	0.053	-0.099	-0.168	-0.032	0.022	-0.038	0.007	0.044	-0.001	-0.010	0.198
B(2)	0.082	-0.162	0.082	-0.081	0.200	0.078	0.020	0.064	0.210	0.432	0.297	0.236
B(3)	0.042	0.234	-0.186	-0.063	-0.010	-0.111	-0.067	-0.008	-0.113	0.081	0.007	0.072
B(4)	0.042	0.234	-0.186	-0.063	-0.010	-0.111	-0.067	-0.008	-0.113	0.081	0.007	-0.072
A(0)	0.071	0.352	0.105	-0.194	-0.182	-0.058	-0.180	-0.182	-0.224	-0.060	0.064	0.061

3.3 배수량 추정 결과 및 분석

본 연구에서 사용한 자료는 한국 수자원 공사 울산 용수사무소의 월별 배수량 실적자료 7년 (1984-1990)데이터를 시계열 분석 데이터로 하여 1991년 12개월 배수량을 Fourier 기법 및 Thomas-Fiering 기법 및 관측치를 그림 3에 나타내었다.

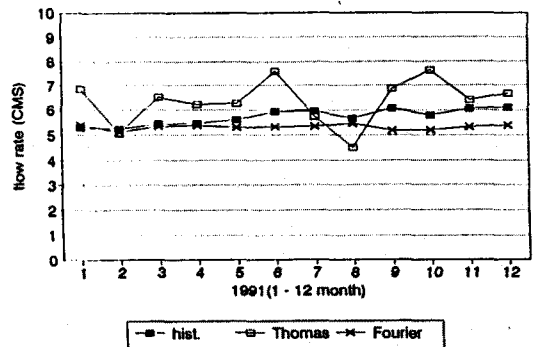


그림 3 계산 결과 비교

그림 3 에서 Thomas-Fiering 기법의 계산 결과는 계절의 특성은 잘 나타내 주고 있으나 추정 배수량은 크게 나타나고 있다. Fourier 모형의 계산 결과는 관측치 데이터와 잘 일치 하는 것을 알 수 있다. 1991년 배수량의 관측치 년평균은 $5.72 \text{ m}^3/\text{sec}$ 이고 Fourier 모형의 계산 결과는 $5.43 \text{ m}^3/\text{sec}$ 으로 5 %의 오차를 나타내고 있다. Thomas-Fiering 모형의 계산 결과는 $6.36 \text{ m}^3/\text{sec}$ 로 11 %의 오차를 나타내고 있어 Fourier 모형이 짧은 기간의 시계열 데이터에서는 우수하다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 한국 수자원 공사의 울산 용수사무소를 대상으로 월별 연간 배수량 추정의 수식적 분석 방법인 시계열 분석 방법에 의해 경향 성분과 경기변동 성분을 분석하였으며, 계절의 주기 성분을 주기함수인 Fourier 급수로 배수량을 추정하였다. 또한 모델의 유용성 검증을 위하여 일반적인 계절 모형인 Thomas-Fiering 기법과 Fourier 기법과의 계산 결과를 비교한바 Fourier 모형이 관측치에 근사한 결과를 나타내었다. 따라서 10년 미만의 짧은 기간의 운영실적 데이터를 이용한 배수량의 추정은 회귀분석 방법 보다는 시계열 방법에 의하여 추정하는 것이 실제 배수량에 근접하여 이를 이용하는 것이 바람직 하겠다. 우리나라의 경우 대규모 광역 상수도는 실제 운영데이터가 10년 미만으로서 시계열 분석에 의하여 배수량을 추정하는 것이 바람직 하리라 본다.

참 고 문 헌

- [1] 坂根 一郎 外, "配水 コントロ ルにおける配水量推定に關する研究,"水道協會雜誌, vol. 411, pp. 10-17, Dec 1968.
- [2] 神野建二 外, "福岡市の静水場におけ日配水量の變動特性", 九大工學報, No. 4, vol 59, Aug 1976.
- [3] J. D. Salas, J. W. Delleur, Applied Modeling of Hydrologic Time Series, Water Resources Publications, 1980, pp. 65-86.
- [4] 高錫九, 吳受煥, 安斗守, "多目的 分析 技法을 利用한 上水道 送水系의 펌프와 配水池의 連繫 最適 運營", 韓國上下水道學會誌, 제5권, 제1호, pp. 8-18, 6. 1992.