

# 새로운 제어 규칙 형성 방법에 의한 퍼지 제어에 관한 연구

박 영문 이문 운철  
서울 대학교 전기공학과

## A RESEARCH ON THE FUZZY CONTROL BY A NEW METHODOLOGY OF FORMING THE CONTROL RULE

Young-Moon Park Un-Chul Moon  
Seoul National University

### ABSTRACT

This paper proposes a new algorithm that finds fuzzy control law of the system in which little knowledge has been known. In view of conventional fuzzy method, making control law needs the sense and the knowledge of the system which are provided by expert. But fuzzy control using proposed algorithm needs no expert for making control law.

After construction of the 1st order approximated ARMA model using input-output pairs, new defuzzification method is applied. The deduced rule is stored in fuzzy input space and updated by the proposed algorithm adaptively. To show the validity and effectiveness of proposed control method, simulation result is presented.

### I: 서론

일반적인 제어 이론에서는 제어 대상의 수학적인 모델을 가정하고 어떤 평가함수를 최소화하도록 제어 법칙을 구하게 된다. 그러나 복잡한 제어 대상이나 플랜트의 동적 특성의 변화가 심한 경우에는 수학적 모델을 얻기 힘들 뿐 아니라 평가함수도 어떻게 정해야 좋을지 알 수 없다. 이러한 경우에는 플랜트를 효과적으로 제어하기 위해서 퍼지 이론을 이용한 제어기의 설계법이 E.H.Mamdani 등에 의해서 제안되었다. 즉, 전문 숙련자가 자기의 경험과 직관에 의해서 상황을 판단하여 자기가 최적으로 생각하는 평가 기준으로 제어를 행하고 있다. 퍼지 이론은 수학적으로 다루기 힘든 모호한 사실들을 퍼지 집합으로 표현하고, 이를 퍼지 연산법에 의해서 추론하여 목적하는 결과를 얻는 이론이다.

실제 퍼지 제어를 구성할 때는, 전문가의 제어규칙(rule)이 제어성능을 결정짓는 가장 중요한 요인 중의 하나이다. 그러므로 제어규칙이 정확하지 않으면 효과적인 제어를 기대할 수 없게 된다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 극복하기 위해서 시스템 입력 출력 쌍을 바탕으로 하여 제어규칙을 유추하는 방법을 제시한다. 즉, 시스템의 입출력 쌍으로부터 퍼지 logic의 입력 변수와 출력 변수를 정의한 다음, 새롭게 제시된 추론과 역퍼지화 방법으로부터 제어기의 출력을 결정한다. 이 과정을 제어규칙으로서 형성하고, 이 제어규칙을 목적에 부합되도록, 반복적으로 추가, 삭제하게 된다.

### II. 퍼지 제어기의 구성

#### 1) 퍼지화(Fuzzification)와 제어규칙 (Rule) 의 형태

일반적인 선형시불변 시스템(Linear Time Invariant System, LTI System)에서 출력  $y$ 는 그 전단계 입력과 출력의 함수로 표현될 수 있다. 이를 단일 입력력 시스템(Single Input Single Output, SISO)에 적용시키면 다음과 같이 표현되어진다.

$$y_{k+1} = f(y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, u_k, u_{k-1}, u_{k-2}, \dots)$$

이를 바탕으로 시스템의 입출력 쌍(input output pair) data를 제어규칙으로 형성하였다.  $y_{k+1}$ 을 Target에 보내기 위한  $u_k$  값을 결정하기 위한 퍼지 제어규칙은 다음과 같다.

If  $y_{k+1}$  is  $A_{1i}$ ,  $y_k$  is  $A_{2i}$ ,  $y_{k-1}$  is  $A_{3i}, \dots, y_{k-N+2}$  is  $A_{Ni}$   
and  $u_{k-1}$  is  $B_{1i}$ ,  $u_{k-2}$  is  $B_{2i}, \dots, u_{k-N+2}$  is  $B_{(N-2)i}$ ,  
then  $u_k$  is  $C_{1i}$ . (for  $i$ th rule)

(A, B : 입력 fuzzy set, C : 출력 fuzzy set)

일반적인 Mamdani 방식에 의한 출력 퍼지집합을 구하기 위해서는, 퍼지화된 입력에 대하여 각 제어규칙에 대한 입력의 적합도(adaptation degree)를 구하게 된다.

각 입력 퍼지집합을 singleton을 사용하여 구해보면 다음과 같다.

$$w_i = \min[ (A_{1i} \wedge X_1) \wedge (A_{2i} \wedge X_2) \wedge \dots \wedge (A_{Ni} \wedge X_N) \wedge (B_{1i} \wedge X_{(N+1)}) \wedge (B_{2i} \wedge X_{(N+2)}) \wedge \dots \wedge (B_{(N-2)i} \wedge X_{(2N-2)}) ]$$

(X : 각 입력 퍼지집합)

즉,  $i$ 번째 제어규칙에 대한 입력의 적합도  $w_i$ 는, 그 입력이  $i$ 번째 제어규칙의 전건부와 "비슷한 정도"를 나타내는 것으로 해석될 수 있다.

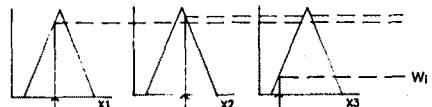


그림 1. Mamdani 방식의 적합도 유도

그림 1.에서 보여주는 바와 같이, Mamdani 방식은 입력값들의 멤버십 값(membership degree) 중에서 가장 작은값만을 채택하는 방식이므로 모든 입력변수들을 고려하지 못하게 되는 단점이 있다.

본 논문에서는 각 제어규칙에 대한 적합도  $w_i$ 를 구하기 위해 Euclidean distance를 이용하여 입력을 합성하는 방법을 제시한다. 각 입력 변수의 값들을  $x_1, x_2, \dots, x_{(2N-2)}$ 이라 하고, 제어규칙에 저장된 전건부 값들을  $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}$ 라 하면, Euclidean distance는 다음과 같다.

$$D_i = \sqrt{(X_{1i}-x_1)^2 + (X_{2i}-x_2)^2 + \dots + (X_{(2N-2)i}-x_{(2N-2)})^2}$$

(for  $i$ th rule)

이를 바탕으로 그림 2.과 같은 입력 퍼지집합을 정의하면 입력의 멤버십 값  $\mu_i$ 는 입력이 "제어규칙과 부합하는 정도"를 나타내게 되어 모든 입력변수를 고려하게 된다. 그리고, 기존의 입력변수들을 합성하여 새로운 하나의 입력변수로 통합하여 추론할 수 있게 된다.

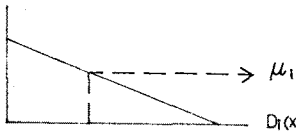


그림 2. Euclidian Distance를 이용한 적합도 유도

## 2) 추론과 역퍼지화 (Inference and Defuzzification)

적합도  $w_i$ 로부터 출력 퍼지집합을 형성시키는 implication 과정으로는  $\varphi$ -operation을 이용하였다.

$$\mu_A \varphi \mu_B = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_A \leq \mu_B \\ b & \text{if } \mu_A > \mu_B \end{cases}$$

지금까지의 algorithm을 2개의 제어규칙에 대해서 정리해 보면 그림 3.와 같이 된다.

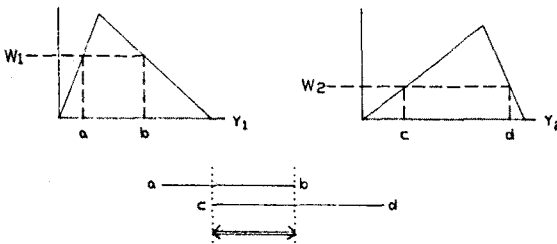


그림 3.

그림 3.에서 보여주는 바와 같이, 추론된 추력 퍼지 출력집합 중에서 멤버십값이 1.이 되는 구간 즉, 이상적인  $u_k$ 가 존재할 가능성이 1.이 되는 구간만을 추론하게 된다.

즉, 추론의 결과로는, 각 제어규칙에서 멤버십값이 1이 되는 출력값 부분들의 "AND 결합"형태로  $u_k$ 의 범위가 정해지게 된다.

결정된 출력 범위(output range)로부터 crisp한 값을 구하는 역퍼지화(defuzzification)에서는 다음 2가지 방법을 제시한다.

### i) 1차 ARMA model approximation

대상 시스템을 1차로 가정하면 아래와 같은 식이 성립한다.

$$y_{k-1} = a \cdot y_{k-2} + b \cdot u_{k-2} \quad \dots\dots ①$$

$$y_k = a \cdot y_{k-1} + b \cdot u_{k-1} \quad \dots\dots ②$$

$$y_{k+1} = a \cdot y_k + b \cdot u_k \quad \dots\dots ③$$

$k$ 번째 step에서  $u_k$ 를 구하기 위해 ①과 ②로부터  $a, b$ 를 구하면

$$a = \frac{y_{k-1} \cdot u_{k-1} - y_k \cdot u_{k-2}}{y_{k-2} \cdot u_{k-1} - y_{k-1} \cdot u_{k-2}} \quad \dots\dots ④$$

$$b = \frac{y_k \cdot y_{k-2} - (y_{k-1})^2}{y_{k-2} \cdot u_{k-1} - y_{k-1} \cdot u_{k-2}} \quad \dots\dots ⑤$$

④와 ⑤로부터  $y_{k+1}$ 을 Target으로 보내기 위한  $u_k$ 를 구하면

$$u_k = \frac{1}{b} (\text{Target} - a \cdot y_k) \quad \dots\dots ⑥$$

로 표현된다.

이 때,  $\Delta u_k$ 를 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Delta u_k &= u_k - u_{k-1} \\ &= \frac{1}{y_k \cdot y_{k-2} - (y_{k-1})^2} \left[ \text{Target} \cdot (y_{k-1} \cdot u_{k-1} - y_{k-1} \cdot u_{k-2}) \right. \\ &\quad \left. - y_{k+1} (y_k \cdot u_k - y_{k+1} \cdot u_{k-1}) \right] - u_k \end{aligned} \quad \dots\dots ⑦$$

⑦의 식으로부터 대상 시스템을 1차로 가정했을 때의  $\Delta u_k$  값을 알 수 있게 된다.

그런데, 위의  $\Delta u_k$ 는 대상 시스템을 1차로 가정하여 얻어진 결과이므로 퍼지 논리에 적용할 때는  $\Delta u_k$ 의 부호만을 고려한다. 즉, 추론의 결과로 얻어진 출력 범위를  $\Delta u_k$ 의 부호를 고려해서,  $\Delta u_k$ 가 (+)이면 제어량을 증가시키기 위하여 출력 범위의 오른쪽 절반을, (-)이면 왼쪽 절반을 취하였다.

퍼지 논리에 의해서 결정된 출력 범위는, 제시된 1차 ARMA model approximation에 의해 절반으로 줄어들게 된다.

### ii) 2차 함수 외삽(extrapolation)

각 제어규칙은 그 전건부의  $y_{k+1}$ 을 포함하고 있다. 즉, 주어진 시스템 상황에서 후건부의  $u_k$ 를 제어입력으로 결정하였을 때의 시스템 출력을 저장하고 있으므로  $y_{k+1}$ 의 입력퍼지집합으로부터 각 제어규칙의 충실도( $\mu_f$ )를 설정할 수 있다.

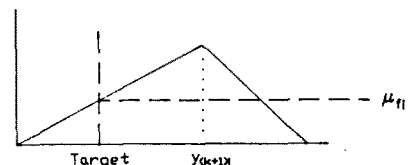


그림 4. 제어 규칙의 충실도

$w_i$ 가 큰 제어규칙은 물리적으로 입력퍼지집합과 비슷한 상황임을 의미하기 때문에 추론과정에서 구해진  $w_i$ 들 중 가장 큰 값을 갖는 세계의 제어규칙을 추출한다.

이로부터 세계의 포인트  $p(u_k^1, \mu_f^1), q(u_k^2, \mu_f^2), r(u_k^3, \mu_f^3)$ 로부터 2차 함수로 외삽을 시행하여  $\mu_f$ 를 1이 되게하는, 혹은 1과 가까운 점이 되게하는  $u_k^*$ 를 추론할 수 있게 된다.

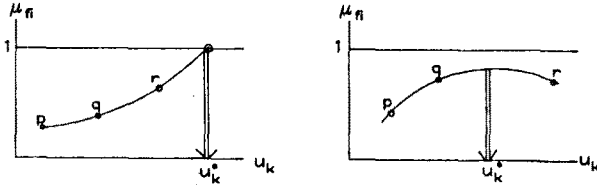


그림 5.

결과적으로 역퍼지화 되는  $u_k$ 는, 1차 ARMA model 가정에서 구해진 출력범위와 외삽법으로 구해진  $u_k$ 의 합성된 형태로 구해진다. 즉, 외삽법으로 구해진  $u_k$ 가 출력범위 내에 있으면  $u_k$ 를 출력하고 출력범위 내에 있지 않으면 출력범위의 그 방향으로 변형된 끝 값을 출력한다.

### 3) 제어 규칙의 저장 (Rule Base)

각 sampling point마다 발생하는 제어규칙(rule)을 모두 저장하게 되면 메모리 문제와 함께 초기의 임의로 형성된 적절하지 못한 제어규칙이 계속 추론(inference)에 영향을 주게 된다. 그러므로 효과적인 제어규칙의 개선을 위해서 입력공간(input space)를 부분공간(sub-space)으로 나누어 제어규칙을 저장하였다. 2개의 입력값에 대해서 부분공간으로 나타내면 다음과 같다.

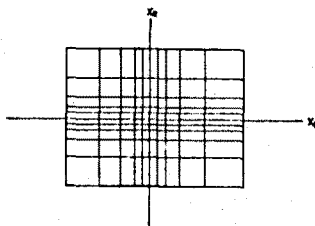


그림 6. 제어규칙 저장을 위한 부분공간 분할

즉, 모든 부분공간이 같은 크기를 갖지 않고, Target value point 부근에서는 조밀하게 세분하고, 상대적으로 멀리 있는 point에서는 넓게 구간을 나눈다. 각 부분공간에서는 1개만의 제어규칙을 저장하게 되고, 같은 부분공간내에서  $y_{k-1}$ 이 target value에 근접한 값을 갖는 제어규칙이 형성되었을 경우에는 새로운 제어규칙으로 대체되게 된다. 초기에 임의로 형성된 제어규칙이 새로운 방향의 제어규칙을 형성하게 되는 과정을 반복적으로 수행함으로써 rule base가 개선되게 된다.

이제까지 개선된 Algorithm을 위한 전체 구성도는 그림 7.과 같다.

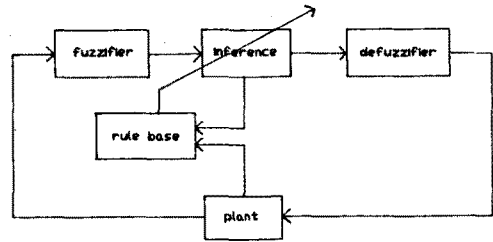
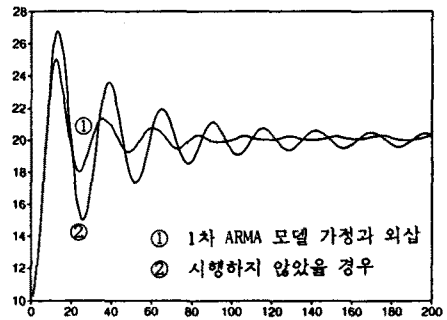


그림 7. 전체 구성도

### III. 사례연구

사례연구 대상으로는 임의로 선택한 2차 시스템을 사용하였다. 입력변수로는  $y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, u_{k-1}, u_{k-2}$ 를 사용하며, 출력변수는  $u_k$ 를 유지하는 형태의 제어규칙(rule)을 설정하였다.



결과에 의하면, 대상시스템에 대한 지식이 부족한 상태에서, 제시된 1차 ARMA model 가정과 외삽법, 그리고 합성된 입력을 사용한 방법으로써 효과적인 제어가 가능함을 보여준다.

### IV. 결론

본 연구에서는 대상 시스템에 대한 지식이 부족한 상태에서 입력출력 쌍(1/0 pair)들의 data만으로 제어규칙을 형성하여 제어하는 퍼지제어논리(Fuzzy Control Logic)를 제안하였다. 또한 임의로 선정된 2차 시스템에 대해서 이 방법이 유용함을 보였다. 전력 계통에의 응용 방안으로서 PSS (Power System Stabilizer) 에 응용하는 연구가 진행되고 있다.

### V. 참고 문헌

- [1] M. Sugeno & T. Takagi, "Multi-Dimensional Fuzzy Reasoning," Fuzzy Set and System 9, 1983
- [2] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of System and Its Applications to Modelling and Control" IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., Vol. SMC-15, No. 1, 1985
- [3] M. Sugeno & T. Takagi, "Fuzzy Modelling and Control of Multi-layer and Incinerator", " Fuzzy Set and System 18, 1986
- [4] C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control System : Fuzzy Logic Controller - Part I", IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., Vol. SMC-20, No. 2, 1990
- [5] C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control System : Fuzzy Logic Controller - Part II", IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., Vol. SMC-20, No. 2, 1990
- [6] Witold Pedrycz, Fuzzy Control and Fuzzy Systems, John Wiley & Sons 1989
- [7] H. J. Zimmermann, Fuzzy Theory and Its Application, Kluwer-Nijhoff, 1986