

송 길 영  
고려 대학교

이 회 영 。  
전주공업전문대학 \*

A study on the Optimal VAR allocation Using Fuzzy Linear  
Programming with Multi-criteria function

Kil-Yeong Song  
Korea University

Hee-Yeong Lee  
Jeonju Technical Junior College

**Abstract -** Fuzzy L. P. with Multi-criteria function is adopted in this VAR allocation algorithm to accomplish the optimization of co-conflicting objectives, such as the amount of the VAR installed and power system loss, while keeping the bus voltage profile within an admissible range. Fuzzy L. P., a powerful tool dealing with the fuzziness of satisfaction levels of the constraints and the goal of objective functions, enables us to search for the solutions which may contribute in VAR planning. This advantage is not provided by traditional standardized L.P.

The effectiveness of the proposed algorithm has been verified by the test on the IEEE-30 bus system.

## 1 서 론

무효전력 배분문제에 있어서 목적함수로서 주로 채택하는 계통순실과 VAR 설치량은 경제성과 직결되는 중요한 요소이기 때문에 양자를 함께 고려하는 것이 더욱 경제성면에서 유리한 해를 얻을수 있다. 그러나 이 두가지는 상호경합하는 특성을 지니기 때문에 종래의 수리 계획법에서는 이러한 복수개의 목적을 동시에 취급하여 바람직한 해를 얻기가 곤란하였다. 본 논문에서는 주어진 제약 조건하에서, 복수개의 상호 경합하는 목적함수를 동시에 최적화시키는 H.J.Zimmermann의 다목적 선형계획법<sup>(6)</sup>을 무효전력 배분계획문제에 도입하여 ①부하의 불확실성을 고려한 상태에서 결정되는 부하모션 전압을 허용범위내로 유지하면서 ②두개의 경합되는 계통순실과 무효전력 설치량에 관한 복수목적함수를 대상으로 Fuzzy목표를 고려한 다목적 무효전력 배분 계획에 관한 알고리즘을 제시하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 Fuzzy 다목적 선형계획법

k개의 선형 목적함수  $g_i(x) (i=1, \dots, k)$ 가 존재하는 다목적 선형계획문제는 다음식과 같이 정식화 된다.<sup>(6)</sup>

$$\begin{aligned} & \text{minimize } (g_1(x), g_2(x), \dots, g_k(x)) \\ & \text{subject to } Ax \leq b, \quad x \geq 0 \\ & \text{단, } g_i(x) : c_i x_i (i=1, \dots, k) \\ & c_i : (c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{in}) (i=1, \dots, k) \\ & x : (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\ & A : n \times n \text{ 의 행렬} \end{aligned} \quad (1)$$

상기 문제에서 제약조건에 애매성을 주어 「가능하면  $b$  이하가 되도록」한다는 fuzzy제약을 두고, 각 목적함수  $g_i(x)$ 에 대한 의사 결정자의 지망수준을  $L_i$ 로 정하여 목적

함수에 fuzzy성을 갖게하면 (1)식은

$$\begin{aligned} & \text{fuzzy 목표 } (g_1(x) \leq L_1, g_2(x) \leq L_2, \dots, g_k(x) \leq L_k) \\ & \text{fuzzy 제약 } Ax \leq b, \quad x \geq 0 \quad (2) \\ & \text{단 } \leq : \text{fuzzy 부등호 ('너무 초과해서는 안됨'의 뜻)} \end{aligned}$$

으로 표현된다. 목표와 제약에 대한 membership함수를  $\mu_G$ ,  $\mu_C$ 라 하면 Bellman의 fuzzy결정 D의 membership함수는

$$\mu_D(x) = \min\{\mu_G(x), \mu_C(x)\} \quad (3)$$

로 정의된다<sup>(4,6)</sup>. 또한 결정 기준으로서 fuzzy 결정 집합에 소속되는 정도를 최대로하는 x를 선택하고 이것을  $\lambda^* = \max \mu_D(x)$ 라 정의 하면

$$\lambda^* = \max \min\{\mu_G(x), \mu_C(x)\} \quad (4)$$

을 만족하는  $(\lambda^*, x^*)$ 를 선택하는 것이다. 보다 일반적인 형태로서 k개의 복수목표 및 m개의 제약조건이 존재하는 문제로 확장시킬 경우 식(3)은

$$\mu_D(x) = \min\{\mu_{G1}(x), \mu_{G2}(x), \dots, \mu_{Gk}(x), \mu_{C1}(x), \mu_{C2}(x), \dots, \mu_{Cm}(x)\} \quad (5)$$

이 된다. 따라서 복수 목적을 감안하여 (2)식을 정리하면

$$f(x) \leq d \quad (6)$$

$$\text{단, } f(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_k(x) \ Ax]^T \quad d = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_k \ b]^T \quad (7)$$

로 되고 (7)식에 있어서 제 1번째의 fuzzy제약에 대한 membership함수를  $\mu_{f1}(x)$ , fuzzy영역의 변동폭을  $\delta_1$ 로 하면 membership함수는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{cases} \mu_{f1}(x) = 0, & f_1(x) > d_1 + \delta_1 \\ 0 < \mu_{f1}(x) < 1, & d_1 < f_1(x) \leq d_1 + \delta_1 \\ \mu_{f1}(x) = 1, & f_1(x) \leq d_1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} 0 < \mu_{fi}(x) < 1, & d_i < f_i(x) \leq d_i + \delta_i \\ \mu_{fi}(x) = 1, & f_i(x) \leq d_i \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \mu_{fi}(x) = 0, & f_i(x) > d_i + \delta_i \\ 0 < \mu_{fi}(x) < 1, & d_i < f_i(x) \leq d_i + \delta_i \\ \mu_{fi}(x) = 1, & f_i(x) \leq d_i \end{cases} \quad (10)$$

여기서 확장적인 제약이 존재하는 경우에는  $\delta_i = 0$  으로 놓고 fuzzy제약에 포함시키면 된다. (4),(8)-(10)식으로부터 fuzzy 수리 계획법은 다음의

$$\text{maximize } \lambda \quad (11)$$

$$\text{subject to } \lambda \leq \mu_{fi}(x) (i=1, 2, \dots, k+m) \quad (12)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

$$x \geq 0$$

선형계획문제로 귀착되어 최적화 알고리즘으로 풀수 있다.

## 2.2 fuzzy 다목적 선형계획법에 의한 무효전력배분 문제의 정식화

본연구에서는 부하의 불확실성을 고려하기 위하여 부하모선의 지정치를 정규분포형태(1)로 가정한다. 따라서 확률조류계산(1)에 의해 구해진 각 부하모선의 전압 크기분포를 허용폭 이내로 유지 시키면서 계통 손실, 혹은 설치무효전력원 최소화를 도모할 수 있는 각 부하모선에서의 무효전력 설치량을 구하는 문제로 정식화한다. 이하의 기술에 이용한 제량은 다음과 같이 정의한다.

$g(\cdot)$  : 모선전력 수급방정식을 나타내는 벡터함수  
 $x$  : 모선전압 V의 크기분포(1)(정규분포)벡터  
 $Q_c$  : 신설하게될 무효전력원 설치벡터  
 $S_V$  :  $Q_c$ 에 대한 x의 감도행렬  
 $S_L$  :  $Q_c$ 에 대한 유효전력 손실의 감도행렬  
 $\min, \max, o$  : 하한, 상한 및 초기치

### 제약조건

$$g(x, Q_c) = 0 \quad (13)$$

$$x^{\min} \leq x \leq x^{\max} \quad (14)$$

$$Q_c^{\min} \leq Q_c \leq Q_c^{\max} \quad (15)$$

최소화 하는 목적함수로는 다음(16), (17)식과 같은 계통의 유효전력 손실과 VAR설치량을 채택한다.

$$\text{목적함수 } F_1 = f(x(Q_c)) \rightarrow \text{최소화} \quad (16)$$

$$F_2 = f(Q_c) \rightarrow \text{최소화} \quad (17)$$

전술한 (13)식을 초기조류상태를 중심으로 선형화 시키고  $S_V, S_L$ (5)을 이용하여 제약조건 (14), (15)식 및 목적함수 (16), (17)식을 다음과 같은 형태로 표시한다.

$$\text{제약조건 } \Delta x^{\min} \leq S_V \Delta Q_c \leq \Delta x^{\max} \quad (18)$$

$$\Delta Q_c^{\min} \leq \Delta Q_c \leq \Delta Q_c^{\max} \quad (19)$$

$$\text{단, } \Delta x^{\min} = x^{\min} - x^0$$

$$\Delta x^{\max} = x^{\max} - x^0$$

$$\Delta Q_c^{\min} = Q_c^{\min} - Q_c^0$$

$$\Delta Q_c^{\max} = Q_c^{\max} - Q_c^0$$

$$\Delta x : 전압분포 x의 변화분 벡터$$

$$\Delta Q_c : 무효전력원 Q_c의 변화분 벡터$$

$$\text{목적함수 } f_1(\Delta Q_c) = S_L^T \Delta Q_c \rightarrow \text{최소화} \quad (20)$$

$$f_2(\Delta Q_c) = \sum_{i=1}^m \Delta Q_{ci} \rightarrow \text{최소화} \quad (21)$$

여기서 식(18)의  $\Delta x^{(\cdot)}$ 는 확률분포로 주어지며 이 확률제약 조건식은 다음 형태로 간략하게 표시할 수 있다.

$$S_V' \Delta Q_c \leq b' \quad (22)$$

$$\text{단, } b' = [\Delta x^{\min} \quad -\Delta x^{\max}]^T$$

$$S_V' = [S_V \quad -S_V]^T$$

한편 부하모선의 지정치를 정규분포로 가정하였으므로 식(22)는 제약조건식의 우측이 정규분포형을 갖게된다. 이 식에 Chance constraint method(2)를 도입하면

$$\sum S_V' \Delta Q_{cj} \leq E(b'_i) + kaiyvar(b'_i) \quad (23)$$

$$\text{단, } E : 평균치$$

$$kai : 정규분포의 백분위수값$$

$$var : 분산$$

와 같은 결정론적 제약식으로 등장된다. 여기서 fuzzy 협조에 의한 다목적 문제로 최적화하기 위하여 우선 계통손실과 무효전력 설치량에 대한 목적함수를 다음과 같이 표현한다.

$$\text{fuzzy목표 } f \Delta Q_c \leq d \quad (24)$$

$$\text{단, } f = [S_L^T \quad U^T]^T$$

$$d' = [d'_1 \quad d'_2]^T \quad (25)$$

$$U = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \text{ (m행 벡터)}$$

$$d'_1, d'_2 : 계통손실과 무효전력 설치량의 목표치$$

제약조건식 (19), (23)식에 fuzzy성을 부여하면

$$\text{fuzzy제약 } S \Delta Q_c \leq b \quad (26)$$

$$S = [S_V' \quad U^T \quad -U^T]^T$$

$$b = [b'_1 \quad \Delta Q_c^{\max} \quad \Delta Q_c^{\min}]^T$$

$$b'_1 = E(b') + kaiyvar(b')$$

으로 표현 된다. fuzzy목표 (24)식도 제약식의 하나이므로 (26)식과 더불어 한 제약식으로 묶어서 표현 할 수 있다.

$$F(\Delta Q_c) = f' \Delta Q_c \leq d \quad (27)$$

$$\text{단, } f' = [f \quad S]$$

$$d = [d'_1 \quad b]^T$$

## 2.3 선형 Membership 함수의 도입

Fuzzy협조에 의한 다목적 문제의 최적해 결정 과정에서 각 목적함수와 제약조건에 대한 membership함수로는 그림1과 같은 쥐금이 가장 용이하고 실용적인 선형의 membership함수(4,6)를 선택하여 만족도를 정량화 시킨다.

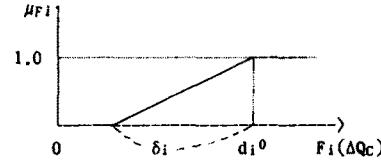


그림 1 선형 membership 함수

이러한 선형 membership 함수는 제약식의 부등호 방향에 따라 다소 달라지나 여기서는 (27)식의 경우를 참고한다.

$$\mu_{F1}(\Delta Q_c) = \frac{(d_i + \delta_i) - F_1(\Delta Q_c)}{\delta_i} \quad (28)$$

이 선형 membership함수  $\mu_{F1}(x)$ 를 식(12)에 대입하면

$$\lambda \leq \frac{(d_i + \delta_i) - F_1(\Delta Q_c)}{\delta_i} \quad (29)$$

로 되고 이를 벡터로 표현하면

$$F(\Delta Q_c) + \lambda \delta \leq d + \delta \quad (30)$$

으로 표현된다. 결국 (27)식은 fuzzy결정에 의해서 다음과 같은 선형계획문제의 형태로 정식화된다. (6)

$$\text{maximize } \lambda \quad (31)$$

$$\text{subject to } f' \Delta Q_c + \lambda \delta \leq d + \delta \quad (32)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

본 연구에서는 다음과 같은 순서에 따라 이문제의 최적해를 결정하였다.

단계 1 : 확률선형계획법(S,L,P)(2,5)에 의한 알고리즘을 이용하여 계통손실에 관한 목적함수  $f_1(\cdot)$ 과 무효전력 설치량에 관한 목적함수  $f_2(\cdot)$ 를 별개로 하는 단일목적 최적화 문제에 대한 실행 가능한 가장 바람직한 상태를 구한다.

단계 2 : 1단계에서 구해진 해를 기초로 두 목적함수에 대해 의사결정자의 만족도를 반영시킬수 있는 Membership함수를 결정한다. (그림2의 Membership 함수이용)

$$\mu_{Fi} = \begin{cases} \frac{1}{F_{i1} - F_{i0}} & (0 \leq F_i \leq F_{i1}) \\ \frac{F_{i1} - F_i}{F_{i1} - F_{i0}} & (F_{i1} \leq F_i \leq F_{i0}) \\ 0 & (F_{i0} \leq F_i) \end{cases} \quad (33)$$

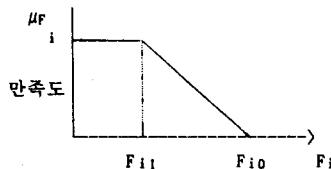


그림 2 목적함수에 관한 선형 Membership함수

그림 2에서  $F_{i1}$ 은 의사 결정자가 완전히 만족하는 목적 함수값으로 단계1에서 계산되며,  $F_{i0}$ 는 의사 결정자의 주관에 따라 지정되는 수용 가능한 목적함수의 최저치이다

단계3 : 단계2에서 결정한 각 Membership함수를 Fuzzy결정 함수로 통합한 후 Fuzzy 다목적 선형 계획법에 의해서 협조해를 구한다.

단계4 : 단계3에서 구한 해가 만족한 상태인가 판정한다. 얻어진 해가 만족하면 종료하고, 그렇지 않으면 Membership 함수를 수정하여 단계3의 과정으로 실행을 옮긴다.

### 2.3 적용사례 및 결과검토

본 논문에서 제시한 알고리즘을 계통 연구에서 널리 사용하고 있는 IEEE-30모선계통(7)에 적용하였다.

계통조건은 기준부하상태의 1.25배 부하에서 계통신뢰도의 향상을 목표로 하여 모선전압에 관한 확률제약조건 만족 확률레벨을 99.7%로 비교적 높게 설정하고 계통손실, 무효전력원 설치량을 각각 목적함수로 취하여 시뮬레이션 한 경우와 (case1, case2), 상호 경합하는 두 목적 함수를 퍼지 협조시킨 다목적함수 상태로 시뮬레이션한 결과 (case3, case4)를 표1에 보인다.

표1 실행 결과에 대한 만족도

CASE NO	Fuzzy협조여부 최소화 대상	계통손실 (P.U)	VAR량 (P.U)	만족도 레벨 $\lambda$	계통손실 VAR량
CASE1	Non- Fuzzy 단일목적(Loss)	0.14402	1.0996	1.0	0.0
CASE2	Non- Fuzzy 단일목적(VAR)	0.14867	0.4780	0.0	1.0
CASE3	Fuzzy 협조 복수목적	0.14581	0.5137	0.6143	0.9425
CASE4	Fuzzy 협조 복수목적	0.14602	0.4938	0.5698	0.9745

표1에 따르면, 가령 case3은 계통손실에 대한 만족도가 0.6143, 무효전력원 설치량에 대한 만족도는 0.9425값으로서 퍼지협조를 시키지 않은 case1, case2에 비해 비교적 두 목적 함수가 타협되어진 해로 되고 있음을 알수 있다. 다음 case4는 계통의 손실 보다도 무효전력원 설치량 최소화를 더욱 우선시킨 계획을 입안하기 위한 예로서, 계통손실에 관한 최저 만족도 수준  $F_{i0}$ 를 case3의 경우보다 두배로 낮추어 멤버십 함수의 구배를 완만하게 조정한 경우인데, 계산 결과 무효전력원 설치량의 만족도가 더욱 높아진 해를 얻을수 있었다. 이처럼 계통계획시 계통입안자의 경험을 토대로하여 Membership함수를 변경한다면 각 목적간의 만족도를 객관화 하여 복수 목적간의 우선순위까지 고려한 보다 융통성있는 계획을 수립할수 있음을 알수있다.

### 3. 결론

본 연구에서 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 퍼지협조에 의한 무효전력원 배분에 관한 알고리즘은 계통 계획문제에서 중시되는 경제성과 신뢰도에 대응하는 유연한 계획을 입안 할수 있음을 확인하였다.

(2) 퍼지 다목적 선형계획법을 도입하므로서 계통의 전압값을 허용범위로 유지하면서 Pareto 성을 갖는 복수개의 목적함수, 즉 서로 상충되는 VAR 설치량과 계통 손실로 구성된 다목적함수(Multi-criterion)를 동시에 만족시킬수 있도록 하였다.

(3) 목적함수의 지망수준과 제약조건에 대해서 선형의 Membership 함수를 도입하여 다양한 계통 계획조건과 판단의 애매성에 기인하여 명확한 목표설정이 어려운 경우에도 의사 결정자의 주관적 의지를 반영할 수 있는 융통성있는 계획 입안이 가능하도록 하였다.

(4) 계통입안자의 주관에 따라서 존재하게되는 여러가지 계산사례에 대응한 해집합을 자료로갖는 데이터 베이스를 생성하여 계통 입안자가 원하는 특정 선택기준에 부합하는 우선해를 신속하게 탐색 하도록 하는 전문가 시스템을 도입하면 전체적인 알고리즘의 효율성이 크게 증대되리라 사료된다.

### 참 고 문 헌

- [ 1 ] J.F.Dopazo,O.A.Klitin,A.M.Sasson "Stochastic Load Flows", IEEE Trans on Power App. and System., vol. PAS-94, No.2,March/April,1975.
- [ 2 ] V.V.Kolvin, "Stochastic Programming", D.Reidel Publishing Company,Dordrecht,Holland,1977.
- [ 3 ] Junzo Kawakami,Shigeru Tamura, "An Expert System For Voltage-VAR Scheduling", Proc.9th PSCC Portugal ,Aug,1987.
- [ 4 ] Yoshinori,et al, " Optimal Power Flow Solution Using Fuzzy Mathematical Programming", Trans.IEE of Japan,vol 108-B, No.5, Sep., 1988
- [ 5 ] 송길영, 이희영, "부하의 불확실성을 고려한 최적 Var 배분 알고리즘에 관한 연구", 전기학회논문지, Vol.41 No.4, 1992, pp346-354
- [ 6 ] さかわ まさとし, " ファジイ理論の基礎と應用 ", 森北出版株式會社, 1989.
- [ 7 ] M.A.Pai, "Computer Techniques in Power System Analysis", Tata McGRAW Hill Publishing Company, 1979.