주파수를 고려한 전력 조류 계산 및 감도에 의한 상정사고 해석

박영문* 손명기* 추진부** 윤용범** 이경재*
* 서울 대학교 전기공학과 ** 한전 기술 연구원

DEVELOPMENT OF A NEW LOAD FLOW TECHNIQUE CONSIDERING FREQUENCY AND CONTINGENCY ANALYSIS USING SENSITIVITY

Young-Moon Park* Myoung-Ki Son* Jin-boo Choo** Yong-Beom Yoon** Kyung-Jae Lee**
* Seoul National University ** KEPCO Research Center

ABSTRACT

In the conventional load flow technique, it is assumed that the generator at the slack bus is used to supply the transmission losses and the change of power due to the generator outage. The assumption is not true in physical sense. This paper presents a new load flow technique that considers the governor-frequency characteristics and load-frequency characteristics and the technique is consistent with the actual power system phenomenon. This paper proposes an efficient methodology using sensitivity with the new technique for contingency analysis, which is used to calculate the line flows. Computational results of this technique applied to IEEE 14-bus system are presented.

1. 서론

계통의 안전한 운전을 위해서는 모선 전압,선로 조류등 계통의 상태를 미리 알 수 있어야하고 이를 위해 많은 조류 계산 알고리듬이 개발되어 사용되고 있으며 계속적인 개선 및 개량 작업이 현재도 진행되고 있다. 기존의 전력 조류 계산에서는 수급 방정식을 만족하도록 슬랙모선이 수급의 차이를 담당할 뿐만 아니라, 모선의 사고에 의하여 전력이 변할 때에도 슬랙모선이 전력의 차이를 담당한다. 이렇게 슬랙모선을 도입하는 것은 전력계통을 전력방정식으로 표현하는 정식화 과정상의 가정일 뿐이며 전력계통이 갖는 물리적 성질은 아니다. 다시 말해서 전력계통내에서 발생하는 손실은 계통의 특성에 따라서 모든 발전기가 공동으로 분담하는 것이며 하나의 발전기가 모든 손실을 감당하는 것은 아니다. 이러한 모순을 해결하기 위하여 본 논문에서는 발전기의 조속기와 부하의 주파수 특성을 고려하여 기존의 전력조류 계산방법을 주어진 계통내의 각 모선이 수급의 차이를 담당하도록 하는 새로운 방법을 제시한다. 많은 조류계산법들 중에서 현재까지 가장 많이 사용되는 방법은 뉴튼-랍슨(NEWTON-RAPHSON)법에 의한 방법이다. 이 방법의 장점은 선형화 기법임에도 2차의 수렴특성을 갖는 빠른 수렴성과 스파시티 기법(Sparsity Technique)을 손쉽게 적용할 수 있어서 대형 계통일지라도 계산기의 기억용량과 계산속도면에서 대단히 합리적이라는 점이다. 따라서 본 논문에서도 전력 방정식을 푸는 데에 뉴튼-랍슨법을 근간으로 사용하였다.

또한 계통내의 사고는 어떤 요인에 의해서건 필연적으로 발생하는 것이므로, 일어날 수 있는 모든 사고에 대한 심각도를 알 수 있어야 하고 그에따른 대책이 사고가 실제로 일어나기 전에 수립되어야한다. 이를 위해 상정 사고해석 기법이 사용된다. 이런 상정 사고 해석 기법의 가장 어려운 점이 계산 속도의 문제이다. 예를 들어 하나의 상정 사고 해석에 1 분이 소요된다고 하면 수백가지의 상정사고를 위해서는 수 시간이 필요할 것이다. 그러나 계통의 상태는 수시로 변하기 때문에 현재의 운전상태가 안전한가를 오래 기다리지 않고 곧 알 수 있어야한다. 이런 속도문제 때문에 계통의 근사화된 모델을 사용하는 방법, DC 전력조류계산등이 사용되며, 상정 사고 선택법 (Contingency Selection)이 함께 사용되기도 한다. 본 논문에서는 상정사고 해석의 효과적인 방법론으로서, 개선된 전력 조류 계산식에 근거하여, 감도를 이용한 선로 조류 계산법을 제시한다.

2. 주파수를 고려한 전력 조류계산법

일반적인 전력 방정식은 임의의 모선 i 에서 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
S_i &= S_{gi} - S_{li} \\
&= P_i - jQ_i \\
&= V_i \sum_j Y_{ij} V_j \exp(-j\delta_{ij}) \\
&= f_i(V, \delta, Y_i)
\end{aligned}
$$

여기서, S_i : i 모선의 주입 복소 전력

$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$, $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$

조속기의 특성에 의한 발전력과 주파수의 관계는다음과같다.

$$\Delta P_g = -\frac{1}{R_1}\Delta f$$

$$P_g = P_{go}(1 - K_1 \cdot \Delta f) \quad \cdots\cdots (1)$$

부하 특성에 의한 부하와 주파수의 관계는 다음과 같다.

$$\Delta P_l = \frac{1}{R_2}\Delta f$$

$$P_l = P_{lo}(1 + K_2 \cdot \Delta f) \quad \cdots\cdots (2)$$

위의 식(1)과(2)를 기존의 조류계산식과 결합하면 다음과 같다. 모선 전력과 주파수의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{gi} = S_{goi}(1 - K_1 \cdot \Delta f) \quad \cdots\cdots (3)$$

$$S_{li} = S_{loi}(1 + K_2 \cdot \Delta f) \quad \cdots\cdots (4)$$

그리고, $S_i = f_i(V, \delta, Y_i)$ 에서 Y_i 가 변하지 않고 , 전력이 변할 때

$$S_i = f_i(V, \delta) \quad \cdots\cdots (5)$$

$$S_i + \Delta S_i = (S_{gi} - S_{li}) + (\Delta S_{gi} - \Delta S_{li}) \quad \cdots (6)$$

식 (3) 과 (4) 를 식 (6)에 대입하면

$$S_i + \Delta S_i = (\Delta S_{gi} - \Delta S_{li}) + (S_{goi} - S_{loi}) - (S_{goi} \cdot K_1 + S_{loi} \cdot K_2) \cdot \Delta f \quad \cdots\cdots (7)$$

$$f_i(V + \Delta V, \delta + \Delta\delta) = f_i(V, \delta) + \left(\frac{\partial f_i}{\partial \delta}\right)^t \Delta\delta + \left(\frac{\partial f_i}{\partial V}\right)^t \Delta V \quad \cdots\cdots (8)$$

$S_i + \Delta S_i = f_i(V + \Delta V, \delta + \Delta\delta)$ 이므로 식 (7) 와 식 (8) 을 이용하면

$$\Delta S_i = \left(\frac{\partial f_i}{\partial \delta}\right)^t \Delta\delta + \left(\frac{\partial f_i}{\partial V}\right)^t \Delta V + (S_{goi} \cdot K_1 + S_{loi} \cdot K_2) \cdot \Delta f \quad \cdots\cdots (9)$$

기존의 전력 조류계산식은

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (10)$$

식 (9) 의 실수부를 취하면

$$\Delta P_i = \left(\frac{\partial f_i}{\partial \delta}\right)^t \Delta\delta + \left(\frac{\partial f_i}{\partial V}\right)^t \Delta V$$

$$+ (P_{goi}\cdot K_1 + P_{loi}\cdot K_2)\cdot\Delta f \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

$$= [\, H_{i2} \; \cdots \; H_{in} \,]\, \Delta\delta + (P_{goi}\cdot K_1 + P_{loi}\cdot K_2)\cdot\Delta f$$

$$+ [\, N_{i1} \; \cdots \; N_{in} \,]\, \Delta V \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

식 (9) 의 허수부를 취하면

$$\Delta Q_i = \left(\frac{\partial f_i}{\partial \delta}\right)^t \Delta\delta + \left(\frac{\partial f_i}{\partial V}\right)^t \Delta V$$

$$+ (Q_{goi}\cdot K_1 + Q_{loi}\cdot K_2)\cdot\Delta f \quad \cdots\cdots\cdots (13)$$

$$= [\, M_{i2} \; \cdots \; M_{in} \,]\, \Delta\delta + (Q_{goi}\cdot K_1 + Q_{loi}\cdot K_2)\cdot\Delta f$$

$$+ [\, L_{i1} \; \cdots \; L_{in} \,]\, \Delta V \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

식 (12) 와 식 (14) 를 행렬의 형태로 나타내면

$$[\, \Delta P_1 \;\; \cdots \;\; \Delta P_n \mid \Delta Q_1 \;\; \cdots \;\; \Delta Q_n \,]^t =$$

$$\left[\begin{array}{cccc|ccc} (P_{go1}\cdot K_1 + P_{lo1}\cdot K_2) & H_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{11} & \cdots & N_{1n} \\ \vdots & & & & \vdots & & \\ (P_{gon}\cdot K_1 + P_{lon}\cdot K_2) & H_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{n1} & \cdots & N_{nn} \\ \hline (Q_{go1}\cdot K_1 + Q_{lo1}\cdot K_2) & M_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{11} & \cdots & L_{1n} \\ \vdots & & & & \vdots & & \\ (Q_{gon}\cdot K_1 + Q_{lon}\cdot K_2) & M_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{n1} & \cdots & L_{nn} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta f \\ \Delta\delta_2 \\ \vdots \\ \Delta\delta_n \\ \hline \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{array}\right]$$

3. 감도를 이용한 상정 사고 해석

위의 주파수 특성을 고려한 개선된 전력조류 계산에 의하여 상정 사고의 해석이 이루어진다.

상정사고 해석의 효율적인 방법론으로서 본 논문에서는 감도를 이용하여 각 상정사고에 대한 선로의 조류를 계산한다.

가) 모선 사고 (k 모선 사고)

i-j 선로의 선로 조류는 다음과 같이 표현된다.

$$S_{ij} = P_{ij} + j\, Q_{ij}$$

$$= V_i\cdot[(\, V_i - V_j)\cdot y_{ij} + V_i\cdot y_{ij}'/2]^*$$

$$P_{ij} = f_i(\, V_i,\, V_j,\, \delta_i,\, \delta_j \,)$$

$$\Delta P_{ij} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j}\Delta V_j + \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i}\Delta\delta_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j}\Delta\delta_j$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -2\, V_i G_{ij} + V_j\, (\, G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\,)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = V_i\, (\, G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\,)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} = -\, V_i\, V_j\, (\, G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\,)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} = V_i\, V_j\, (\, G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\,)$$

이때 k 모선 전력의 변화의 영향을 각 모선의 전압과 위상각에 반영하여 선로 조류의 변화분을 구한다.

우선 임의의 모선 i 에서, 전력수급 방정식은 다음과 같다.

$$P_{gi} - P_{li} = P_i \quad,\; i = 1,\, \cdots\, n.$$

$$P_{gi} = P_{goi}\cdot(\, 1 - K_1\cdot\Delta f\,)$$

$$P_{li} = P_{loi}\cdot(\, 1 + K_2\cdot\Delta f\,)$$

따라서, 아래의 식으로 다시 쓸 수 있다.

$$F_i(\, P_{goi},\, P_{loi},\, V,\, \delta,\, \Delta f\,) = P_{gi} - P_{li} - P_i = 0$$

$$F_i(\, P_{goi}+\Delta P_{goi},\, P_{loi}+\Delta P_{loi},\, V+\Delta V,\, \delta+\Delta\delta,\, \Delta f+\Delta(\Delta f)\,) = 0$$

$$V = [\, V_1 \cdots V_n \,]^T,\quad \delta = [\, \delta_1 \cdots \delta_n \,]^T$$

위의 식을 테일러 전개하면,

$$\frac{\partial F_i}{\partial P_{goi}}\Delta P_{goi} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{loi}}\Delta P_{loi} + \frac{\partial F_i}{\partial V}^T\Delta V + \frac{\partial F_i}{\partial \delta}^T\Delta\delta + \frac{\partial F_i}{\partial(\Delta f)}\Delta(\Delta f)$$

$$+ \Delta(\Delta f)\,\frac{\partial^2 F_i}{\partial(\Delta f)\,\partial P_{goi}}\Delta P_{goi} + \Delta(\Delta f)\,\frac{\partial^2 F_i}{\partial(\Delta f)\,\partial P_{loi}}\Delta P_{loi} = 0$$

여기서, $\dfrac{\partial F_i}{\partial P_{goi}} = 1 - K_1\cdot\Delta f$, $\dfrac{\partial F_i}{\partial P_{loi}} = 1 + K_2\cdot\Delta f$

$$\frac{\partial F_i}{\partial V} = -\frac{\partial P_i}{\partial V} = -\,[\, N_{i1} \cdots N_{in} \,]^T$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \delta} = -\frac{\partial P_i}{\partial \delta} = -\,[\, H_{i2} \cdots H_{in} \,]^T$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial(\Delta f)} = -\,(\, P_{goi}\cdot K_1 + P_{loi}\cdot K_2 \,)$$

$$\frac{\partial^2 F_i}{\partial(\Delta f)\,\partial P_{goi}} = -\,K_1 \quad,\quad \frac{\partial^2 F_i}{\partial(\Delta f)\,\partial P_{goi}} = -\,K_2$$

위의 식을 정리하면,

$$(1 - K_1\cdot\Delta f)\Delta P_{goi} + (1 + K_2\cdot\Delta f)\Delta P_{loi}$$

$$-\,[\, H_{i2} \;\; \cdots \;\; H_{in}]\Delta\delta - (\, P_{goi}\cdot K_1 + P_{loi}\cdot K_2\,)\Delta(\Delta f)$$

$$-\,K_1\cdot\Delta(\Delta f)\cdot\Delta P_{goi} - K_2\cdot\Delta(\Delta f)\cdot\Delta P_{loi} = 0$$

전압의 변화를 무시하여 정리하면,

$$[\Delta P_1 \;\; \cdots \;\; \Delta P_n]^t =$$

$$\left[\begin{array}{cccc} P_{go1}\cdot K_1 + P_{lo1}\cdot K_2 & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ (P_{gok}+\Delta P_{gok})\cdot K_1 + (P_{lok}+\Delta P_{lok})\cdot K_2 & H_{k2} & \cdots & H_{kn} \\ P_{gon}\cdot K_1 + P_{lon}\cdot K_2 & H_{n2} & \cdots & H_{nn} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta(\Delta f) \\ \Delta\delta_2 \\ \vdots \\ \Delta\delta_n \end{array}\right]$$

여기서, k 모선 사고에 의한 전력의 변화를 나타내면,

$$\Delta P_k = (1 - K_1\cdot\Delta f)\Delta P_{gok} + (1 + K_2\cdot\Delta f)\Delta P_{lok}$$

$$\Delta P_i = 0\;,\; i \neq k$$

위의 식으로부터 위상각의 변화량을 구하여 선로 조류의 변화량을 구한다.

나) 선로 사고 (i-j 선로의 사고)

$$P_{mn} = f(\, V_m,\, V_n,\, \delta_m,\, \delta_n,\, Y_{mn}\,)$$

$$\Delta P_{mn} = \frac{\partial P_{mn}}{\partial V_m}\Delta V_m + \frac{\partial P_{mn}}{\partial V_n}\Delta V_n + \frac{\partial P_{mn}}{\partial \delta_m}\Delta\delta_m + \frac{\partial P_{mn}}{\partial \delta_n}\Delta\delta_n + \frac{\partial P_{mn}}{\partial Y_{mn}}\Delta Y_{mn}$$

$$\frac{\partial P_{mn}}{\partial Y_{mn}}\Delta Y_{mn} = V_m^2\, G_{mn} - V_m V_n\, (G_{mn}\cos\delta_{mn} + B_{mn}\sin\delta_{mn})$$

이때 i-j 선로 사고에 의한 영향을 각 모선의 전압과 위상각에 반영하여 선로 조류의 변화분을 구한다.

우선 임의의 모선 i 에서, 전력수급 방정식은 다음과 같다.

$$P_{gi} - P_{li} = P_i \quad,\; i = 1,\, \cdots\, n.$$

$$P_{gi} = P_{goi}\cdot(\, 1 - K_1\cdot\Delta f\,)$$

$$P_{li} = P_{loi}\cdot(\, 1 + K_2\cdot\Delta f\,)$$

발전력과 부하는 변하지 않으므로 아래의 식으로다시쓸수 있다.

$$F_i(\, Y_i,\, V,\, \delta\,) = S_i = P_i - jQ_i = 0$$

$$F_i(\, Y_i+\Delta Y_i,\, V+\Delta V,\, \delta+\Delta\delta\,) = 0$$

우선 무효전력에 대한 전압의 관계만을 고려하고 위상각은 무시한다. 이때 선로 사고에 대한 전압의 크기의 변화를 구하기 위하여 테일러 전개하면,

$$F_i(Y_i+\Delta Y_i, V+\Delta V)$$

$$= F_i(Y_i, V) + (\partial F_i/\partial Y_i)^T\Delta Y_i + (\partial F_i/\partial V)^T\Delta V + \Delta Y_i^T\,(\partial^2 F_i/\partial Y_i\partial V)\,\Delta V$$

$F_i(Y_i, V) = 0$ 이므로,

$$F_i(Y_i+\Delta Y_i, V+\Delta V)$$

$$= (\partial F_i/\partial Y_i)^T\Delta Y_i + (\partial F_i/\partial V)^T\Delta V + \Delta Y_i^T\,(\partial^2 F_i/\partial Y_i\partial V)\,\Delta V$$

$$= \frac{\partial F_i}{\partial Y_{ii}}\Delta Y_{ii} + \frac{\partial F_i}{\partial Y_{ij}}\Delta Y_{ij} + \frac{\partial F_i}{\partial V_i}\Delta V_i + \cdots + \frac{\partial F_i}{\partial V_n}\Delta V_n$$

$$+\Delta Y_{ii}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_j}\Delta V_j\right)$$
$$+\Delta Y_{ij}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_j}\Delta V_j\right)$$

여기서, $\Delta Y_{ii} = G_{ij} + jB_{ij} - jB_{ijc}$, $\Delta Y_{ij} = -G_{ij} - jB_{ij}$

B_{ijc} : 선로충전용량

그리고,

$Q_i = -\mathrm{Im}(S_i)$

위의 관계를 이용하여, 전압 크기와 무효 전력의 관계는 다음과 같이 구한다.

$$-\mathrm{Im}\{\, F_i(Y_i+\Delta Y_i, V+\Delta V)\,\}$$
$$= V_i^2(B_{ij}-B_{ijc}) + V_iV_j\,(\,G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij})$$
$$-\mathrm{Im}\{\,\frac{\partial F_i}{\partial V_i}\Delta V_1 + \cdots + \frac{\partial F_i}{\partial V_n}\Delta V_n$$
$$+\Delta Y_{ii}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_j}\Delta V_j\right)$$
$$+\Delta Y_{ij}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_j}\Delta V_j\right)$$

그리고,

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N\\ M & L\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta f\\ \Delta\delta\\ \Delta V\end{bmatrix}$$

위식을 이용하여,

$$-\mathrm{Im}\{\,(\partial F_i/\partial V_j)\Delta V_j\,\} = -V_i\,(\,G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\,)\Delta V_j$$
$$= -(\,\partial Q_i/\partial V_j\,)\Delta V_j$$
$$= -L_{ij}\,\Delta V_j$$
$$-\mathrm{Im}\{\,(\partial F_i/\partial \delta_j)\Delta\delta_j\,\} = -V_iV_j\,(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij})\Delta\delta_j$$
$$= -(\,\partial Q_i/\partial\delta_j\,)\Delta\delta_j$$
$$= -M_{ij}\,\Delta\delta_j$$

여기서, L_{ij} 는 Jacobian 행렬의 Q - V block의 i-j 요소

M_{ij} 는 Jacobian 행렬의 Q - δ block의 i-j 요소

그런데,

$M_{ij} = 0$ 이고,

$\partial^2F_i/\partial Y_{ii}\partial\delta_i = 0$, $\partial^2F_i/\partial Y_{ii}\partial\delta_j = 0$

$\partial^2F_i/\partial Y_{ij}\partial\delta_i = V_iV_j\,(\,\sin\delta_{ij} + j\cos\delta_{ij}\,)$

$\partial^2F_i/\partial Y_{ij}\partial\delta_j = -V_iV_j\,(\,\sin\delta_{ij} + j\cos\delta_{ij}\,)$

$\partial^2F_i/\partial Y_{ii}\partial V_i = -2V_i$, $\partial^2F_i/\partial Y_{ii}\partial V_j = 0$

$\partial^2F_i/\partial Y_{ij}\partial V_i = -V_j\,(\,\cos\delta_{ij} - j\sin\delta_{ij}\,)$

$\partial^2F_i/\partial Y_{ij}\partial V_j = -V_i\,(\,\cos\delta_{ij} - j\sin\delta_{ij}\,)$

위식을 이용하여,

$$-\mathrm{Im}\{\,\Delta Y_{ii}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_j}\Delta V_j\right)$$
$$+\Delta Y_{ij}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_j}\Delta V_j\right)\}$$
$$= \{\,2V_i(B_{ij} - B_{ijc}) - V_j(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij})\,\}\,\Delta V_i$$
$$- V_i(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij})\,\Delta V_j$$

그리고 i 와 j 모선 사이 선로의 무효전력은

$$Q_{ij} = V_i^2(B_{ij}-B_{ijc}) + V_iV_j\,(\,G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij})$$

결국, $-\mathrm{Im}\{\,F_i(Y_i+\Delta Y_i, V+\Delta V)\,\}$

$$= Q_{ij} - L_{i1}\Delta V_1 - \cdots - \{\,L_{ii} - 2V_i(B_{ij} - B_{ijc})$$
$$+ V_j(\,B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij}\,)\,\}\,\Delta V_i$$
$$- \cdots - \{\,L_{ij} + V_i(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij})\,\}\,\Delta V_j$$
$$- \cdots - L_{in}\Delta V_n$$
$$= 0$$

따라서,

$$[\,L_{i1}\cdots(L_{ii}+\Delta L_{ii})\cdots(L_{ij}+\Delta L_{ij})\cdots L_{in}\,]\,\Delta V = Q_{ij}$$
$$\Delta L_{ii} = -2V_i(B_{ij} - B_{ijc}) + V_j(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij})$$
$$\Delta L_{ij} = V_i(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij}) = -L_{ij}$$

유사하게 j 모선에 대하여,

$$[\,L_{j1}\cdots(L_{ji}+\Delta L_{ji})\cdots(L_{jj}+\Delta L_{jj})\cdots L_{jn}\,]\,\Delta V = Q_{ji}$$
$$\Delta L_{jj} = -2V_j(B_{ij} - B_{ijc}) + V_i(\,B_{ij}\cos\delta_{ij} + G_{ij}\sin\delta_{ij})$$
$$\Delta L_{ji} = V_j(B_{ij}\cos\delta_{ij} + G_{ij}\sin\delta_{ij}) = -L_{ji}$$

i, j 모선의 선로사고에 대한 전체 모선 전압크기의 변화는

$$(\,L + \Delta L\,)\,\Delta V = \Delta Q$$
$$\Delta Q = [\,0\cdots 0\;\; Q_i\;\; 0\cdots 0\;\; Q_j\;\; 0\cdots 0\,]^T$$

$Q_i = Q_{ij}$, $Q_j = Q_{ji}$

$\Delta L = [\,\Delta L_{kl}\,]$ 이고,

$\Delta L_{ij}, \Delta L_{ji}, \Delta L_{ii}, \Delta L_{jj} \neq 0$

$\Delta L_{kl} = 0$, $\{\,k,l \neq i,j\,\}$

결국,

$L'\Delta V = \Delta Q$,여기서 $[L'] = [L] + [\Delta L]$

$\Delta V = [L']^{-1}\,\Delta Q$

$(L')^{-1}$는 L^{-1}를 이용하여 matrix inverse lemma를 적용하여 구한다. 그리고, i 모선에 대하여, 위상각과 유효전력의 관계는

$$F_i(Y_i+\Delta Y_i, f+\Delta f, \delta+\Delta\delta, V+\Delta V)$$
$$= \frac{\partial F_i}{\partial Y_{ii}}\Delta Y_{ii} + \frac{\partial F_i}{\partial Y_{ij}}\Delta Y_{ij}$$
$$+\frac{\partial F_i}{\partial V_i}\Delta V_1 + \cdots + \frac{\partial F_i}{\partial V_n}\Delta V_n$$
$$+\Delta Y_{ii}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial V_j}\Delta V_j\right)$$
$$+\Delta Y_{ij}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_i}\Delta V_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial V_j}\Delta V_j\right)$$
$$+\frac{\partial F_i}{\partial f}\Delta f + \cdots + \frac{\partial F_i}{\partial\delta_n}\Delta\delta_n$$
$$+\Delta Y_{ii}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial\delta_i}\Delta\delta_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ii}\partial\delta_j}\Delta\delta_j\right)$$
$$+\Delta Y_{ij}\left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial\delta_i}\Delta\delta_i + \frac{\partial^2 F_i}{\partial Y_{ij}\partial\delta_j}\Delta\delta_j\right)$$

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N\\ M & L\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta f\\ \Delta\delta\\ \Delta V\end{bmatrix}$$

$\mathrm{Re}\{\,(\partial F_i/\partial\delta_j)\Delta\delta_j\,\} = -H_{ij}\,\Delta\delta_j$, $\mathrm{Re}\{\,(\partial F_i/\partial V_j)\Delta V_j\,\} = -N_{ij}\,\Delta V_j$

여기서, H_{ij} 는 Jacobian 행렬의 P - δ block의 i-j 요소

N_{ij} 는 Jacobian 행렬의 P - V block의 i-j 요소

$$\mathrm{Re}\{\;F_i(Y_i+\Delta Y_i, f+\Delta f, \delta+\Delta\delta, V+\Delta V)\;\}$$
$$= P_{ij} - [H_{i1}\cdots(H_{ii}+\Delta H_{ii})\cdots(H_{ij}+\Delta H_{ij})\cdots H_{in}][\Delta f\;\Delta\delta^t]^t$$
$$- [\,N_{i1}\cdots(N_{ii}+\Delta N_{ii})\cdots(N_{ij}+\Delta N_{ij})\cdots N_{in}][\Delta V] = 0$$

따라서,

$$[\,H_{i1}\cdots(H_{ii}+\Delta H_{ii})\cdots(H_{ij}+\Delta H_{ij})\cdots H_{in}][\Delta f\;\Delta\delta^t]^t$$
$$+ [\,N_{i1}\cdots(N_{ii}+\Delta N_{ii})\cdots(N_{ij}+\Delta N_{ij})\cdots N_{in}][\Delta V] = P_{ij}$$

유사하게 j 모선에 대하여,

$$[\,H_{j1}\cdots(H_{ji}+\Delta H_{ji})\cdots(H_{jj}+\Delta H_{jj})\cdots H_{jn}][\Delta f\;\Delta\delta^t]^t$$
$$+ [\,N_{j1}\cdots(N_{ji}+\Delta N_{ji})\cdots(N_{jj}+\Delta N_{jj})\cdots N_{jn}][\Delta V] = P_{ji}$$

전체모선에 대하여i,j 모선의 선로사고에 대한 위상각의 변화는

$$(\,H + \Delta H\,)\,[\Delta f\;\Delta\delta^t]^t + (\,N + \Delta N\,)\,[\Delta V] = \Delta P$$

그런데, ΔV 는 전압과 무효전력의 관계로 부터 구하였으므로, 그 값을 대입하면,

$$[\Delta f\;\Delta\delta^t]^t = (\,H + \Delta H\,)^{-1}\{\,\Delta P - (\,N + \Delta N\,)\,[\Delta V]\,\}$$
$$= H'^{-1}\{\,\Delta P - N'[\Delta V]\,\}$$
$$\Delta P = [\,0\cdots 0\;\; P_i\;\; 0\cdots 0\;\; P_j\;\; 0\cdots 0\,]^T$$

$P_i = P_{ij}$, $P_j = P_{ji}$

$\Delta H = [\,\Delta H_{kl}\,]$ 이고,

$\Delta H_{ij}, \Delta H_{ji}, \Delta H_{ii}, \Delta H_{jj} \neq 0$,$\Delta H_{kl} = 0$, $\{\,k,l \neq i,j\,\}$

$\Delta N = [\,\Delta N_{kl}\,]$ 이고,

$\Delta N_{ij}, \Delta N_{ji}, \Delta N_{ii}, \Delta N_{jj} \neq 0$,$\Delta N_{kl} = 0$, $\{\,k,l \neq i,j\,\}$

$(H')^{-1}$는 H^{-1}를 이용하여 matrix inverse lemma를 적용하여 구한다. i-j 선로의 사고에 의한 선로조류의 변화를 구하기위해 다음과 같은 식에서,

$$\Delta P_{mn} = \frac{\partial P_{mn}}{\partial V_m}\Delta V_m + \frac{\partial P_{mn}}{\partial V_n}\Delta V_n + \frac{\partial P_{mn}}{\partial\delta_m}\Delta\delta_m + \frac{\partial P_{mn}}{\partial\delta_n}\Delta\delta_n + \frac{\partial P_{mn}}{\partial Y_{mn}}\Delta Y_{mn}$$

그런데, ΔV, $\Delta\delta$ 그리고 ΔY_{mn} 등을 구하였으므로, 선로조류의 변화량을 구할 수 있다.이 방법은 각 사고별로 매번 조류 계산을 수행하지 않고, 한번의 조류 계산의 결과를 통하여 사고에 대한 선로조류를 구할 수 있다.

4. 사례연구

IEEE 14 모선 계통으로 감도에 의한 선로조류를 계산하여 조류계산과 비교한 결과를 나타내었다.

모선번호	유효전력	무효전력
1	0.	0.
2	21.689	12.696
3	94.152	18.994
4	47.776	-3.898
5	27.586	11.596
6	11.194	7.498
7	0.	0.
8	0.	0.
9	29.485	6.598
10	28.985	5.798
11	23.488	1.8
12	26.087	1.6
13	13.493	5.798
14	14.	4.998

<표1. 부하조건>

선로 번호(from, to)	선로조류
1 (1 , 2)	42.06
2 (2 , 3)	26.41
3 (2 , 4)	29.02
4 (1 , 5)	30.87
5 (2 , 5)	24.52
6 (3 , 4)	1.76
7 (4 , 5)	-20.09
8 (5 , 6)	6.77
9 (4 , 7)	-6.17
10 (7 , 8)	-59.94
11 (4 , 9)	8.67
12 (7 , 9)	53.78
13 (9 , 10)	25.60
14 (6 , 11)	27.92
15 (6 , 12)	19.73
16 (6 , 13)	27.84
17 (9 , 14)	7.33
18 (10 , 11)	-3.64
19 (12 , 13)	-6.87
20 (13 , 14)	6.87

<표2. 사고전 선로조류>

15번 선로 사고에 대하여 감도방법에 의한 결과와 조류계산 결과를 비교하였다.

선로 번호(from, to)	감도 선로조류	조류계산 선로조류
1 (1 , 2)	41.39	42.16
2 (2 , 3)	26.48	26.40
3 (2 , 4)	29.19	29.26
4 (1 , 5)	30.59	30.90
5 (2 , 5)	24.40	24.53
6 (3 , 4)	1.86	2.04
7 (4 , 5)	-21.24	-21.02
8 (5 , 6)	5.44	5.93
9 (4 , 7)	-5.27	-5.23
10 (7 , 8)	-59.96	-60.05
11 (4 , 9)	9.19	9.25
12 (7 , 9)	54.68	54.82
13 (9 , 10)	24.40	24.39
14 (6 , 11)	29.16	29.09
15 (6 , 12)	0.00	0.00
16 (6 , 13)	45.02	45.72
17 (9 , 14)	9.97	10.21
18 (10 , 11)	-4.82	-4.78
19 (12 , 13)	-25.88	-26.07
20 (13 , 14)	4.20	3.98

<표3. 15번 선로 사고 후 선로조류>

1번 모선의 발전기사고에 대하여 감도방법에의한 결과와 조류계산 결과를 비교하였다.

1번 모선의 발전기사고에 대하여 감도방법에의한 결과와 조류계산 결과를 비교하였다.

선로 번호(from, to)	감도 선로조류	조류계산 선로조류
1 (1 , 2)	-8.28	-8.47
2 (2 , 3)	10.40	10.19
3 (2 , 4)	15.46	15.34
4 (1 , 5)	8.29	8.47
5 (2 , 5)	13.92	13.74
6 (3 , 4)	5.02	4.95
7 (4 , 5)	-7.32	-7.46
8 (5 , 6)	-9.39	-9.81
9 (4 , 7)	-17.89	-17.96
10 (7 , 8)	-66.84	-66.93
11 (4 , 9)	3.27	3.26
12 (7 , 9)	48.94	48.97
13 (9 , 10)	20.78	20.82
14 (6 , 11)	26.58	26.44
15 (6 , 12)	17.69	17.65
16 (6 , 13)	25.54	25.44
17 (9 , 14)	5.31	5.34
18 (10 , 11)	-5.06	-4.98
19 (12 , 13)	-5.83	-5.82
20 (13 , 14)	7.25	7.20

<표4. 1번 모선 발전기 사고 후 선로 조류>

2번 모선의 부하사고에 대하여 감도방법에 의한 결과와 조류계산 결과를 비교하였다.

선로 번호(from, to)	감도 선로조류	조류계산 선로조류
1 (1 , 2)	37.46	37.28
2 (2 , 3)	31.21	31.21
3 (2 , 4)	33.81	34.38
4 (1 , 5)	33.27	33.30
5 (2 , 5)	28.97	29.45
6 (3 , 4)	1.49	1.18
7 (4 , 5)	-21.76	-22.04
8 (5 , 6)	10.91	11.07
9 (4 , 7)	-3.03	-2.76
10 (7 , 8)	-58.13	-58.02
11 (4 , 9)	10.12	10.28
12 (7 , 9)	55.10	55.25
13 (9 , 10)	26.93	27.08
14 (6 , 11)	28.21	28.16
15 (6 , 12)	20.26	20.28
16 (6 , 13)	28.41	28.41
17 (9 , 14)	7.90	7.99
18 (10 , 11)	-3.21	-3.12
19 (12 , 13)	-7.16	-7.19
20 (13 , 14)	6.73	6.66

<표5. 2번 모선의 부하 사고 후 선로 조류>

5. 결론

본 논문에서는 발전기의 조속기와 부하의 주파수 특성을 고려한 새로운 전력 조류 계산법을 제시하였다. 또한 상정 사고 해석에 있어서, 빠른 계산과 합리적인 정확성을 위해 감도를 이용한 선로 조류 계산법을 제시하였다. 사례 연구에 의하면 시간면에서는 감도를 이용하지 않은 전력 조류 계산법에 비해 훨씬 빠르고 계산값의 오차는 3%이내로 거의 정확한 결과를 얻었다. 시간면에서의 장점과 계산값의 정확도에 의해 이 방법은 선로과 부하에 대한 상정사고 선택법 (Contingency Selection) 에도 응용될 수 있을 것으로 생각된다.

6. 참고 문헌

[1] B. Stott, "Decoupled Newton load flows", IEEE Trsns. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, pp. 1955-1957, 1972.

[2] B. Stott and O. Alsac, "Fast decoupled load flow", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, pp. 859-867, 1974.

[3] A. Mohamed and MScEng, "Perfomance comparisons of AC load-flos techniques for real time applications", IEE Proc.C, Vol.138, No.5, pp.457-461, 1991.

[4] G.C. Ejebe and B.F. Wollenberg, "Automatic Contingency Selection", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, pp. 97-109, 1979.

[5] M.G. Lauby, "Evaluation of a Local DC load Flow Screening Method for Branch Contingency Selection of Overloads", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-3, pp. 923-928, 1988.

[6] M.A. Pai, Computer techniques in power system analysis, Tata McGraw-Hill, 1979.

[7] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, Power Generation Operation and Control, John Wiley & Sons, 1984.