

冷陰極 磁氣 絶緣型 다이오드에서의 電子 軌跡 計算

°조주현, *장용무, **고강철, *강형부
* 한양대학교 전기공학과 ** 경원대학교 전기공학과

Calculations of Single Electron Trajectory in Magnetically Insulated Cold Cathode Type Diode

C.H. Cho[°], Y.M. Chang^{*}, K.C. Ko^{**}, H.B. Kang^{*}
* Dept. of Electrical Eng., Han Yang University
** Dept. of Electrical Eng., Kyung Won University

ABSTRACT

The free electron laser (FEL) is driven by electron beams with energies ranging from hundreds of kilovolt to hundreds of megavolt. Therefore the efficiency of FEL strongly depends on the beam quality.

In this paper we examined the relation between applied voltage and magnetic field at the magnetically insulated cylindrical cold cathode for the high quality electron beam by the numerical analysis.

As a result, we knew that the beam widening strongly depended on applied magnetic field and voltage.

1. 서 론

최근에 자유전자 레이저(FEL)와 같은 전자 비임의 응용기기에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다.[1],[2] 자유전자 레이저의 비임源에는 축적링 혹은 다이오드를 사용하고 있는데 [3], 장치의 소형화, 저가격화를 생각할 경우에는 다이오드가 유리하다. 그러나 일반적으로는 다이오드를 사용할 경우, 비임에너지의 퍼짐이 크며 장펄스의 발생이 곤란하다. 따라서 자유전자 레이저와 같은 전자비임 응용기기를 소형화시킬 수 있으며, 장펄스·대전류의 원통형 상대론적 전자비임의 발생이 가능한 냉음극 자기절연형 다이오드의 특성을 연구하는 것이 본 연구의 목적이다. 이 다이오드는 임피던스의 변화가 작으므로 비임의 장펄스화가 가능하며, 또 냉음극을 사용하기 때문에 열음극에서의 한계밀도 이상의 전류를 발생시킬 수 있다. 또한 원통형 전자비임으로 인해 대전류화도 용이하다[6].

자유전자 레이저는 전자비임에 의한 coherent radiation이 전자비임의 균일성에 크게 좌우된다. 따라서 외부입력 파라미터를 바꿔가며 다이오드 내에서의 전자의 궤적을 계산하면, 양극을 통해 방출되는 전자 비임의 특성을 파악할 수 있어, 양질의 전자비임을 얻는데 필요한 정보를 얻을 수 있다. 본 논문에서는 축방향 자계를 걸어준 FEL을 구동시키는 장펄스 대전류의 원통형 상대론적 전자비임의 발생이 가능한 냉음극 자기 절연형 다이오드를 모델화하여 전계와 자계중에서 가속되는 하나의 전자를 생각하여 -100, -150, -200kV 전압에 대하여 자계를 각각 0~1.0 Tesla로 변화시켜가면서 전자의 궤적을 수치해석적으로 구하였다.

2. 이 론

펄스전압을 전극 사이에 인가하면 음극 표면의 미세한 돌출부로부터 전계 방출에 의해 전자가 방출된다. 이러한 돌출부에서는 인가된 전계가 수백배로 증가될 뿐만 아니라 전자의 전계 방출이 이 돌출부로 집중된다. 또 돌출부에 집중된 전계가 약 10^8 [V/cm] 정도로 증가될때 돌출부에 흐르는 전류는 증가하여 이것이 의한 돌출부의 증발로 플라즈마가 음극 주위를 둘러싼다. 그리고 전자방출은 이 플라즈마에 의해서 더욱 증가되어 음극에서는 큰 전류가 발생된다[5],[6].

그림 1과 같은 다이오드 구조에서는 외부에서 걸어준 자계가 전자의 드리프트 영역 내에서 변하지않고, 전자에 작용하는 힘이 외부에서 걸어준 전계와 자계에만 의존할 때 전자의 운동궤적은 (1)식 전자의 운동방정식으로 구할 수 있다.

전자의 운동을 기술하는 로렌츠 방정식은 (1)식으로

$$- \frac{d}{dt} (m\vec{v}) = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (1)$$

(\vec{E} : 전계, \vec{v} : 전자의 속도, \vec{B} : 자속 밀도,

m : 전자의 질량, q : 전자의 전하량)

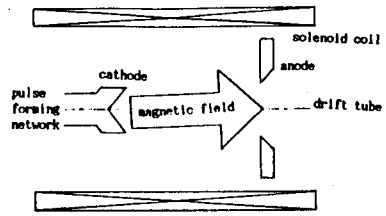


그림 1. Diode 구조의 개략도

주어지고 전계에 의해서 가속되는 전자의 속도는 광속도에 비해서 무시될 수 없으므로 상대론적 인자($\beta = v/c$)를 도입하여 (1)식을 다시쓰면 (2)식 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt} (\gamma m_0 \vec{v}) = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2)$$

여기서, m_0 : 전자의 정지질량

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

(2)식을 다이오드의 구조에 적용하기 위해 원통좌표에서 각 좌표의 성분별로 다시 쓰면, 전자의 속도, 전계 및 자계는 각각

$$\vec{v} = c(\beta_r \vec{e}_r + \beta_\phi \vec{e}_\phi + \beta_z \vec{e}_z)$$

$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r + E_z \vec{e}_z$$

$$\vec{B} = B_z \vec{e}_z$$

가 된다. 또 $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 를 성분별로 나타내면 (3)식~(5)식으로

$$v_r = \frac{dr}{dt} \quad v_\phi = r \frac{d\phi}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 \quad (3)$$

$$\frac{dv_\phi}{dt} = \frac{d^2 \phi}{dt^2} + 2r \frac{d\phi}{dt} \frac{dr}{dt} \quad (4)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (5)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{q}{m_0 c} \beta_r \vec{E} \quad (6)$$

쓸 수 있다[3]. 또 전자의 운동에너지는 (6)식으로 나타낼 수 있다[4]. (3)~(6)식을 이용하여 (2)식을 정리하고

$$\frac{d\beta_r}{dt} = \frac{q}{m_0 c \gamma} (E_r - \beta_\phi^2 E_\phi - \beta_z^2 E_z + c\beta_r \beta_z) + \frac{c\beta_r^2}{\rho} \quad (7)$$

$$\frac{d\beta_\phi}{dt} = -\frac{q}{m_0 c \gamma} (\beta_r \beta_\phi E_r + \beta_r \beta_z E_z + c\beta_r \beta_z) - \frac{c\beta_r \beta_\phi}{\rho} \quad (8)$$

$$\frac{d\beta_z}{dt} = \frac{q}{m_0 c \gamma} (E_z - \beta_r^2 E_r - \beta_\phi^2 E_\phi) \quad (9)$$

$$\beta_r = \frac{1}{c} \frac{dr}{dt} \quad (10)$$

$$\beta_\phi = \frac{1}{c} r \frac{d\phi}{dt} \quad (11)$$

$$\beta_z = \frac{1}{c} \frac{dz}{dt} \quad (12)$$

이들 전자의 가속도 성분별로 쓰면 전자의 운동을 나타내는 연립 미분방정식인 (7)~(12)식을 구할 수 있다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

3-1. 전계 해석

원통 좌표에서 방위각 방향의 전계성분은 대칭성에 의하여 없다고 볼 수 있다. 음극과 양극사이에 일정 전압이 걸렸을 때 전압의 분포는 유한요소법(FEM)을 이용하여 2차원적으로 구하였다. 그림 2는 FEM으로 구한 등전위선분포로서 여기서 보는 바와같이 음극의 끝

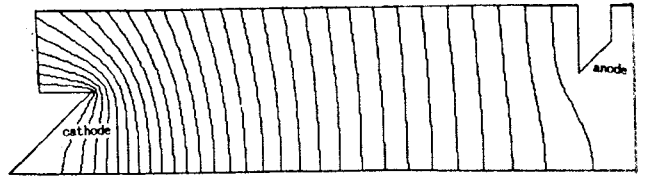


그림 2. 유한요소법으로 구한 등 전위선의 분포

부근에서 전계의 집중이 일어난다. 이때 -200kV의 전압을 인가하면 음극의 끝 부분에서는 전계의 세기가 최대 약 10^8 [V/m]가 되고 양극 사이의 공간에서는 약 5×10^6 [V/m] 정도가 됨을 알 수 있었다.

전자가 음극에서 양극까지 가는데 걸리는 시간은 200~300 psec 이므로 수십 ns 펄스폭을 갖는 전압을 가하면 전압의 펄스폭이 전자의 운동시간에 비해 매우 크다고 볼 수 있다. 그러므로 전자가 가속되는 동안의 전계는 시간에 따라 일정하다고 가정하였다.

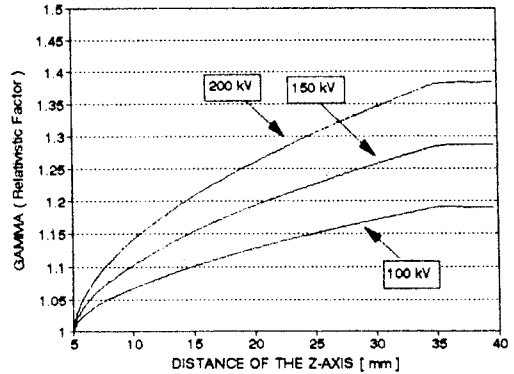


그림 3. 각 전압에 따른 상대론적 factor γ 의 변화

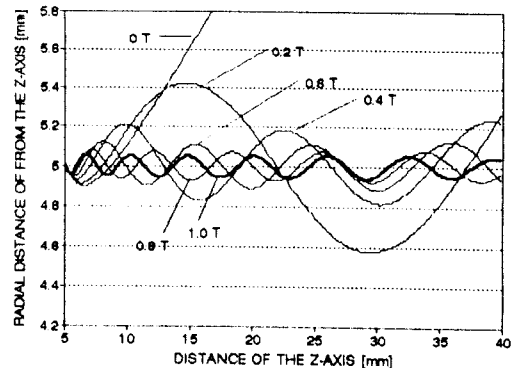


그림 4. -100kV 일때의 전자의 2차원적 궤적

3-2. 전자의 궤적 계산

연립 미분방정식으로 주어진 식(7)~(9)를 시간을 이산화 하여 Runge-Kutta-Gill 방법으로 수치해석하였다. 전자는 음극의 끝에서 방출되고, 초기속도는 무시하였다. 음극의 전압이 각각 -100kV, -150kV, -200kV에 대하여

자계를 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 Tesla로 변화시켜가면서 전자의 파라미터들을 2차원적으로 구하였다.

그림 3은 전압을 달리했을 때 상대론적 인자 γ 를 구한 것으로서 양극을 지날 때는 거의 이론치와 일치함을 알 수 있다.

그림 4~그림 6은 전압을 -100kV, -150kV, -200kV로 각각 변화시켰을 때 각각의 전압에서 변화되는 자장에 따른

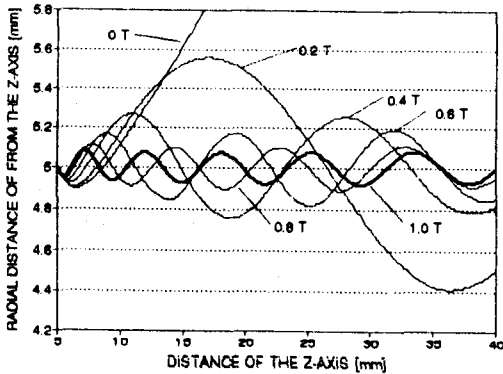


그림 5. -150kV 일때의 전자의 2차원적 궤적

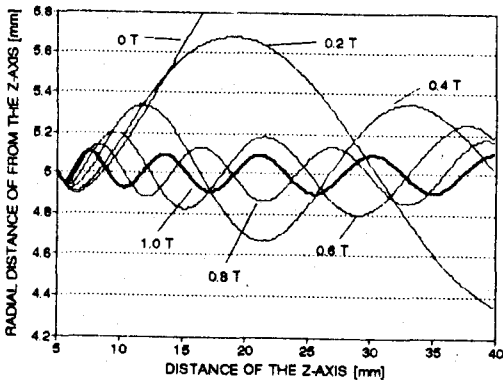


그림 6. -200kV 일때의 전자의 2차원적 궤적

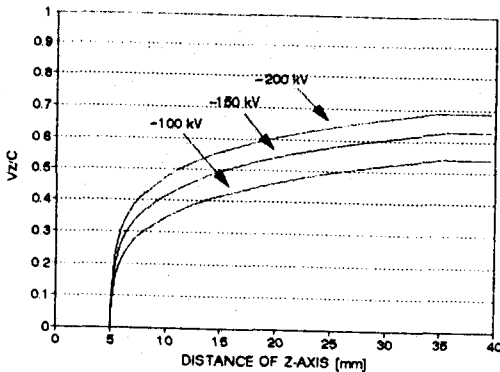


그림 7. 각 전압에 따른 전자의 Z방향 속도

전자의 궤적을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 0.2 Tesla에서도 전자가 양극에 충돌하지 않고 빠져나갈 수 있지만 전자비임의 Larmor 반경은 전압이 -100kV 일때 약 0.4mm, -200kV 일때 0.7mm 정도로서 전압에 따라 크게 달라짐을 알 수 있었다. Larmor 반경이 커지면 전자비임의 공간적 분포의 균일성이 떨어지므로 양질의 전자비임을 얻기 위해서는 자계가 0.6 Tesla 이상이 되어야 함을 알 수 있었다. 또 자계가 1.0 Tesla일 때는 -100kV~200kV의 전압변화에 따라 Larmor 반경이 크게 변하지 않고 있음을 알 수 있었다.

그림 7은 전자의 진행방향인 Z-방향의 위치에 따른 전자의 Z-방향의 속도를 광속도에 대한 비로 나타낸 그림이다. 여기서 보는 바와 같이 각각의 인가 전압에 대해 자계를 변화시켜도 Z-방향의 속도는 일정하여 걸어준 자계의 세기와 방향에 무관함을 알 수 있었다.

공간적으로 균일하게 분포하는 전자비임을 얻기 위해서는 자계를 강하게 걸어주어야 한다는 것은 여러 논문[2][5][6]에서 실험적으로 밝혀져 본 연구의 결과와 잘 일치됨을 알 수 있다. 또, 발생된 전자비임이 처음부터 끝까지 시간에 따라 변하지 않고 일정한 공간적인 분포를 갖기 위해서는 전압과 같은 펄스형의 자계를 걸어주는 방법이 효과적일 것으로 생각된다.

다른 실험적인 논문에서 보면[2] 전류값은 투정값 이상에서 핀치현상이 일어남이 밝혀져 있다. 이러한 전자의 집단적인 운동에 대한 전자의 궤적에 관한 해석은 다음과제도 남아 있다.

4. 결론

본 논문에서는 공간전하 효과를 고려하지 않고 외부에서 걸어준 전압과 자계의 변화에 따른 전자운동에 대한 여러가지 파라미터 값을 수치해석적으로 구하였다. 그 결과 전압과 자계가 서로 연관되어 전자비임의 공간적 분포에 크게 영향을 미침을 알 수 있었다. 양질의 전자비임을 얻기 위해 자계가 0.6 Tesla 이상이 되어야 함을 알 수 있었다. 전자의 진행방향에 대한 속도는 인가된 자계의 방향과 세기에 무관함을 알 수 있었다.

REFERENCE

1. C. W. Roberson and P. Sprangle, Phys. Fluids. B(1), p.3, 1989.
2. John A. Nation, Particle Accelerators, Vol. 10, pp.1-30, 1979.
3. G. Arfken, Mathematical Methods for Physicists, Academic-Press, 1985.
4. W. B. Colson, Novel Source of Coheret Radiation, ed. by S. F. Jacobs et. al., p. 157, Addison-Wesley, 1978.
5. Alan J. Toepfer, Laird P. Bradley, J. Appl. Phys., 43(7), p.3033, 1972.
6. G. A. Mesyats, IEEE Trans. Plasma Science, PS-19(5), p.683, 1991.